สศ

แผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชา คณิตศาสตร์ 3 (ค22101)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จัดทำโดย

นางศศิวิมล เอี่ยมแบน

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนสตรีศึกษา
สำนักงานเขตพื้นที่การมัธยมศึกษาร้อยเอ็ด
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
กระทรวงศึกษาธิการ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22101) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส **จำนวน 8 ชั่วโมง**

เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม.2/5 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากข้อหนึ่งกล่าวว่า สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก เป็นสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. บอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
2. เขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามตามสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)

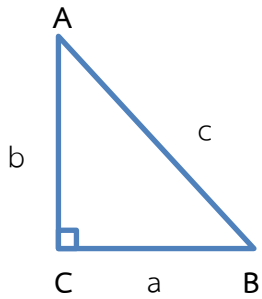
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆกรณี (A1)

สาระการเรียนรู้

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

พิจารณา รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ทีมี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก



เรียก $\overline{AB}$ ว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก

เรียก $\overline{AC}$ และ $\overline{BC}$ ว่า ด้านประกอบมุมฉาก

และ เมื่อกำหนดให้ ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก ดังรูปข้างต้น

โดยที่ c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

a และ b แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉากแต่ละด้าน

จะเห็นว่า $c^2 = a^2 + b^2$

ซึ่งเป็นไปตามสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กล่าวว่า

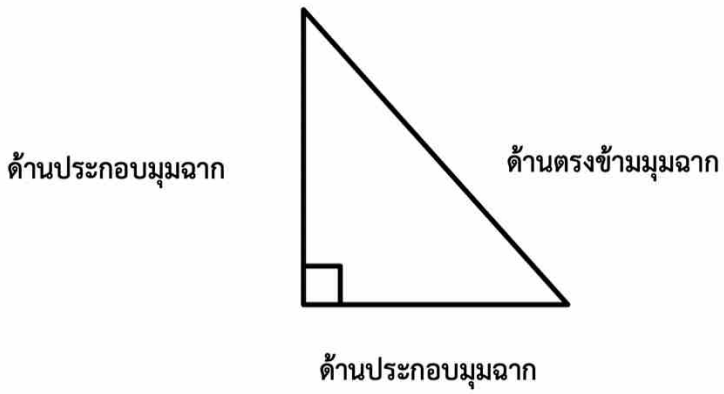
สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก เป็นสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

ครูทบทวนเรื่องรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมจากบัตรภาพ แล้วให้นักเรียนบอกว่ารูปใดบ้างเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และครูอธิบายส่วนประกอบของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนี้

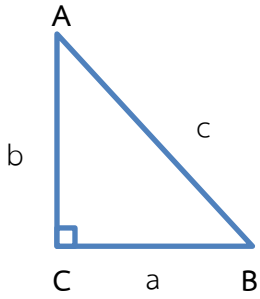
รูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งมีขนาดมุม 90 องศา มีด้านตรงข้ามมุมฉาก เป็นด้านที่ยาวที่สุดและมีด้านอีกสองด้านที่เหลือเรียกว่า ด้านประกอบมุมฉาก



2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม “ด้านไหนยาวเท่าไหร่” ในหนังสือเรียนวิชาคณิตสาสตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 หน้า 14-15 โดยให้นักเรียนวัดความยาวของด้านที่ยังไม่ทราบค่า ของรูปที่ 1-6 แล้วบันทึกผลลงในตารางที่กำหนดให้ให้สมบูรณ์

2.2 จากตาราง ผลที่ได้ในกิจกรรมข้างต้น เมื่อกำหนดให้ สามเหลี่ยม ABC เป็นรูป สามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม ACB เป็นมุมฉาก ดังรูป



c แทน ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

a และ b แทน ความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

จะได้ $c^2 = a^2 + b^2$

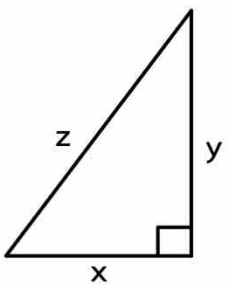
ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากข้างต้น เป็นไปตามสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก กล่าวได้ว่า

> สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

2.3 ครูยกตัวอย่างการใช้สมบัติของรูปสามเหลียมมุมฉาก เขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ความยาวของด้านทั้งสาม ดังตัวอย่างที่ 1

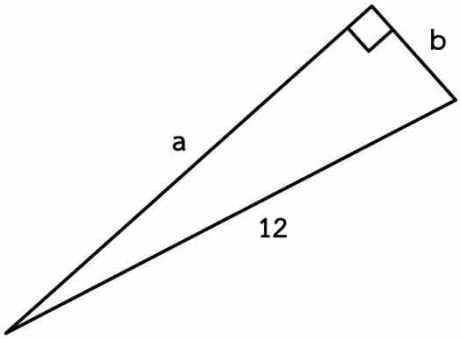
ตัวอย่างที่ 1 จงใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสาม

1)



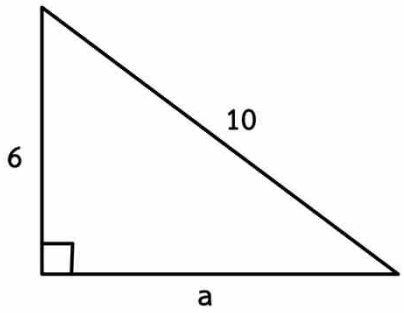
$z^2 = x^2 + y^2$

2)



$12^2 = a^2 + b^2$

3)



$10^2 = a^2 + 6^2$

3. ขั้นสรุป

ครูถามคำถามกับนักเรียนเพื่อประเมินความรู้รวบยอดของนักเรียน ดังนี้

- รูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีลักษณะอย่างไร
  (แนวตอบ รูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก)
- ด้านที่ยาวที่สุดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากคือด้านใด
  (แนวตอบ ด้านตรงข้ามมุมฉาก)

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 1.1 เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนยกตัวอย่างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก พร้อมใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความ ยาวของด้านทั้งสาม ลงในสมุด

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการร่วมกิจกรรม การตอบคำถาม สังเกตความกระตือรือร้นของนักเรียน และการทำแบบฝึกหัด แบบฝึกทักษะที่ 1.1 เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. บัตรภาพรูปสามเหลี่ยม
2. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
3. แบบฝึกทักษะที่ 1.1 เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ 1. บอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ 2. เขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามตามสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการทำกิจกรรม “ด้านไหนยาวเท่าไหร่” - ตรวจแบบฝึกทักษะที่ 1.1 เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	- แบบฝึกทักษะที่ 1.1 เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

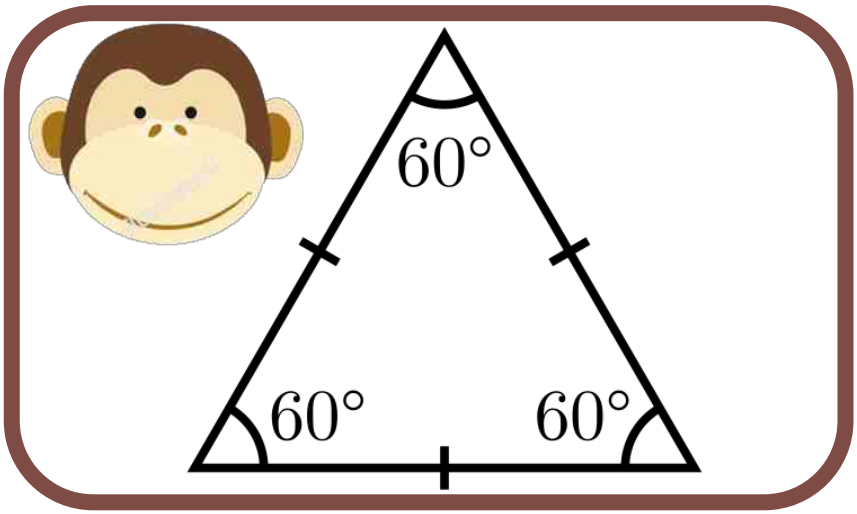
ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

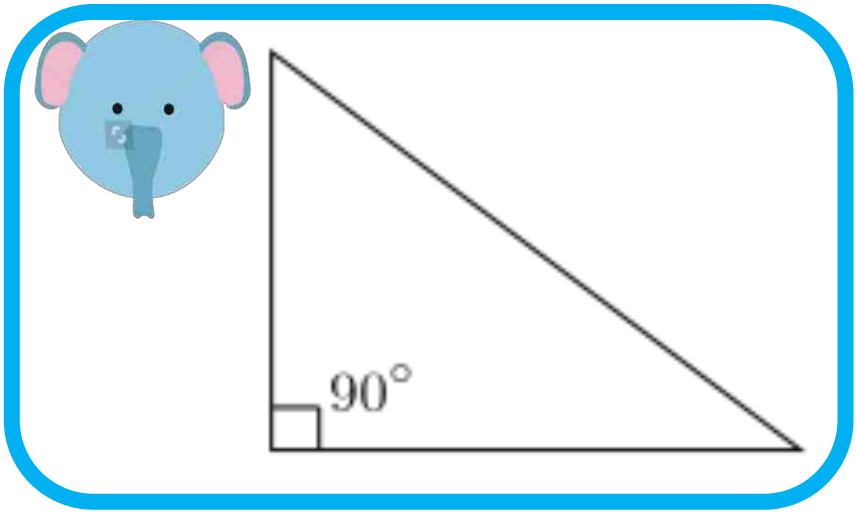
ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

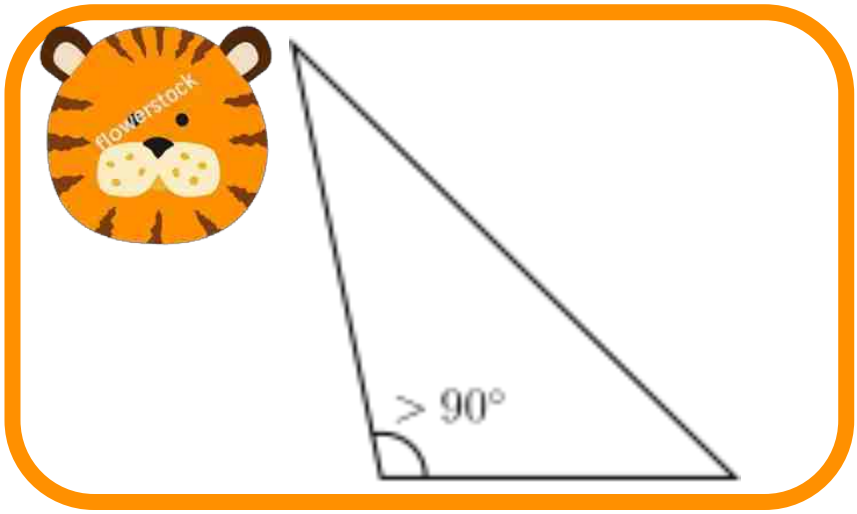
บัตรภาพรูปสามเหลี่ยม



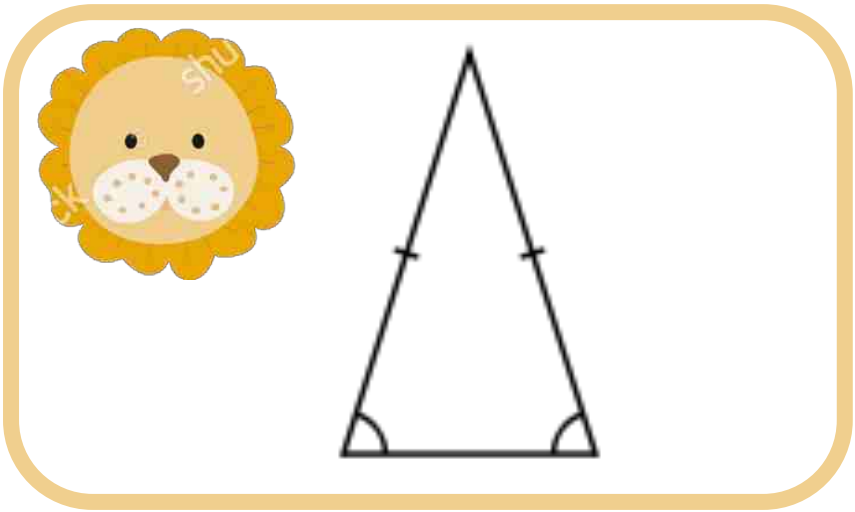
บัตรรูปบสามเหลี่ยมด้านเท่า



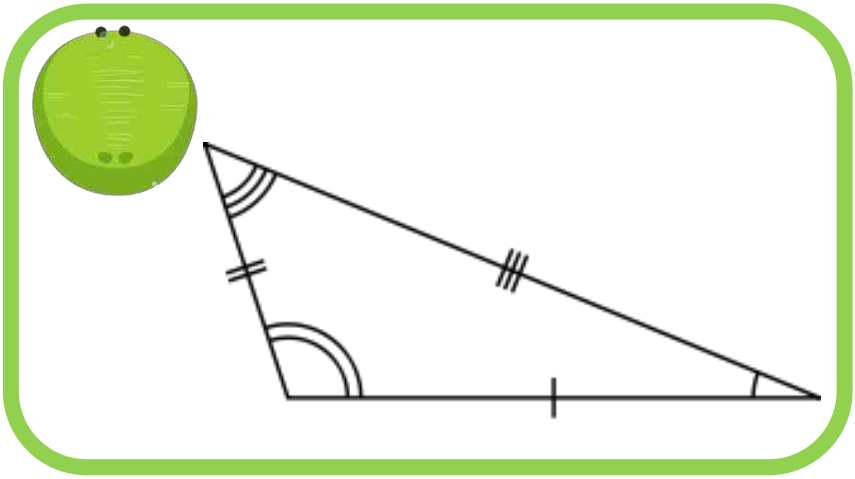
บัตรรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน



บัตรรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว



รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

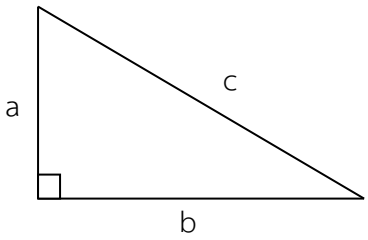
แบบฝึกทักษะที่ 1.1

เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

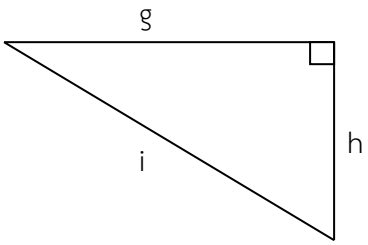
ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

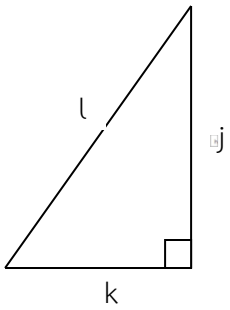
คำชี้แจง จงเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. 

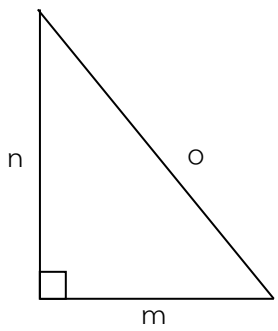
.....

2. 

.....

3. 

.....

4. 

.....

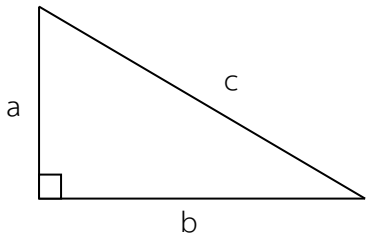
เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 1.1

เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

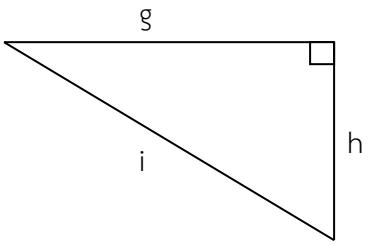
ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

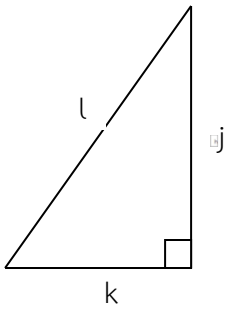
คำชี้แจง จงเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. 

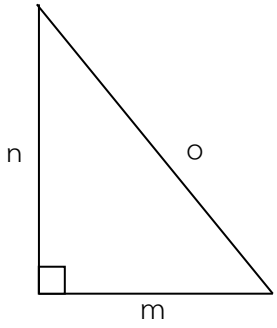
$c^2 = a^2 + b^2$

2. 

$i^2 = g^2 + h^2$

3. 

$l^2 = j^2 + k^2$

4. 

$o^2 = m^2 + n^2$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22101) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส **จำนวน 8 ชั่วโมง**

เรื่อง การหาความยาวของด้านที่ยังไม่ทราบค่าของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/__ วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/__ วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/__ วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม.2/5 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การหาความยาวด้านที่ไม่ทราบค่าด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อทราบความยาวของด้านอีกสองด้านของรูปสามเหลี่ยมนั้น สามารถหาได้โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของสมบัติรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่กล่าวว่า สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. บอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
2. เขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามตามสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P1)
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)

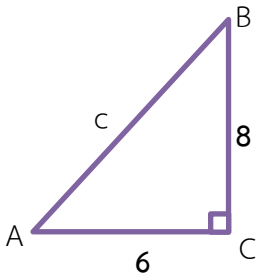
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)
2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)

สาระการเรียนรู้

เราสามารถใช้ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่กล่าวว่า “สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก เป็นสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก” หาความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ต้องการทราบได้เสมอ เมื่อทราบความยาวของด้านอีกสองด้าน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่กำหนดให้ จงหาค่า c



วิธีทำ จากความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ว่า $c^2 = 6^2 + 8^2$

$= 36 + 64$

$= 100$

$= 10^2$

$c = 10$

ดังนั้น ด้าน c ยาว 10 หน่วย

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนเกี่ยวกับเลขยกกำลัง โดยการอธิบาย ดังนี้

- เลขยกกำลังเป็นสัญลักษณ์ที่ใช้เขียนแทนจำนวนที่เกิดจากการคูณตัวเองซ้ำกันหลาย ๆ ตัว

  เช่น $5^2 = 5 \times 5$ $8^2 = 8 \times 8$ $a^2 = a \times a$

1.2 ครูทบทวนเกี่ยวกับการหารากที่สองของจำนวนจริง โดยถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- บทนิยามของรากที่สองกล่าวไว้อย่างไร

(แนวตอบ ให้ a แทนจำนวนจริงใด ๆ หรือศูนย์ รากที่สองของ a คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วได้ a)

- รากที่สองที่เป็นบวกของ a ใช้สัญลักษณ์ใด

(แนวตอบ $\sqrt{a}$)

- รากที่สองที่เป็นลบของ a ใช้สัญลักษณ์ใด

(แนวตอบ $-\sqrt{a}$)

- รากที่สองของ 36 คือจำนวนใด

(แนวตอบ 6 และ -6)

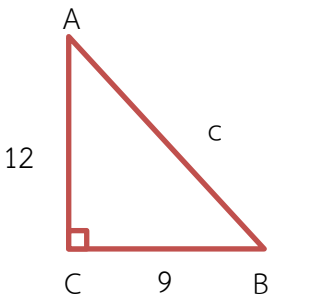
1.3 ครูแนะนำนักเรียนให้ไปศึกษาเพิ่มเติมเกี่ยวกับรากที่สอง ได้ที่

เว็บไซต์: https://www.youtube.com/watch?v=31aRgbqUp4s&t=465s

หรือสแกนที่ QR Code

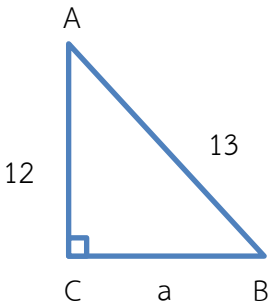
รากที่สอง

1.4 ครูและนักเรียนทบทวนการเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสาม โดยครูมีรูปมาให้นักเรียนดู แล้วให้นักเรียนตอบคำถาม (เขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสาม ได้ดังนี้)

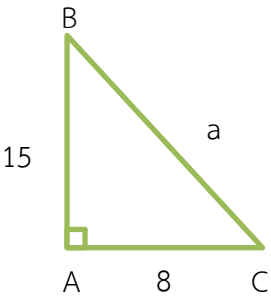


จะได้ $c^2 = 9^2 + 12^2$

หรือ $a^2 = 13^2 - 12^2$



จะได้ $13^2 = a^2 + 12^2$



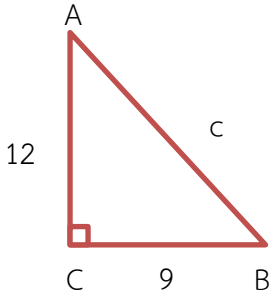
จะได้ $a^2 = 8^2 + 15^2$

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูกล่าวว่าจากการเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามนั้น เราสามารถหาความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ต้องการทราบได้เสมอ เมื่อทราบความยาวของด้านอีกสองด้านของรูปสามเหลี่ยมนั้น

2.2 ครูยกตัวอย่างและให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบ

ตัวอย่างที่ 1 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC จงหาความยาวด้าน c



วิธีทำ จากความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ว่า $c^2 = a^2 + b^2$

$= 9^2 + 12^2$

$= 81 + 144$

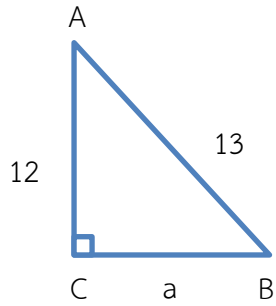
$= 225$

$= 15^2$

$c = 15$

ดังนั้น ด้าน c ยาว 15 หน่วย

ตัวอย่างที่ 2 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC จงหาความยาวด้าน a



วิธีทำ จากความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ว่า $c^2 = a^2 + b^2$

$13^2 = a^2 + 12^2$

$a^2 = 13^2 - 12^2$

$= 169 - 144$

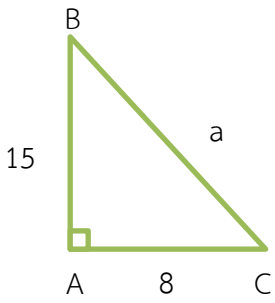
$= 25$

$= 5^2$

$a = 5$

ดังนั้น ด้าน a ยาว 5 หน่วย

ตัวอย่างที่ 3 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC จงหาความยาวด้าน a



วิธีทำ จากความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ว่า $a^2 = b^2 + c^2$

$= 8^2 + 15^2$

$= 64 + 225$

$= 289$

$= 17^2$

$a = 17$

ดังนั้น ด้าน a ยาว 17 หน่วย

3. ขั้นสรุป

3.1ครูถามคำถามกับนักเรียนเพื่อประเมินความรู้รวบยอดของนักเรียน ดังนี้

- การหาความยาวด้านที่ไม่ทราบค่าด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อทราบความยาวของด้านอีกสองด้านของรูปสามเหลี่ยมนั้นสามารถทำได้อย่างไร

(แนวตอบ สามารถหาได้โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่กล่าวว่า สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก)

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 1.2 เรื่อง การหาความยาวด้านที่ไม่ทราบค่าของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนยกตัวอย่างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้วกำหนดความยาว 2 ด้าน และใช้สมบัติของสามเหลี่ยมมุมฉากหาความยาวของด้านที่เหลือ พร้อมกับลองสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากนั้นลงในสมุด แล้วลองวัดความยาวของด้านที่เหลือว่าตรงกันหรือไม่

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการร่วมกิจกรรม การตอบคำถาม สังเกตความกระตือรือร้นของนักเรียน และการทำแบบฝึกหัด แบบฝึกทักษะที่ 1.2 เรื่อง การหาความยาวด้านที่ไม่ทราบค่าของรูป

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
2. แบบฝึกทักษะที่ 1.2 เรื่อง การหาความยาวด้านที่ไม่ทราบค่าของรูป

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ 1. บอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ 2. เขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามตามสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - ตรวจแบบฝึกทักษะที่ 1.2 เรื่อง การหาความยาวด้านที่ไม่ทราบค่าของรูป	- แบบฝึกทักษะที่ 1.2 เรื่อง การหาความยาวด้านที่ไม่ทราบค่าของรูป	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P1) 2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1) 2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ	80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ	70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ	60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ	50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ	50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 1.2

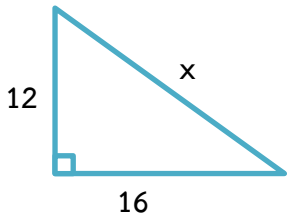
เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

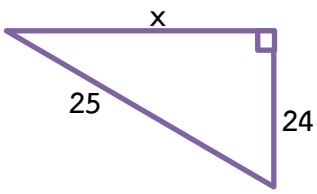
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

<u>ตอนที่ 1</u> เมื่อ x แทนความยาวของด้านรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงหาค่า x

1.



2.



<u>วิธีทำ</u> จากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก .....

จะได้ x^2 = ...

= ....

= ....

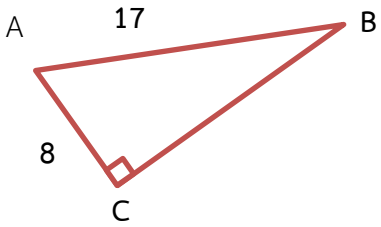
= ....

ดังนั้น x = ...

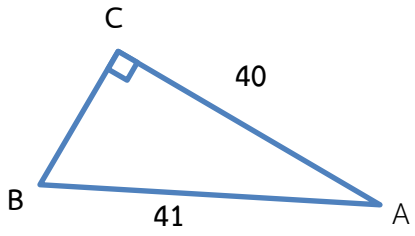
ตอบ ....

<u>ตอนที่ 2</u> สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้แต่ละข้อต่อไปนี้จงหาความยาวรอบรูป $\triangle ABC$

1.



2.



.....

.....

.....

.....

.....

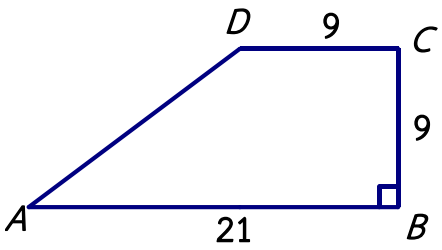
.....

.....

.....

.....

ตอนที่ 3 จงหาความยาวของด้าน AD ของรูปสี่เหลี่ยม ABCD ที่กำหนดให้



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

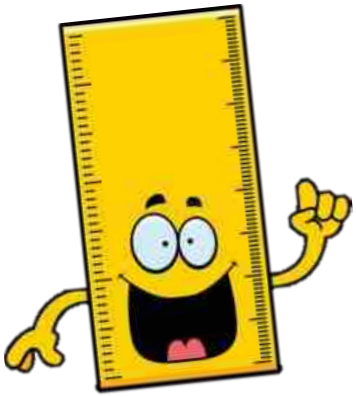
.....

.....

.....

.....

.....



สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก เป็นสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 1.2

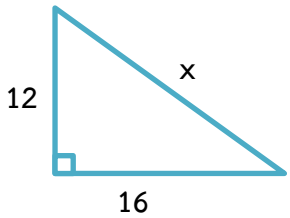
เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

ตอนที่ 1 เมื่อ x แทนความยาวของด้านรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงหาค่า x

1.



วิธีทำ จากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $x^2 = 12^2 + 16^2$

$= 144 + 256$

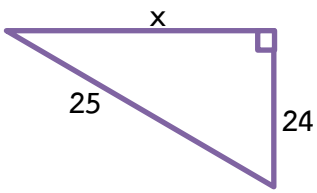
$= 400$

$= 20^2$

ดังนั้น $x = 20$

ตอบ $x = 20$

2.



วิธีทำ จากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $25^2 = x^2 + 24^2$

$x^2 = 25^2 - 24^2$

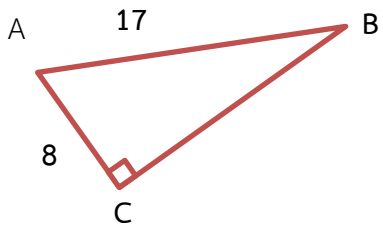
$= 625 - 576$

$x^2 = 49$

ดังนั้น $x = 7$

ตอนที่ 2 สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้แต่ละข้อต่อไปนี้จงหาความยาวรอบรูป $\triangle ABC$

1.



วิธีทำ จากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $17^2 = BC^2 + 8^2$

$BC^2 = 17^2 - 8^2$

$= 289 - 64$

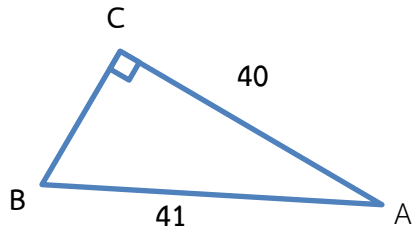
$BC^2 = 225$

ดังนั้น $BC = 15$

นั่นคือ ความยาวรอบรูป $\triangle ABC$ เท่ากับ

$AC+AB+BC = 8+17+15 = 40$ หน่วย

2.



วิธีทำ จากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $41^2 = BC^2 + 40^2$

$BC^2 = 41^2 - 40^2$

$= 1681 - 1600$

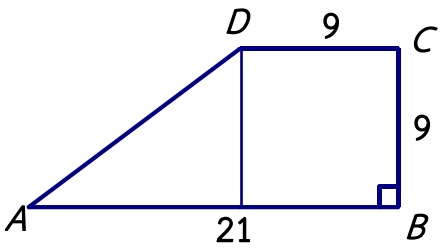
$BC^2 = 81$

ดังนั้น $BC = 9$

นั่นคือ ความยาวรอบรูป $\triangle ABC$ เท่ากับ

$AC+AB+BC = 40+41+9 = 90$ หน่วย

ตอนที่ 3 จงหาความยาวของด้าน AD ของรูปสี่เหลี่ยม ABCD ที่กำหนดให้



วิธีทำ จากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $AD^2 = 9^2 + (21-9)^2$

$AD^2 = 9^2 + 12^2$

$= 81 + 144$

$AD^2 = 225$

ดังนั้น $AD = 15$

นั่นคือ AD ยาว 15 หน่วย

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก เป็นสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22101) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส **จำนวน 8 ชั่วโมง**

เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม.2/5 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

สำหรับสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ จะมีค่าเท่ากับ ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากนั้น กล่าวได้อีกอย่างว่า “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส”

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. หาความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากกับผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากเป็นไปตามทฤษฎีพีทาโกรัสได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

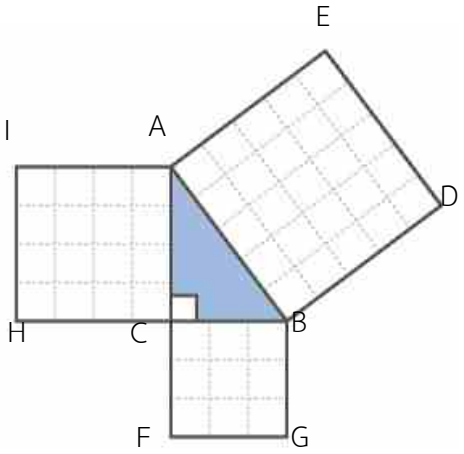
1. การแก้ปัญหา (P1)
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)
2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)

สาระการเรียนรู้

ให้ ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี $A\hat{B}C$ เป็นมุมฉาก มี AB = 5 หน่วย, BC = 3 หน่วย และ AC = 4 หน่วย สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABDE บนด้าน AB รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส BCFG บนด้าน BC และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ACHI บนด้าน AC ดังรูป



จะได้ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABDE เท่ากับ $5^2 = 25$ ตารางหน่วย

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส BCFG เท่ากับ $3^2 = 9$ ตารางหน่วย

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ACHI เท่ากับ $4^2 = 16$ ตารางหน่วย

ซึ่ง $25 = 9 + 16$

ดังนั้น พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABIH เท่ากับ ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส BCED และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ACGF

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

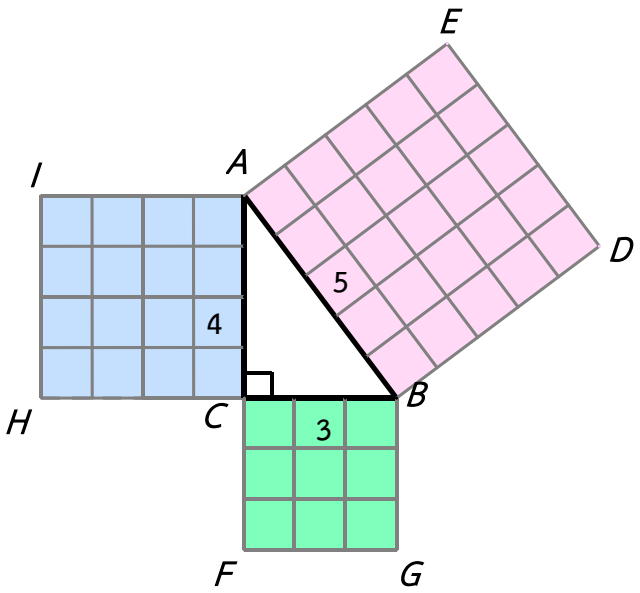
1.1 ครูทบทวนเกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่กล่าวว่า

> สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

โดยแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็นกลุ่มละ 5-6 คน ครูติดกระดาษรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก พร้อม กำหนดความยาวแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เช่น a, 3, 4 และ 9, b, 15 แล้วนักเรียนช่วยกันหาความสัมพันธ์ของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและหาด้านที่เหลือว่ามีค่าเท่าใด ครูขออาสาสมัครจากนักเรียนออกมาแสดงวิธีการคิดบนกระดาน

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูติดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมฉากมุมABC ดังรูป



2.2 ครูตั้งคำถาม ถามนักเรียน

1) พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABIH มีพื้นที่เท่าไร

(แนวตอบ 5×5 = 25 ตารางหน่วย)

2) พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส BCED มีพื้นที่เท่าไร

(แนวตอบ 4×4 = 16 ตารางหน่วย)

3) พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส AFGC มีพื้นที่เท่าไร

(แนวตอบ 3×3 = 9 ตารางหน่วย)

4) พื้นที่ของ ข+ค เท่ากับเท่าไร

(แนวตอบ 9 + 16 = 25 ตารางหน่วย)

5) ข้อ 1) และ 4) มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

(พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABIH เท่ากับ ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส BCED และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส AFGC)

2.3 ครูทำการเปลี่ยนความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และให้นักเรียนหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังตัวอย่างข้างต้น และให้นักเรียนสังเกตถึงความสัมพันธ์ของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

2.4 ครูอธิบายว่าความสัมพันธ์ของพื้นที่ดังกล่าวเรียกว่า ทฤษฎีบทพีทาโกรัสเช่นกัน

3. ขั้นสรุป

3.1 ครูตั้งคำถามว่าถ้ากำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและความยาวของด้านบางด้านให้นักเรียนสามารถหาความยาวของด้านที่เหลือได้หรือไม่ นักเรียนมีวิธีการอย่างไร

(แนวการตอบ หาได้จากความสัมพันธ์ตามทฤษฎีบทพีทาโกรัส)

3.2 นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายจากการทำกิจกรรมเพื่อให้ได้ข้อสรุป

สำหรับสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ จะมีค่าเท่ากับ ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากนั้น กล่าวได้อีกอย่างว่า “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส”

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 1.3 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและกำหนดความยาวแต่ละด้านแล้วแสดงว่าเป็นไปตามทฤษฎีพีทาโกรัสหรือไม่ ลงในสมุด

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการร่วมกิจกรรม การตอบคำถาม สังเกตความกระตือรือร้นของนักเรียน และการทำแบบฝึกหัด แบบฝึกทักษะที่ 1.3 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
2. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
3. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
4. แบบฝึกทักษะที่ 1.3 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากกับผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากเป็นไปตามทฤษฎีพีทาโกรัสได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - ตรวจแบบฝึกทักษะที่ 1.3 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	- แบบฝึกทักษะที่ 1.3 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P1) 2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1) 2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

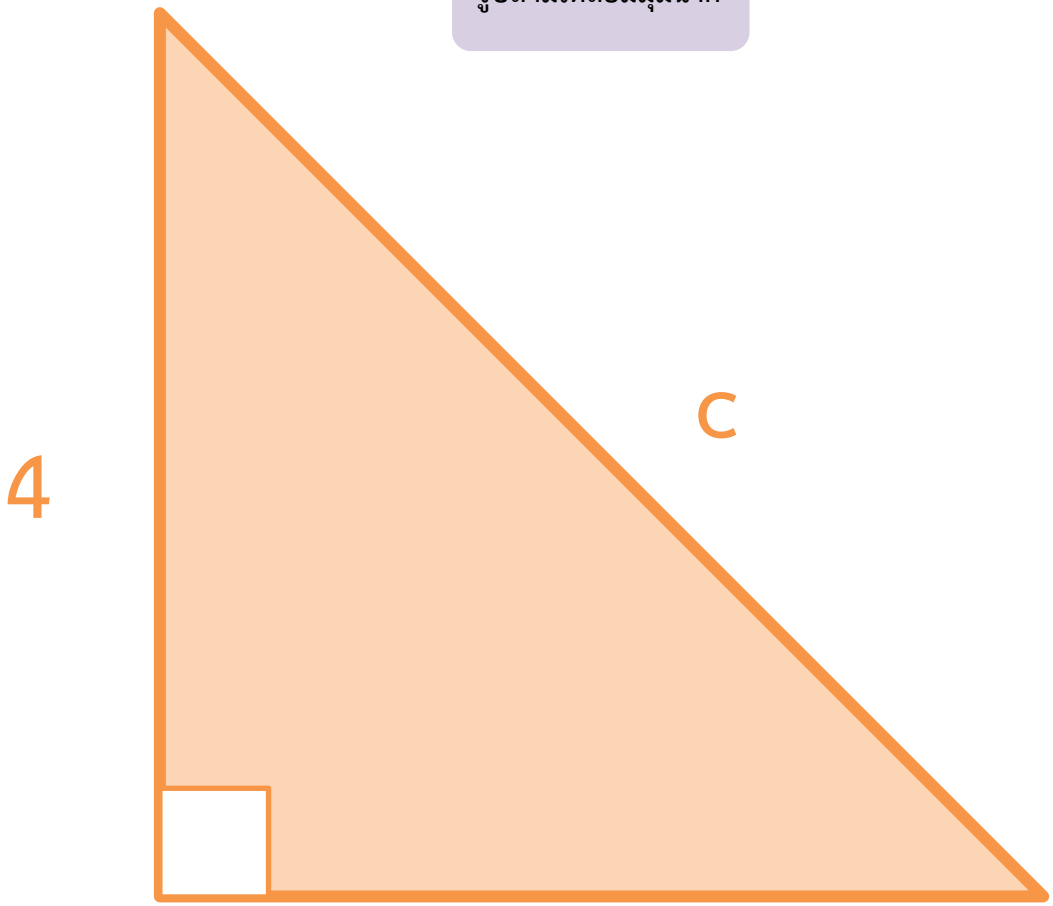
ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

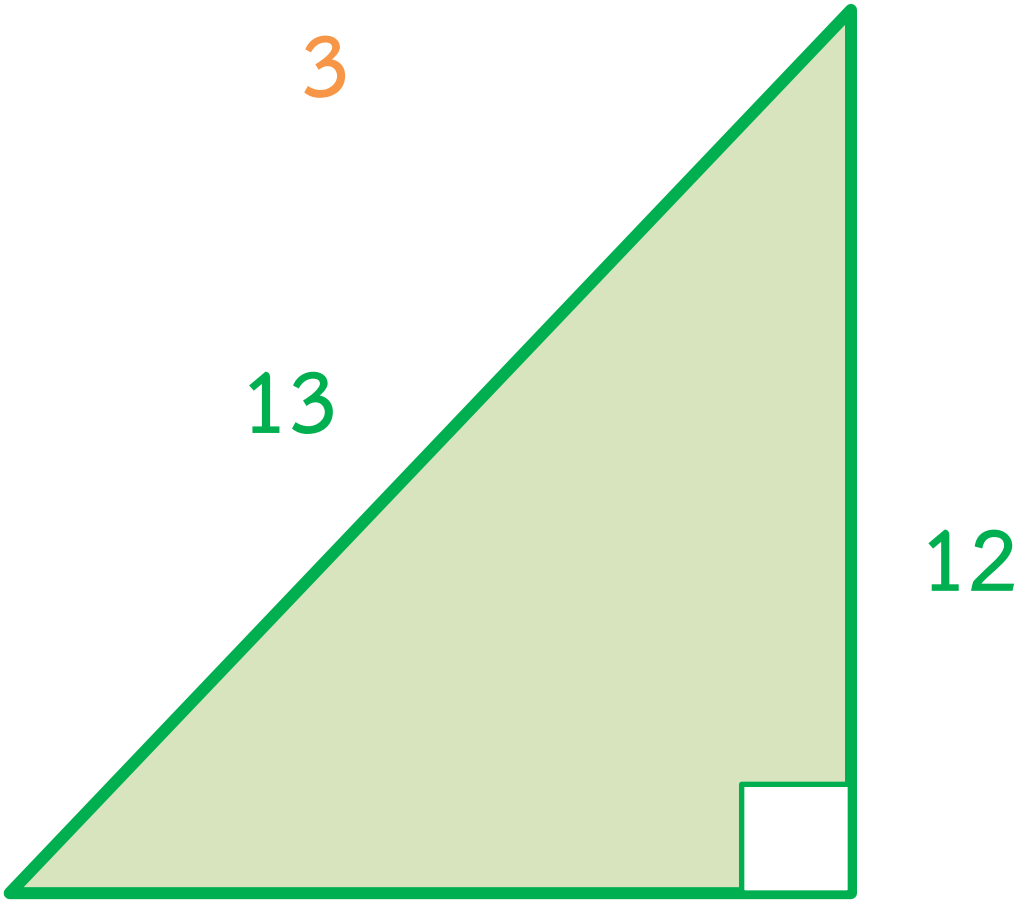
ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

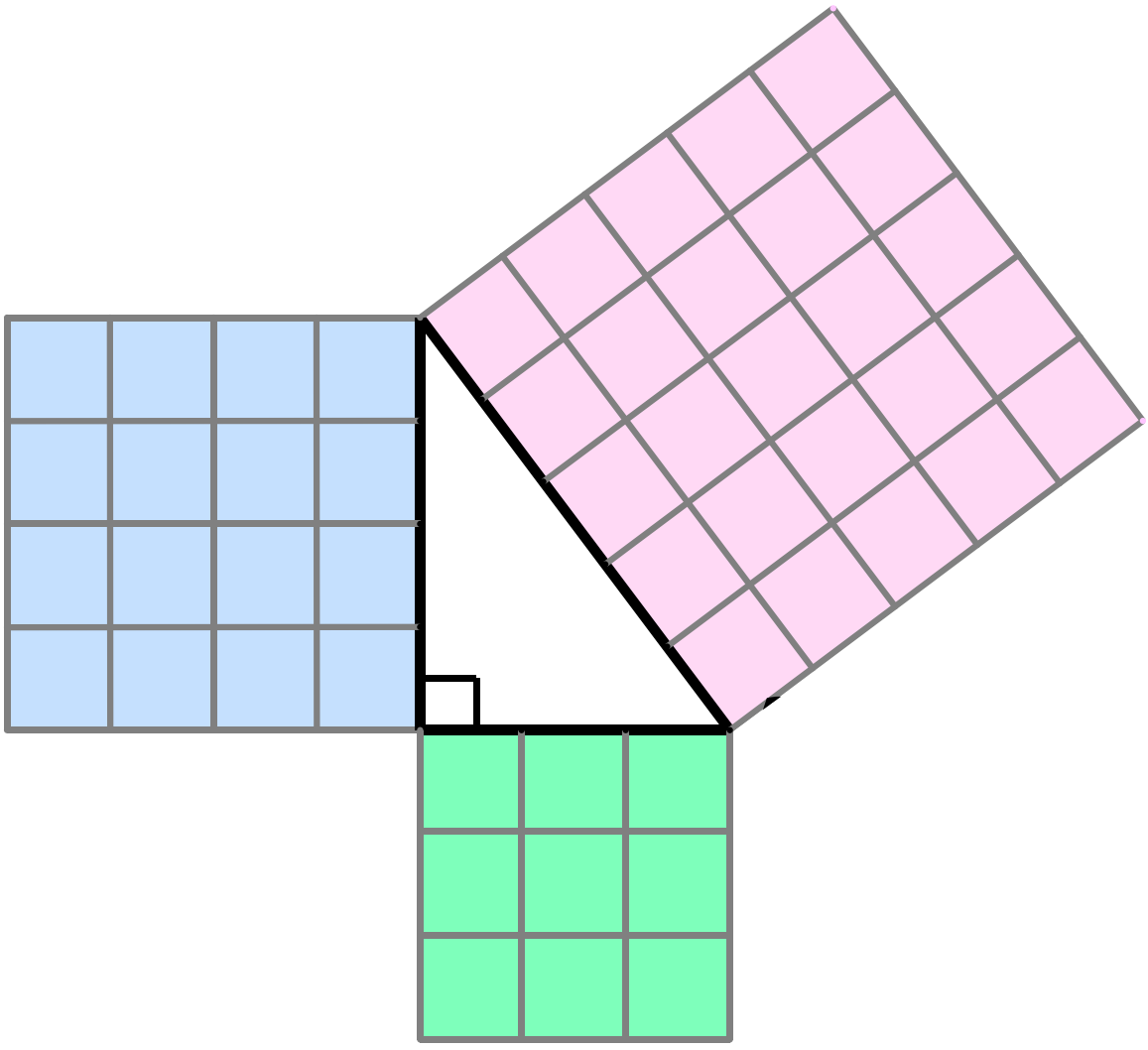
ภาคผนวก

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก





รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



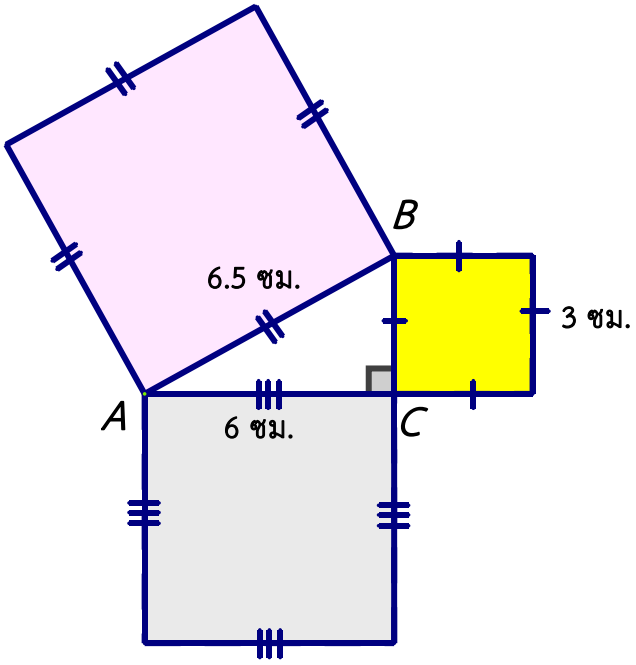
แบบฝึกทักษะที่ 1.3

เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนดูรูปด้านล่าง แล้วตอบคำถามต่อไปนี้ (ใช้ความยาวตามที่ระบุในรูปด้านล่าง)



1. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน AC มีพื้นที่เท่าไร .....

   รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน BC มีพื้นที่เท่าไร .....

   รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน AB มีพื้นที่เท่าไร .....

2. รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ .....

3. พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากหรือไม่ อย่างไร

.....

4. พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านทั้งสามด้านของรูปสามเหลี่ยม ABC มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

.....

.....

.....

5. ความสัมพันธ์ที่ได้เป็นไปตามทฤษฎีบทพีทาโกรัสหรือไม่

.....

.....

.....

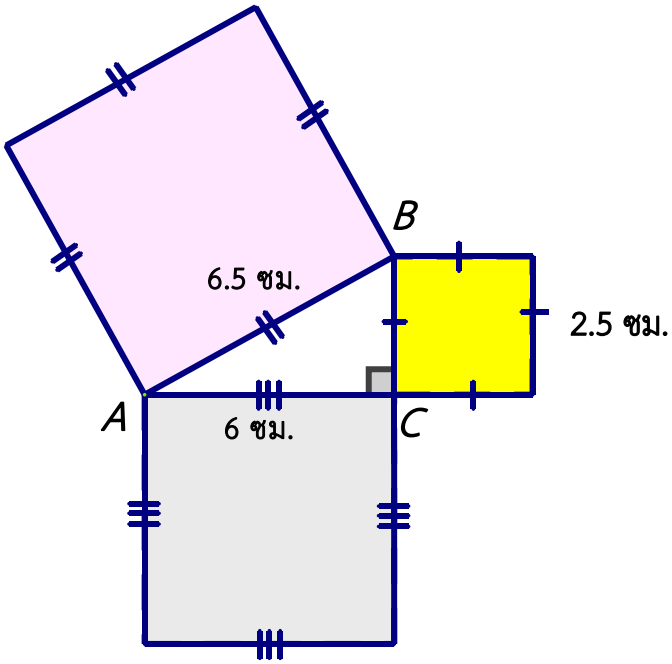
เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 1.3

เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนดูรูปด้านล่าง แล้วตอบคำถามต่อไปนี้ (ใช้ความยาวตามที่ระบุในรูปด้านล่าง)



1. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน ACมีพื้นที่เท่าไร 6.5 x 6.5 = 42.25 ตารางเซนติเมตร
2. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน CB มีพื้นที่เท่าไร 2.5 x 2.5 = 6.25 ตารางเซนติเมตร
3. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน AB มีพื้นที่เท่าไร 6 x 6 = 36 ตารางเซนติเมตร
4. รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
5. พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากหรือไม่ อย่างไร

   เท่ากัน จะเห็นได้ว่า 42.25 = 6.25 + 36 ตารางเซนติเมตร
6. พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมบนความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม ABC มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

   จาก 42.25 = 6.25 + 36

   $6.5^2 = 2.5^2 + 6^2$

จะได้ $AB^2 = BC^2 + AC^2$

7. ความสัมพันธ์ที่ได้เป็นไปตามทฤษฎีบทพีทาโกรัสหรือไม่

เป็นไปตามทฤษฎีบทพีทาโกรัส

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส **จำนวน 8 ชั่วโมง**

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม.2/5 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การพิสูจน์ทฤษฎีบทพีทาโกรัส สามารถทำได้โดย หาผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก จะเท่ากับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P1)
2. การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
3. การเชื่อมโยง (P3)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)
2. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)
3. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)

สาระการเรียนรู้

ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและการนำไปใช้

สำหรับสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ จะมีค่าเท่ากับ ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากนั้น กล่าวได้อีกอย่างว่า “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส”

<u>จากรูป</u> กำหนดให้ △ ABC เป็น △ มุมฉาก

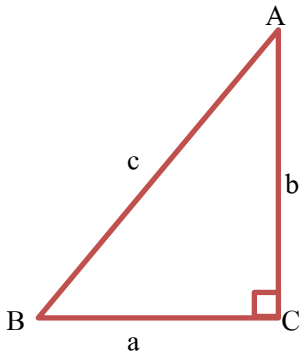
C เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

a, b เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส ได้ว่า $c^2 = a^2 + b^2$

และ $a^2 = c^2 - b^2$

$b^2 = c^2 - a^2$



กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

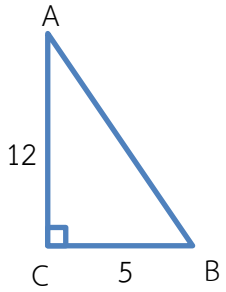
ครูทบทวนการหาความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ต้องการทราบ เมื่อทราบความยาวของด้านอีกสองด้านของรูปสามเหลี่ยมนั้น โดยติดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก กำหนดความยาวด้านประกอบมุมฉาก 2 ด้าน คือ 6 หน่วยและ 8 หน่วย แล้วนักเรียนช่วยกันหาความยาวของด้านที่เหลือ

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาที่ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการแก้ปัญหา ดังนี้

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> กล่องบรรจุนมสดทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 3.5 เซนติเมตร ยาว 5 เซนติเมตร และสูง 12 เซนติเมตร ผู้ผลิตต้องการติดหลอดดูดชนิดตรงแนบกับกล่องโดย ไม่ให้หลอดดูดนั้นยาวพ้นกล่อง เขาจะใช้หลอดดูดได้ยาวที่สุดกี่เซนติเมตร

<u>วิธีทำ</u>



กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นแบบจำลองของกล่องบรรจุนมสด โดยมี AB เป็นความยาวของหลอดดูด

จะได้ว่า $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$AB^2 = 12^2 + 5^2$

$AB^2 = 144 + 25$

$AB^2 = 169$

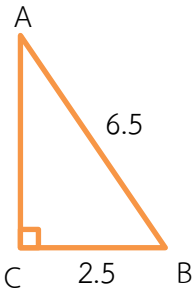
$AB^2 = 13 \times 13$

$AB = 13$

ดังนั้น เขาใช้หลอดดูดได้ยาวที่สุด 13 เซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 2 บันไดยาว 6.5 เมตร วางพิงผนังตึกให้เชิงบันไดห่างจากผนัง 2.5 เมตร อยากทราบว่าปลายบนของบันไดอยู่ห่างจากพื้นกี่เมตร

วิธีทำ



กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นแบบจำลองการวางบันได โดยมี AC เป็นระยะห่างจากปลายบนของบันไดถึงพื้น

จะได้ว่า $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$(6.5)^2 = AC^2 + (2.5)^2$

$AC^2 = (6.5)^2 - (2.5)^2$

$AC^2 = 42.25 - 6.25$

$AC^2 = 36$

$AC^2 = 6 \times 6$

$AC = 6$

ดังนั้น ปลายบนของบันไดอยู่ห่างจากพื้น 6 เมตร

3. ขั้นสรุป

นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายเพื่อให้ได้ข้อสรุปตามสาระสำคัญดังนี้ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทางปัญหาสามารถใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ที่กล่าวว่า สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

4. ขั้นฝึกทักษะ

นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 1.4 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนตั้งโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส จากนั้นให้นำไปแลกเปลี่ยนกับเพื่อน

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำใบงานและการทำแบบฝึกทักษะที่ 1.4 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
2. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
3. แบบฝึกทักษะที่ 1.4 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 1.4 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	- แบบฝึกทักษะที่ 1.4 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P1) 2. การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 3. การเชื่อมโยง (P3)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1) 2. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2) 3. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

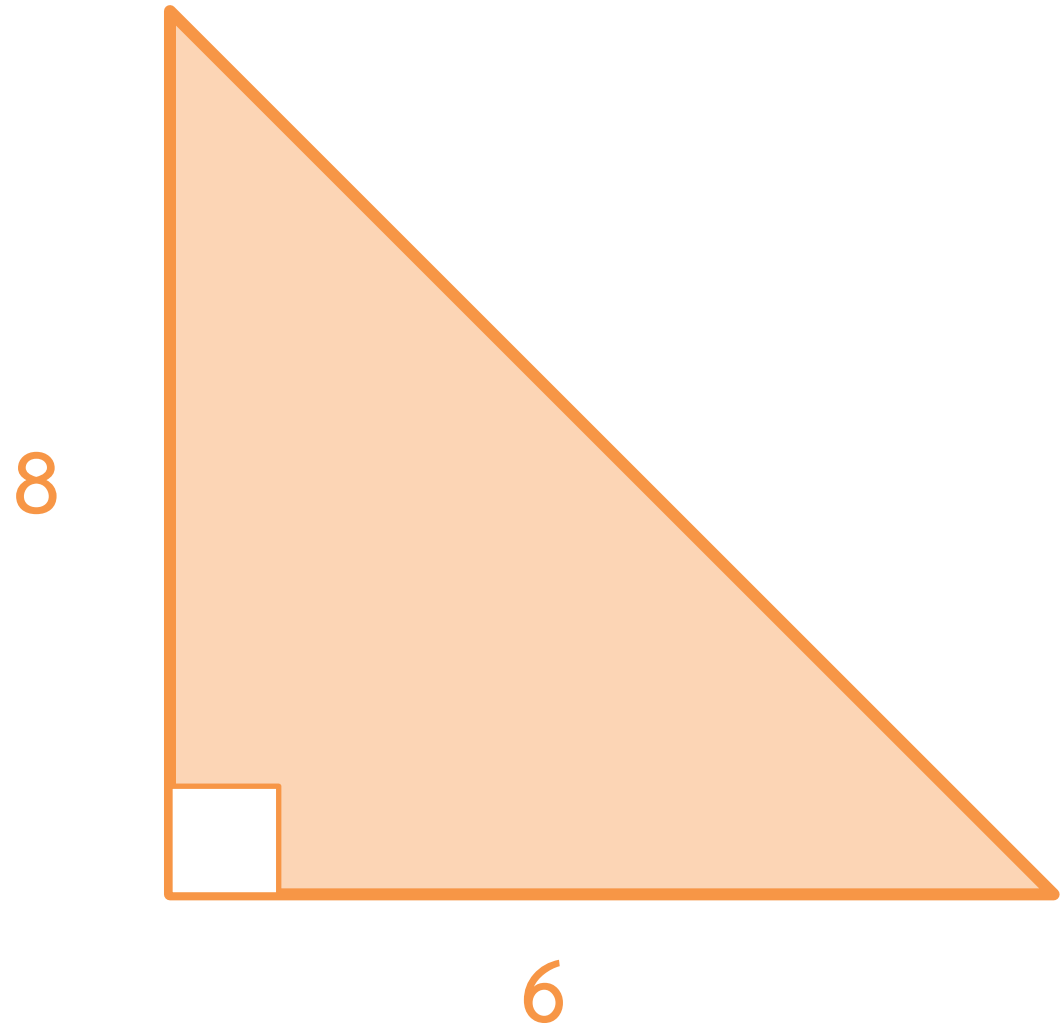
ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



แบบฝึกทักษะที่ 1.4

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบต่อไปนี้

1. เราใช้ความยาวของเส้นทแยงมุมของหน้าจอโทรทัศน์ เพื่อบอกขนาดของ โทรทัศน์ โทรทัศน์เครื่องหนึ่งมีหน้าจอที่วัดตามแนวเส้นทแยงมุมได้ 20 นิ้ว ถ้าหน้าจอโทรทัศน์สูง 12 นิ้ว จงหาว่าหน้าจอโทรทัศน์ยาวเท่าไร

<u>วิธีทำ</u> .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. หน้าต่างของบ้านหลังหนึ่งอยู่สูงจากพื้นดิน 9 เมตร ถ้าต้องนำบันไดซึ่งยาว 15 เมตร มาพาดตรงขอบหน้าต่างเพื่อปีนขึ้นไปซ่อมหน้าต่าง จะต้องวางบันไดให้ห่างจากผนังบ้านเป็นระยะทางเท่าไร

<u>วิธีทำ</u> .....

.....

.....

.....

.....

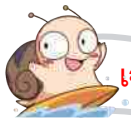
.....

.....

.....

.....

.....



เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 1.4

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

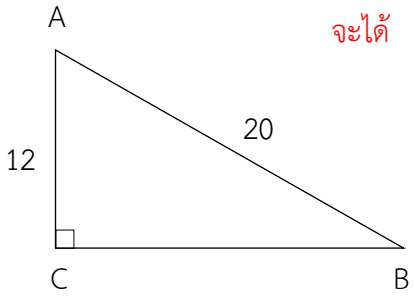
ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบต่อไปนี้

1. เราใช้ความยาวของเส้นทแยงมุมของหน้าจอโทรทัศน์ เพื่อบอกขนาดของ โทรทัศน์ โทรทัศน์เครื่องหนึ่งมีหน้าจอที่วัดตามแนวเส้นทแยงมุมได้ 20 นิ้ว ถ้าหน้าจอโทรทัศน์สูง 12 นิ้ว จงหาว่าหน้าจอโทรทัศน์ยาวเท่าไร

วิธีทำ กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นแบบจำลองส่วนหนึ่งของหน้าจอโทรทัศน์ โดยมี BC เป็นความยาวของหน้าจอโทรทัศน์



จะได้ $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$20^2 = 12^2 + BC^2$

$BC^2 = 20^2 - 12^2$

$BC^2 = 400 - 144$

$BC^2 = 256$

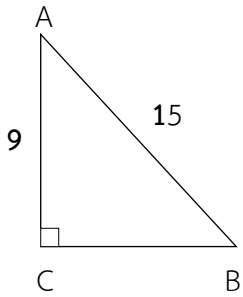
$BC^2 = 16^2$

$BC = 16$

ดังนั้น หน้าจอโทรทัศน์ยาว 16 นิ้ว

2. หน้าต่างของบ้านหลังหนึ่งอยู่สูงจากพื้นดิน 9 เมตร ถ้าต้องนำบันไดซึ่งยาว 15 เมตร มาพาดตรงขอบหน้าต่างเพื่อปีนขึ้นไปซ่อมหน้าต่าง จะต้องวางบันไดให้ห่างจากผนังบ้านเป็นระยะทางเท่าไร

วิธีทำ กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นแบบจำลองการวางบันได โดยมี BC เป็นระยะห่างระหว่างผนังบ้านถึงบันได



จะได้ $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$15^2 = 9^2 + BC^2$

$BC^2 = 15^2 - 9^2$

$BC^2 = 225 - 81$

$BC^2 = 144$

$BC^2 = 12^2$

$BC = 12$

ดังนั้น ระยะห่างระหว่างผนังบ้านถึงบันไดเท่ากับ 12 เมตร

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส **จำนวน 8 ชั่วโมง**

เรื่อง การประยุกต์ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม.2/5 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

ความรู้จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยใช้ความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือกำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. นำทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสามเหลี่ยมมุมฉากได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P1)
2. การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
3. การเชื่อมโยง (P3)

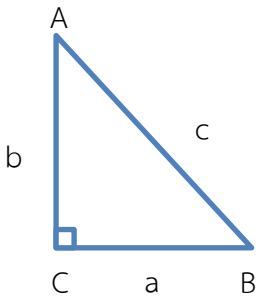
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)
2. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)
3. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)

สาระการเรียนรู้

ความรู้จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับสามเหลี่ยมมุมฉาก สิ่งสำคัญที่นักเรียนควรทำคือ เมื่อศึกษาเนื้อความโจทย์แล้วควรวาดภาพประกอบตามเนื้อความโจทย์เพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ชัดเจน และสามารถสร้างแนวคิดโดยการนำหลักการของทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้ในการคำนวณ

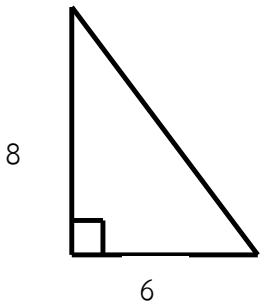
เมื่อกำหนด ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยให้ c แทน ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก a และ b แทน ความยาวของด้านประกอบมุมฉากจะได้ว่า $c^2 = a^2 + b^2$



กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

ครูทบทวนการหาความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ต้องการทราบ เมื่อทราบความยาวของด้านอีกสองด้านของรูปสามเหลี่ยมนั้น โดยติดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก กำหนดความยาวด้านประกอบมุมฉาก 2 ด้าน คือ 6 หน่วยและ 8 หน่วย แล้วนักเรียนช่วยกันหาความยาวของด้านที่เหลือ



กำหนดให้ด้านที่ต้องการหาความยาวแทนด้วย x

จะได้ว่า $x^2 = 6^2 + 8^2$

$= 36 + 64$

$= 100$

$= 10^2$

$x = 10$

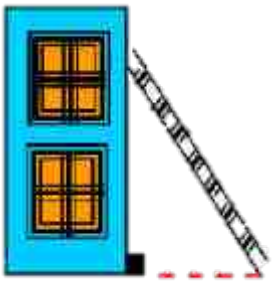
ดังนั้น ด้าน x ยาว 10 หน่วย

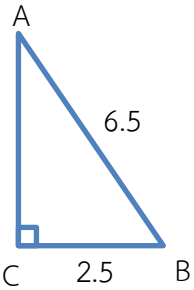
2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาการประยุกต์ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 บันไดยาว 6.5 เมตร วางพิงผนังตึกให้เชิงบันไดห่างจากผนัง 2.5 เมตร อยากทราบว่าปลายบนของบันไดอยู่ห่างจากพื้นกี่เมตร

วิธีทำ





กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นแบบจำลองการวางบันได โดยมี AC เป็นระยะห่างจากปลายบนของบันไดถึงพื้น

จะได้ว่า $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$(6.5)^2 = AC^2 + (2.5)^2$

$AC^2 = (6.5)^2 - (2.5)^2$

$AC^2 = 42.25 - 6.25$

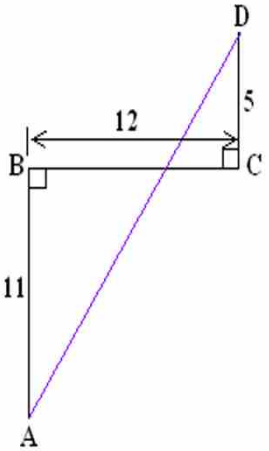
$AC^2 = 36$

$AC^2 = 6x6$

$AC = 6$

ดังนั้น ปลายบนของบันไดอยู่ห่างจากพื้น 6 เมตร

ตัวอย่างที่ 2 ลูกเสือกองหนึ่งออกเดินทางไปยังที่พักแรมแห่งหนึ่ง ตามแผนผังการเดินทาง จะต้องเดินตรง ๆ ไปทางทิศเหนือของโรงเรียน 11 กิโลเมตรเลี้ยวขวาตรงไปทางทิศตะวันออก 12 กิโลเมตร แล้วตรงขึ้นไปทางทิศเหนืออีก 5 กิโลเมตร จึงจะถึงที่พัก อยากทราบว่าที่พักโรงแรมอยู่ห่างจากโรงเรียนกี่กิโลเมตร



วิธีทำ

AB แทนระยะทางห่างจากโรงเรียนไปทางทิศเหนือ 11 กิโลเมตร

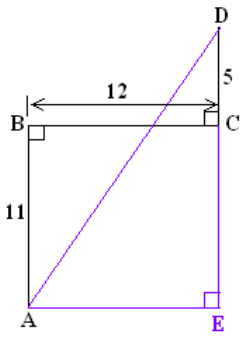
BC แทนระยะห่างจาก B ไปทางทิศตะวันออก

12 กิโลเมตร

CD แทนระยะห่างจาก C ไปทางทิศเหนือ 5 กิโลเมตร

AD แทนระยะห่างจากโรงเรียนถึงที่พักโรงแรม

ต่อ $\overline{DC}$ ไปทาง C พบเส้นที่ลากจาก A ขนานกับ $\overline{BC}$ ที่ E จะได้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ABCE และรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ADE ที่มี มุม E เป็นมุมฉาก



ดังนั้น $AD^2 = AE^2 + DE^2$

แต่ $AE = BC = 12$

และ $DE = DC + CE$

$= DC + AB$ (เพราะ $CE = AE$)

$= 5 + 11$

$= 16$

ดังนั้น $AD^2 = 12^2 + 16^2$

$= 144 + 256$

$= 400$

$AD = 20$

ฉะนั้น ที่พักโรงแรมอยู่ห่างจากโรงเรียน 20 กิโลเมตร

3. ขั้นสรุป

นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายเพื่อให้ได้ข้อสรุปตามสาระสำคัญดังนี้ ความรู้จากทฤษฎีบทพีทาโกรัสสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยใช้ความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือกำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

4. ขั้นฝึกทักษะ

นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 1.5 เรื่อง การประยุกต์ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนตั้งโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส จากนั้นให้นำไปแลกเปลี่ยนกับเพื่อน

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำใบงานและการทำแบบฝึกทักษะที่ 1.5 เรื่อง การประยุกต์ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
2. แบบฝึกทักษะที่ 1.5 เรื่อง การประยุกต์ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสามเหลี่ยมมุมฉากได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 1.5 เรื่อง การประยุกต์ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส	- แบบฝึกทักษะที่ 1.5 เรื่อง การประยุกต์ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P1) 2. การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 3. การเชื่อมโยง (P3)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1) 2. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2) 3. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 1.5

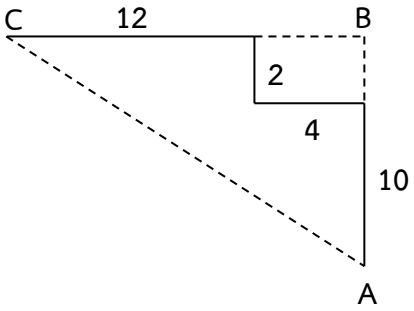
เรื่อง การประยุกต์ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบต่อไปนี้

1. เสกขับรถไปทางทิศเหนือ 10 กิโลเมตร จากนั้นเลี้ยวไปทางทิศตะวันตก 4 กิโลเมตร เลี้ยวไปทางทิศเหนือ 2 กิโลเมตร และเลี้ยวไปทางทิศตะวันตกอีก 12 กิโ ลเมตร เสกจะอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นเท่าใด



.....

.....

.....

.....

.....

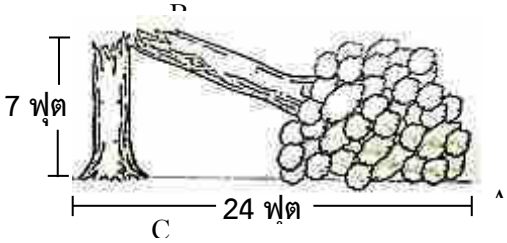
.....

.....

.....

.....

2. ต้นไม้ต้นหนึ่งถูกฟ้าผ่าขณะที่ฝนตก โดยหักออกเป็นสองส่วน ซึ่งท่อนแรกยาว 7 ฟุต และอีกท่อนหนึ่งแตะพื้นดินโดยห่างจากโคนต้น 24 ฟุต ดังรูป จงหาว่าต้นไม้ต้นนี้สูงประมาณเท่าไรก่อนถูกฟ้าผ่า



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 1.5

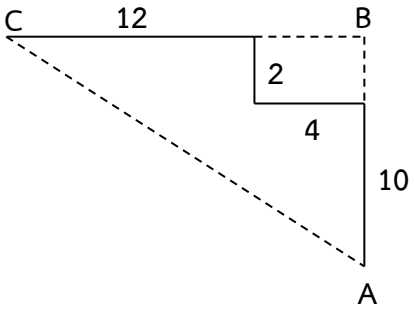
เรื่อง การประยุกต์ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบต่อไปนี้

1. เสกขับรถไปทางทิศเหนือ 10 กิโลเมตร จากนั้นเลี้ยวไปทางทิศตะวันตก 4 กิโลเมตร เลี้ยวไปทางทิศเหนือ 2 กิโลเมตร และเลี้ยวไปทางทิศตะวันตกอีก 12 กิโลเมตร เสกจะอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นเท่าใด



วิธีทำ ให้ AC แทนระยะทางที่เสกอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น

ดังนั้น $AC^2 = AB^2 + CB^2$

เนื่องจาก AB = 10+2 = 12 และ CB = 12+4 = 16

จะได้ $AC^2 = 12^2 + 16^2$

$= 144 + 256$

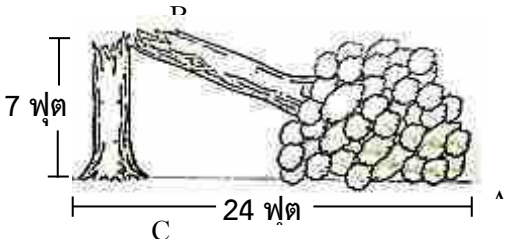
$= 400$

$AC^2 = 20^2$

$AC = 20$

ดังนั้น เสกจะอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น 20 กิโลเมตร

2. ต้นไม้ต้นหนึ่งถูกฟ้าผ่าขณะที่ฝนตก โดยหักออกเป็นสองส่วน ซึ่งท่อนแรกยาว 7 ฟุต และอีกท่อนหนึ่งแตะพื้นดินโดยห่างจากโคนต้น 24 ฟุต ดังรูป จงหาว่าต้นไม้ต้นนี้สูงประมาณเท่าไรก่อนถูกฟ้าผ่า



วิธีทำ 1) หาความยาวของท่อนไม้ที่หักลงแตะพื้น

จะได้ $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$AB^2 = 7^2 + 24^2$

$= 49 + 576$

$= 625$

$AC^2 = 25^2$

$AC = 25$

ดังนั้น เสกจะอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น 25 ฟุต

2) ต้นไม้นี้สูงประมาณ

BC+BA = 7+25

= 32

ดังนั้น ต้นไม้ต้นนี้สูง 31 ฟุต

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส **จำนวน 8 ชั่วโมง**

เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม.2/5 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ายกกำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่ง เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีด้านที่ยาวที่สุดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก ซึ่งเรียกว่า บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. นักเรียนสามารถอธิบายเกี่ยวกับบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. การให้เหตุผล (P4)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่น อย่างสมเหตุสมผล (A4)

สาระการเรียนรู้

ชาวอียิปต์โบราณ เมื่อต้องการชี้แนวเขตที่ดินของตน จะทำการรังวัดโดยใช้เชือกที่มี 11 ปม ระยะห่างระหว่างปมเป็น 1 หน่วยเท่ากันมาขึงเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเป็น 3, 4 และ 5 หน่วย จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีด้านมุมฉากเป็น 5 หน่วย

จากการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้ว่า ถ้าความยาวของด้านทั้งสามด้านของสามเหลี่ยมมีความสัมพันธ์กัน แล้วจะได้เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

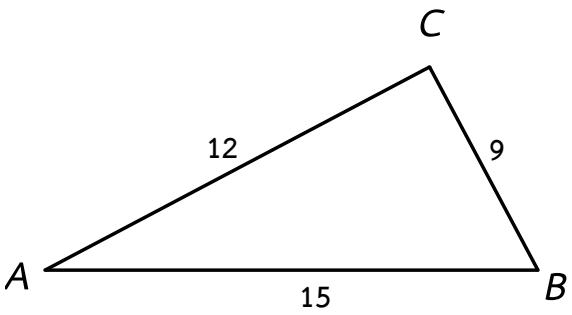
ผลที่เกิดขึ้นสามารถสรุปได้ว่า

ถ้า สามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว a, b และ c หน่วย และ $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้ว่า รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีด้านที่ยาว c หน่วย เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

ข้อสรุปนี้เป็นจริงตามบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส นั่นคือ

สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ายกกำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่ง เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีด้านที่ยาวที่สุดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

ตัวอย่าง รูปสามเหลี่ยม ABC มี $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ และ $\overline{CA}$ ยาว 15, 9 และ 12 หน่วย ตามลำดับ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่



วิธีทำ ให้ a = 9, b = 12 และ c = 15

จะได้ $c^2 = 225$

$a^2 + b^2 = 9^2 + 12^2$

$= 81 + 144$

$= 225$

ดังนั้น $c^2 = a^2 + b^2$

นั่นคือ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ทบทวนเกี่ยวกับทฤษฎีพีทาโกรัส ให้นักเรียนจับกลุ่มละ 3 คน ครูแจกเชือกไหมพรม (ยาว 1 เมตร) กลุ่มละ 1 เส้น ให้นักเรียนขดเชือกเป็นปมจำนวน 13 ปม ที่มีระยะห่างเท่ากัน แล้วให้นักเรียนใช้เชือกไหมพรมที่มี 13 ปม สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยปมแรกจะเชื่อมกับปมสุดท้าย (ปมที่ 13)

1.2 ครูถามนักเรียนว่า “ถ้าให้ระยะห่างระหว่างปม เรียกว่า หน่วย ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากและด้านประกอบมุมฉากยาวกี่หน่วย”

(แนวการตอบ ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 5 หน่วย ด้านประกอบมุมฉากยาว 3 และ 4 หน่วย)

ครูต่อถามว่า “เราสามารถเขียนความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากนี้ได้อย่างไร”

(แนวการตอบ กำลังสองของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก)

และถามต่อว่า “เราเรียกความสัมพันธ์ดังกล่าวว่าอย่างไร”

(แนวการตอบ ทฤษฎีพีทาโกรัส)

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูให้นักเรียนจับคู่

2.2 ให้นักเรียนทำกิจกรรม “สำรวจรูปสามเหลี่ยม” โดยนักเรียนในกลุ่มช่วยกันคิดช่วยกันทำใบกิจกรรมสำรวจรูปสามเหลี่ยม

2.3 สุ่มนักเรียนแต่ละคู่บอกผลการทำกิจกรรมในแต่ละข้อ คู่ละ 1 ข้อ

2.4 ให้นักเรียนตอบคำถามท้ายกิจกรรม ดังนี้

1) นักเรียนคิดว่า รูปสามเหลี่ยมทุกรูปที่มีความสัมพันธ์ของความยาวของด้านเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

(แนวการตอบ ไม่)

2) รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์ของความยาวของด้านเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ ด้านใดยาวที่สุด

(แนวการตอบ ด้าน c)

3) นักเรียนคิดว่า รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์ของความยาวของด้านเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ มุมที่อยู่ตรงข้ามกับด้านที่ยาวที่สุด จะเป็นมุมฉากเสมอหรือไม่

(แนวการตอบ จะเป็นมุมฉากเสมอ)

3. ขั้นสรุป

นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายจากการทำกิจกรรมข้างต้น ซึ่งสามารถสร้างข้อความคาดการณ์ได้ว่า ถ้ารูปสามเหลี่ยม ABC มีด้านตรงข้ามมุม A, B และ C ยาว a, b และ c หน่วยตามลำดับและ $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้ว่า รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีด้านที่ยาว c หน่วย เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

ข้อความคาดการณ์นี้เป็นจริงตาม บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส ที่กล่าวว่า

สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ายกกำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่งเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านอีกสองด้าน แล้วรปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรปสามเหลี่ยมมมฉาก

4. ขั้นฝึกทักษะ

นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 1.6 เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

5.ขั้นนำไปใช้

จากกิจกรรมสำรวจรูปสามเหลี่ยมข้างต้น เมื่อ a, b และ c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุม A, B และ C ของรูปสามเหลี่ยม ABC ตามลำดับ ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้า $c^2 < a^2 + b^2$ แล้ว $A\hat{C}B$ ขนาดน้อยกว่า หรือมากกว่า 90°
2. ถ้า $c^2 > a^2 + b^2$ แล้ว $A\hat{C}B$ ขนาดน้อยกว่า หรือมากกว่า 90°

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำใบกิจกรรมสำรวจรูปสามเหลี่ยม และการทำแบบฝึกทักษะที่ 1.6 เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1.เชือกไหมพรม

2. ใบกิจกรรมสำรวจรูปสามเหลี่ยม

3. แบบฝึกทักษะที่ 1.6 เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

4. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ นักเรียนสามารถอธิบายเกี่ยวกับบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน -ใบกิจกรรมสำรวจรูปสามเหลี่ยม - แบบฝึกทักษะที่ 1.6 เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส	- แแบบฝึกทักษะที่ 1.6 เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. การให้เหตุผล (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่น อย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

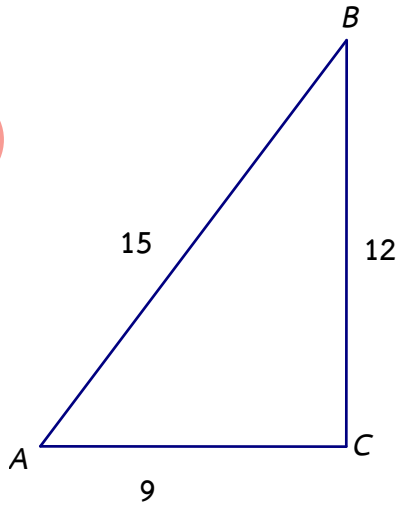
กิจกรรม : สำรวจรูปสามเหลี่ยม

1. กำหนดให้ a, b และ c เป็นความยาวของด้านของ ΔABC ในแต่ละข้อซึ่งกำหนดความยาวไว้ดังรูป ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้และเขียนคำตอบลงในตารางท้ายข้อให้สมบูรณ์

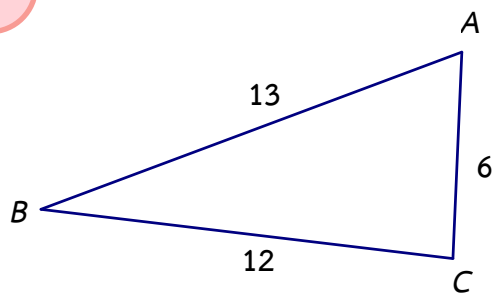
1.1 หาค่า a^2 , b^2 และ c^2 และพิจารณาว่าข้อใดมีความสัมพันธ์ที่เป็น $c^2 = a^2 + b^2$

1.2 วัดขนาดของ $A\hat{C}B$ และพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมในข้อใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

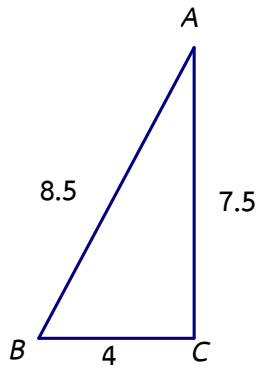
1



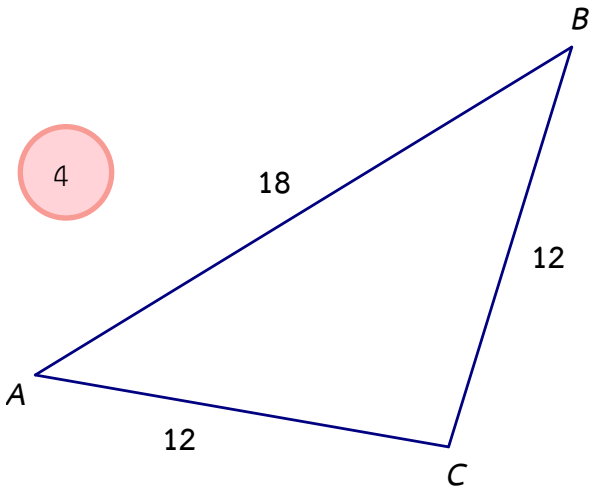
2



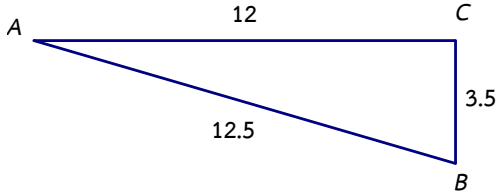
3



4



5



ข้อ	A	b	C	a^2	b^2	c^2	a^2+b^2	$c^2 = a^2+b^2$ หรือไม่		ขนาดของ $A\hat{C}B$ (องศา)	ΔABC เป็น Δมุมฉากหรือไม่	
								เท่า	ไม่เท่า		เป็น	ไม่เป็น
(1)	12	9	15									
(2)	12	6	13									
(3)	4	7.5	8.5									
(4)	12	12	18									
(5)	3.5	12	12.5									

คำถามท้ายกิจกรรม

1) นักเรียนคิดว่า รูปสามเหลี่ยมทุกรูปที่มีความสัมพันธ์ของความยาวของด้านเป็น $c^2= a^2+ b^2$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ .....

2) รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์ของความยาวของด้านเป็น $c^2= a^2+ b^2$ ด้านใดยาวที่สุด .....

3) นักเรียนคิดว่า รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์ของความยาวของด้านเป็น $c^2= a^2+ b^2$ มุมที่อยู่ตรงข้ามกับด้านที่ยาวที่สุด จะเป็นมุมฉากเสมอหรือไม่.....

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

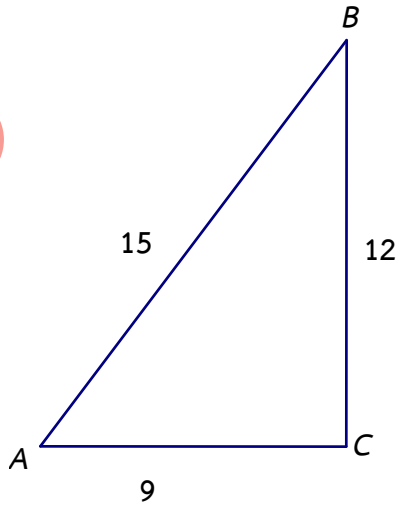
เฉลยกิจกรรม : สำรวจรูปสามเหลี่ยม

1. กำหนดให้ a, b และ c เป็นความยาวของด้านของ ΔABC ในแต่ละข้อซึ่งกำหนดความยาวไว้ดังรูป ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้และเขียนคำตอบลงในตารางท้ายข้อให้สมบูรณ์

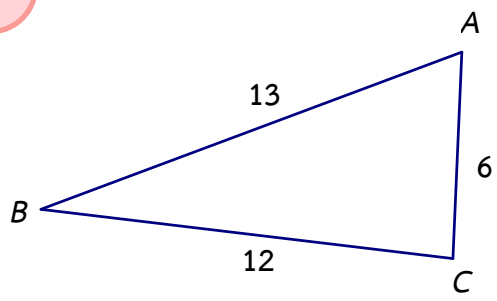
1.1 หาค่า a^2 , b^2 และ c^2 และพิจารณาว่าข้อใดมีความสัมพันธ์ที่เป็น $c^2 = a^2 + b^2$

1.2 วัดขนาดของ $A\hat{C}B$ และพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมในข้อใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

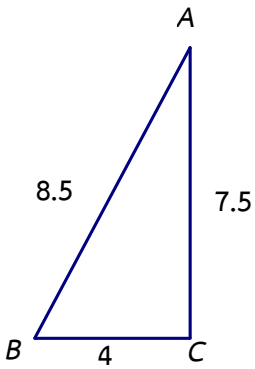
1



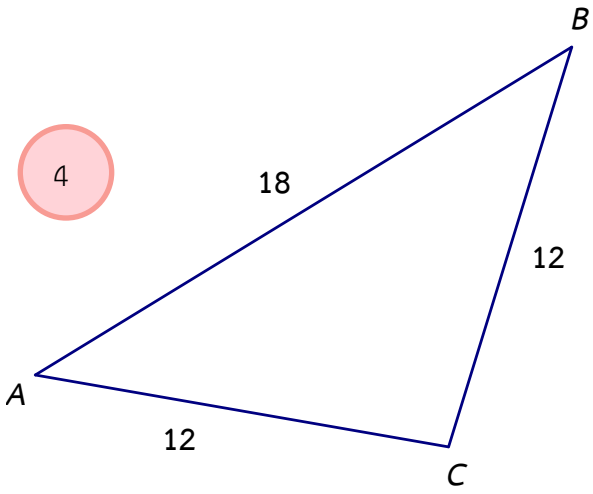
2



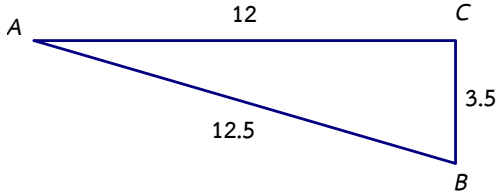
3



4



5



ข้อ	A	b	C	a^2	b^2	c^2	a^2+b^2	$c^2 = a^2+b^2$ หรือไม่		ขนาดของ $A\hat{C}B$ (องศา)	ΔABC เป็น Δมุมฉาก หรือไม่	
								เท่า	ไม่เท่า		เป็น	ไม่เป็น
(1)	12	9	15	144	81	225	225	√		90	√	
(2)	12	6	13	144	36	169	180		√	85.62		√
(3)	4	7.5	8.5	16	56.25	72.25	72.25	√		90	√	
(4)	12	12	18	144	144	324	288		√	97.18		√
(5)	3.5	12	12.5	12.25	144	156.25	156.25	√		90	√	

คำถามท้ายกิจกรรม

1) นักเรียนคิดว่า รูปสามเหลี่ยมทุกรูปที่มีความสัมพันธ์ของความยาวของด้านเป็น $c^2= a^2+ b^2$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ .....

2) รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์ของความยาวของด้านเป็น $c^2= a^2+ b^2$ ด้านใดยาวที่สุด .....

3) นักเรียนคิดว่า รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์ของความยาวของด้านเป็น $c^2= a^2+ b^2$ มุมที่อยู่ตรงข้ามกับด้านที่ยาวที่สุด จะเป็นมุมฉากเสมอหรือไม่.....

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

แบบฝึกทักษะที่ 1.6

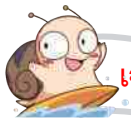
เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง กำหนดความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมต่าง ๆ ดังนี้ จงหาว่ารูปสามเหลี่ยมในข้อใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่าง 3, 4 , 5 **<u>วิธีทำ</u>** ให้ a = 3 , b = 4 และ c $a^2 = 3^2 = 3 \times 3 = 9$ $b^2 = 4^2 = 4 \times 4 = 16$ $c^2 = 5^2 = 5 \times 5 = 25$ จะได้ $a^2 + b^2 = c^2$ ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 3 ,4 และ 5 หน่วย เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	1. 6, 8 , 10 ....
2. 4, 6, 8	3. 8, 10, 12 ....
4. 8, 17, 15	5. 1, 4, 6 ....



เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 1.6

เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง กำหนดความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมต่าง ๆ ดังนี้ จงหาว่ารูปสามเหลี่ยมในข้อใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่าง 3, 4 , 5 **<u>วิธีทำ</u>** ให้ a = 3 , b = 4 และ c = 5 $a^2=3^2=3\times3=9$ $b^2=4^2=4\times4=16$ $c^2=5^2=5\times5=25$ จะได้ $a^2+b^2=c^2$ ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 3 ,4 และ 5 หน่วย เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	1. 6, 8 , 10 **<u>วิธีทำ</u>** ให้ a = 6 , b = 8 และ c = 10 $a^2=6^2=6\times6=36$ $b^2=8^2=8\times8=64$ $c^2=10^2=10\times10=100$ จะได้ $a^2+b^2=c^2$ ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 6 ,8 และ 10 หน่วย เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
2. 4, 6, 8 **<u>วิธีทำ</u>** ให้ a = 4 , b = 6 และ c = 8 $a^2=4^2=4\times4=16$ $b^2=6^2=6\times6=36$ $c^2=8^2=8\times8=64$ จะได้ $a^2+b^2\neq c^2$ ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 4 ,6 และ 8 หน่วย ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	3. 8, 10, 12 **<u>วิธีทำ</u>** ให้ a = 8 , b = 10 และ c = 12 $a^2=8^2=8\times8=64$ $b^2=10^2=10\times10=100$ $c^2=12^2=12\times12=144$ จะได้ $a^2+b^2\neq c^2$ ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 8 ,10 และ 12 หน่วย ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
4. 8, 17, 15 **<u>วิธีทำ</u>** ให้ a = 8 , b = 15 และ c = 17 $a^2=8^2=8\times8=64$ $b^2=15^2=15\times15=225$ $c^2=17^2=17\times17=289$ จะได้ $a^2+b^2=c^2$ ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 8 ,17 และ 15 หน่วย เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	5. 1, 4, 6 **<u>วิธีทำ</u>** ให้ a = 1 , b = 4 และ c = 6 $a^2=1^2=1\times1=1$ $b^2=4^2=4\times4=16$ $c^2=6^2=6\times6=36$ จะได้ $a^2+b^2\neq c^2$ ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 1 ,4 และ 6 หน่วย ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส **จำนวน 8 ชั่วโมง**

เรื่อง การพิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม.2/5 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การพิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส พิสูจน์ได้จาก สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ากำลังสองของความยาวของด้านที่ยาวที่สุด เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของอีกสองด้านที่เหลือ แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. นักเรียนสามารถเขียนแสดงการพิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P1)
2. การเชื่อมโยง (P3)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)
2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)

สาระการเรียนรู้

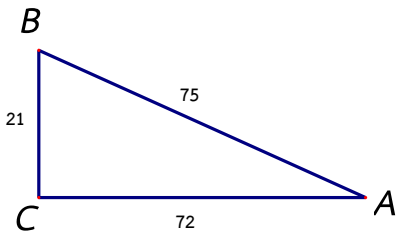
บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ายกกำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่ง เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก นั่นคือ ถ้าทราบว่า C เป็นด้านที่ยาวที่สุดของสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง

หรือกล่าวได้ว่า “สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ากำลังสองของความยาวของด้านที่ยาวที่สุด เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของอีกสองด้านที่เหลือ แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก”

ตัวอย่าง

ΔABC มีด้านยาว 21 เซนติเมตร 72 เซนติเมตร และ 75 เซนติเมตร ดังรูป อยากทราบว่า ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่



วิธีทำ จากรูป ให้ $a = 21$ $b = 72$ $c = 75$

จะได้ $a^2 = 441$ $b^2 = 5,184$ $c^2 = 5,625$

และ $a^2 + b^2 = 441 + 5,184$

$a^2 + b^2 = 5,625$

ดังนั้น $c^2 = a^2 + b^2$

โดยบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส สรุปได้ว่า ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตอบ ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

ทบทวนเกี่ยวกับบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยการถามตอบว่า “ถ้านักเรียนทราบความยาวของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากทั้ง 3 ด้าน นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่”

(แนวการตอบ ได้ โดยใช้บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสช่วยในพิสูจน์)

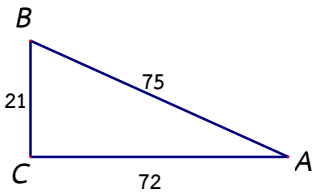
2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูชี้แนะว่า จากตัวอย่างบนกระดานเราสามารถเขียนพิสูจน์ได้ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1

ΔABC มีด้านยาว 21 เซนติเมตร 72 เซนติเมตร และ 75 เซนติเมตร ดังรูป

จงแสดงว่า Δ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



วิธีทำ จากรูป ให้ $a = 21$ $b = 72$ $c = 75$

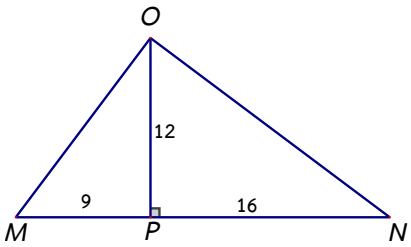
จะได้ $a^2 = 441$ $b^2 = 5,184$ $c^2 = 5,625$

และ $a^2 + b^2 = 441 + 5,184 = 5,625$

ดังนั้น $c^2 = a^2 + b^2$

โดยบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส สรุปได้ว่า ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดรูปสามเหลี่ยม MNO ดังรูป จงแสดงว่า ΔMNO เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



วิธีทำ จากรูป ΔOPN เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $NO^2 = OP^2 + PN^2$

$= 12^2 + 16^2$

$= 144 + 256$

$= 400$

จากรูป ΔMNO เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $OM^2 = MP^2 + PO^2$

$= 9^2 + 12^2$

$= 81 + 144$

$= 225$

เนื่องจาก $OM^2 + NO^2 = 225 + 400$

$= 625$

$MN^2 = (9 + 16)^2$

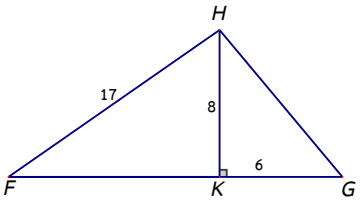
$= 25^2$

$= 625$

ดังนั้น $MN^2 = OM^2 + NO^2$

โดยบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส สรุปได้ว่า ΔMNO เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดรูปสามเหลี่ยม FGH ดังรูป อยากทราบว่า รูปสามเหลี่ยม FGH เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่



วิธีทำ จากรูป ΔHKG เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $GH^2 = HK^2 + KG^2$

$= 8^2 + 6^2$

$= 64 + 36$

$= 100$

ดังนั้น $GH = 10$ หน่วย

จากรูป ΔFKH เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $HF^2 = FK^2 + KH^2$

$17^2 = FK^2 + 8^2$

$FK^2 = 17^2 - 8^2$

$= 225$

ดังนั้น $FK = 15$ หน่วย

เนื่องจาก $FG = FK + KG$

$= 15 + 6$

$= 21$

จะได้ $FG^2 = 21^2 = 441$

และจาก $GH^2 + HF^2 = 10^2 + 17^2$

$= 389$

จะเห็นว่า $FG^2 \neq GH^2 + HF^2$

ดังนั้น ΔFGH ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

3. ขั้นสรุป

นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายจากการทำกิจกรรมเพื่อให้ได้ข้อสรุปตามสาระสำคัญดังนี้ การพิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส พิสูจน์ได้จาก เมื่อกำหนดรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ายกกำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่ง เท่ากับผลบวกของความยาวของด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

4. ขั้นฝึกทักษะ

นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 1.7 เรื่อง การพิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

5.ขั้นนำไปใช้

นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมมา 1 รูป แล้วนำไปแลกเปลี่ยนกับเพื่อนในห้องเพื่อเขียนแสดงการพิสูจน์เกี่ยวกับบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส ลงในสมุด

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำใบกิจกรรม สำรวจรูปสามเหลี่ยม และการทำแบบฝึกทักษะที่ 1.7 เรื่อง การพิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่1.7 เรื่อง การพิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส
2. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ นักเรียนสามารถเขียนแสดงการพิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน -ใบกิจกรรมสำรวจรูปสามเหลี่ยม - แบบฝึกทักษะที่ 1.7 เรื่อง การพิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส	- แแบบฝึกทักษะที่ 1.7 เรื่อง การพิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P1) 2. การเชื่อมโยง (P3)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2) 2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

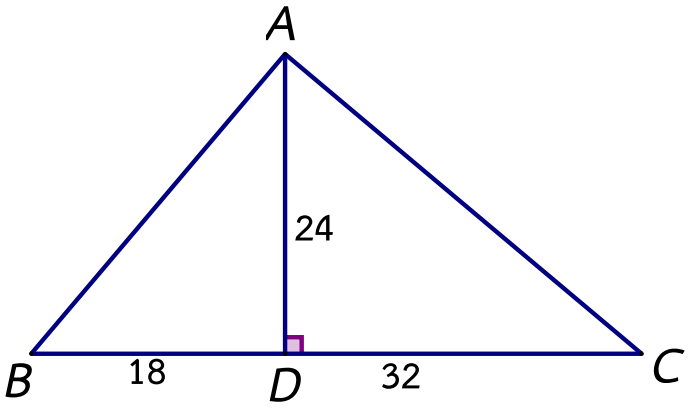
แบบฝึกทักษะที่ 1.7

เรื่อง การพิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง จงแสดงว่า ΔABC ในแต่ละข้อเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

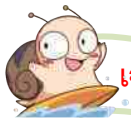
.....

.....

.....

.....

.....



เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 1.7

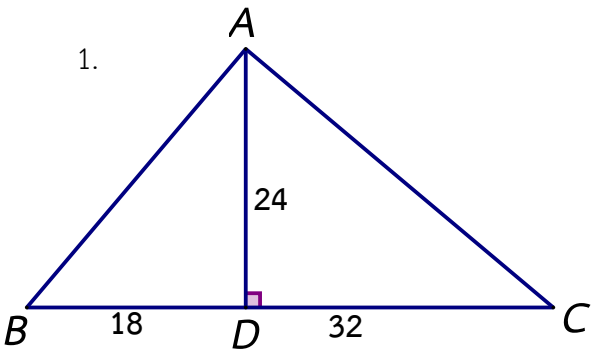
เรื่อง การพิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง จงแสดงว่า ΔABC ในแต่ละข้อเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

1.



<u>วิธีทำ</u> ΔADC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $AC^2 = AD^2 + DC^2$

$= 24^2 + 32^2$

$= (24 \times 24) + (32 \times 32)$

$= 576 + 1{,}024$

$= 1{,}600$

ดังนั้น $AC^2 = 1{,}600$

ΔADB เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $AB^2 = AD^2 + BD^2$

$= 24^2 + 18^2$

$= 576 + 324$

$= 900$

ดังนั้น $AB^2 = 900$

เมื่อพิจารณา ΔABC

จะได้ $AB^2 + AC^2 = 900 + 1{,}600 = 2{,}500$

และ $BC = 18 + 32 = 50$

จะได้ $BC^2 = 50^2 = 2{,}500$

ดังนั้น $BC^2 = AB^2 + AC^2$

นั่นคือ ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี $B\hat{A}C$ เป็นมุมฉาก

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส **จำนวน 8 ชั่วโมง**

เรื่อง การนำบทกลับของทฤษฎีพีทาโกรัสไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม.2/5 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

บทกลับของทฤษฎีพีทาโกรัส สามารถนำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาโดยพิจารณาจากสำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ายกกำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่ง เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. นำบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P1)
2. การเชื่อมโยง (P3)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)
2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)

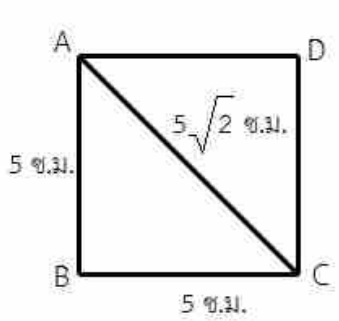
สาระการเรียนรู้

บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะกล่าวว่า

สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ายกกำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่ง เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

เราสามารถนำความรู้เรื่องบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ เช่น

ตัวอย่างที่ 1 จากรูปกำหนดรูปสี่เหลี่ยม ABCD จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมรูปนี้



วิธีทำ พิจารณา รูปสามเหลี่ยม ABC

จะได้ $AC^2 = \left(5\sqrt{2}\right)^2 = \left(5 \times 5 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}\right)$

$= \left(5 \times 5 \times 2\right) = 50$

และ $AB^2 + BC^2 = 5^2 + 5^2 = 50$

ดังนั้น $AC^2 = AB^2 + BC^2$

นั่นคือ รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น พื้นที่ของ □ ABCD = ด้าน x ด้าน

แทนค่า = 5 x 5

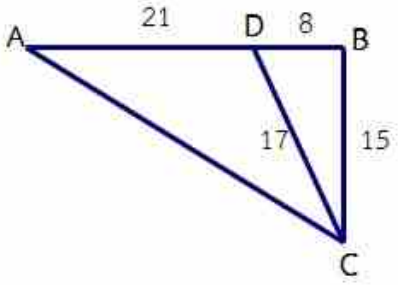
= 25 ตารางเซนติเมตร

ดังนั้น พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABCD เท่ากับ 25 ตารางเซนติเมตร

ตอบ 25 ตารางเซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $AD = 21,\ DB = 8,\ DC = 17$ และ $BC = 15$

จากรูปจงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ADC



วิธีทำ พิจารณารูปสามเหลี่ยม DBC

จะได้ $DC^2 = 17^2 = 289$

และ $DB^2 + BC^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$

ดังนั้น $DC^2 = DB^2 + BC^2$

นั่นคือ รูปสามเหลี่ยม DBC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ซึ่งทำให้ รูปสามเหลี่ยม ADC มีความสูงเท่ากับ BC = 15

ดังนั้น พื้นที่ $\Delta ADC = \frac{1}{2} \times$ ความสง $\times$ ูความยาวฐาน

แทนค่า $= \frac{1}{2} \times BC \times AD$

$= \frac{1}{2} \times 15 \times 21$

$=$ 157.5 ตารางหน่วย

ดังนั้น พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ADC เท่ากับ 157.5 ตารางหน่วย

ตอบ 157.5 ตารางหน่วย

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

ทบทวนเกี่ยวกับบทกลับของทฤษฎีพีทาโกรัส ครูวาดรูปสามเหลี่ยม ABC บนกระดานพร้อมกำหนดความยาวของด้านทั้งสามที่มีความยาวแต่ละด้านคือ 5, 12 และ 13 ครูถามนักเรียนว่า “รูปสามเหลี่ยมบนกระดานเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่”

(แนวการตอบ เป็น)

ถามต่อว่า “นักเรียนทราบได้อย่างไร”

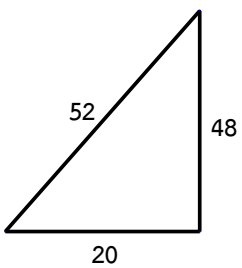
(แนวการตอบ ใช้บทกลับของทฤษฎีพีทาโกรัส)

จากนั้นขออาสาสมัครนักเรียนออกมาแสดงวิธีคิดบนกระดาน โดยให้นักเรียนในห้องที่เหลือตรวจสอบช่วยกัน

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน ครูชี้แนะว่า จากรูปที่ครูวาดบนกระดานเป็นโจทย์ปัญหาที่เป็นรูปภาพชัดเจน ต่อไปจะเป็นโจทย์ในลักษณะข้อความ เช่น

ตัวอย่างที่ 1 รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาว 20, 48 และ 52 เซนติเมตร จะมีพื้นที่กับกี่ตารางเซนติเมตร



วิธีทำ ให้ $a = 20$ $b = 48$ $c = 52$

จะได้ $a^2 = 400$ $b^2 = 2,304$ $c^2 = 2,704$

และ $a^2 + b^2 = 400 + 2,304 = 2,704$

ดังนั้น $c^2 = a^2 + b^2$

โดยบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สรุปได้ว่า ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จากสูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้

พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม $= \frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ สูง

$= \frac{1}{2} \times 20 \times 48$

= 480 ตารางเซนติเมตร

<u>ตอบ</u> รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาว 20, 48 และ 52 เซนติเมตร มีพื้นที่ 480 ตารางเซนติเมตร

2.2 ครูติดแผ่นโจทย์ปัญหาไว้บนกระดาน ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมารับกระดาษปรู๊ฟ แล้วให้หาคำตอบของโจทย์ปัญหา ครูสุ่มกลุ่มออกมานำเสนอ

3. ขั้นสรุป

นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายจากการทำกิจกรรมเพื่อให้ได้ข้อสรุปตามสาระสำคัญดังนี้ บทกลับของทฤษฎีพีทาโกรัส สามารถนำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา โดยพิจารณาจากสำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ายกกำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่ง เท่ากับผลบวกของความยาวของด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 1.8 เรื่อง การนำบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

5.ขั้นนำไปใช้

นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.2 ในหนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะ1.8 เรื่อง การนำบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา และนักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.2 ในหนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. แผ่นโจทย์ปัญหา (เขียนโจทย์ปัญหาในกระดาษกระดาษฟลิปชาร์ท)
2. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1
3. แบบฝึกทักษะที่ 8 เรื่อง การนำบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ นักเรียนสามารถเขียนแสดงการพิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน -ใบกิจกรรมสำรวจรูปสามเหลี่ยม - 1.8 เรื่อง การนำบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา	- แแบบฝึกทักษะที่ 1.8 เรื่อง การนำบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P1) 2. การเชื่อมโยง (P3)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2) 2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แผ่นโจทย์ปัญหา

$\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง มี $\overline{BD}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AC}$,

AB = 12 นิ้ว, BC = 9 นิ้ว และ CA = 15 นิ้ว

จงหาส่วนสูง BD ว่ายาวเท่าไร

แบบฝึกทักษะที่ 1.8

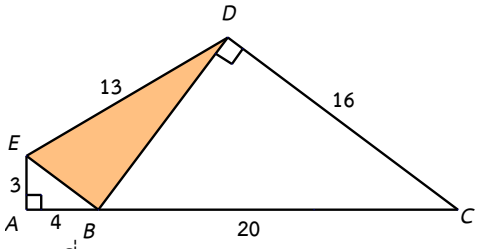
เรื่อง การนำบทกลับของทฤษฎีพีทาโกรัสไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง จากโจทย์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงแสดงวิธีทำ

1) จากรูป กำหนดให้ AB = 4 นิ้ว AE = 3 นิ้ว BC = 20 นิ้ว DC = 16 นิ้ว และ DE = 13 นิ้ว จงหาว่า ΔEBD เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด และมีพื้นที่เท่าไร



<u>วิธีทำ</u> จากรูป ΔABE เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ BE^2 = $AB^2 + AE^2$ = ... = ... = ...

ดังนั้น BE = ... หน่วย

จากรูป ΔBCD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ BD^2 = $BC^2 - DC^2$ = ... = ... = ...

ดังนั้น BD = ... หน่วย

ตรวจสอบชนิดของ ΔEBD

เนื่องจาก BD^2 = ...

$BE^2 + DE^2$ = ... = ... = ...

จะเห็นว่า BD^2 ..... $BE^2 + DE^2$

ดังนั้น ΔEBD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

หาพื้นที่ของ ΔEBD

จากสูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้

พื้นที่ของ ΔEBD = $\frac{1}{2}$ × ฐาน × สูง

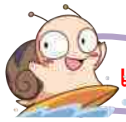
= $\frac{1}{2}$ ×.....×.....

= $\frac{1}{2}$ ×.....×.....

= .....

ดังนั้น ΔEBD มีพื้นที่.....

<u>ตอบ</u> .....



เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 1.8

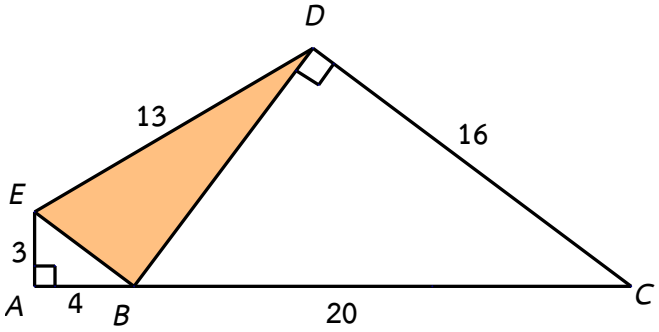
เรื่อง การนำบทกลับของทฤษฎีพีทาโกรัสไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง จากโจทย์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงแสดงวิธีทำ

1. จากรูป กำหนดให้ AB = 4 นิ้ว AE = 3 นิ้ว BC = 20 นิ้ว DC = 16 นิ้ว และ DE = 13 นิ้ว จงหาว่า ΔEBD เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด และมีพื้นที่เท่าไร



วิธีทำ จากรูป ΔABE เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $BE^2 = AB^2 + AE^2 = 3^2+4^2 = 9+16 = 25$

ดังนั้น $BE = 5$ หน่วย

จากรูป ΔBCD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $BD^2 = BC^2 - DC^2 = 20^2-16^2 = 400 - 256 = 144$

ดังนั้น $BD = 12$ หน่วย

ตรวจสอบชนิดของ ΔEBD

เนื่องจาก $BD^2 = 144$

$DE^2 - BE^2 = 13^2 - 25 = 169-25 = 144$

จะเห็นว่า $BD^2 = BE^2 + DE^2$

ดังนั้น ΔEBD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

หาพื้นที่ของ ΔEBD

จากสูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้

$$\text{พื้นที่ของ } \Delta EBD = \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$$

$$= \frac{1}{2} \times BE \times BD$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 12$$

$$= 30 \text{ ตารางนิ้ว}$$

ดังนั้น ΔEBD มีพื้นที่ 30 ตารางนิ้ว

ตอบ ΔEBD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และมีพื้นที่ 30 ตารางนิ้ว

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง **จำนวน 14 ชั่วโมง**

เรื่อง การเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำ **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.2/2 เข้าใจจำนวนจริงและความสัมพันธ์ของจำนวนจริง และใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

เศษส่วนใด ๆ $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็ม ที่ b ไม่เท่ากับศูนย์ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมได้ โดยการนำตัวส่วนไปหารตัวเศษ

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. เขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยมได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. การให้เหตุผล (P4)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

สาระการเรียนรู้

เศษส่วนใด ๆ $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็ม ที่ b ไม่เท่ากับศูนย์ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมได้ โดยการนำตัวส่วนไปหารตัวเศษ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

1. $\frac{9}{4}$

<u>วิธีทำ</u>
$$4\overline{)9.00}\quad 2.25$$
$$\begin{array}{r} \underline{8} \\ 10 \\ \underline{8} \\ 20 \\ \underline{20} \\ \end{array}$$

ดังนั้น $\frac{9}{4} = 2.25$ หรือ $2.25000\ldots$ หรือ $2.25\dot{0}$

นอกจากการใช้จุดบนตัวเลขแสดงทศนิยมซ้ำแล้ว ยังอาจใช้สัญลักษณ์อื่น ๆ แทนทศนิยมซ้ำดังนี้

$0.85\ddot{3}$ อาจเขียนเป็น

$0.8\overline{53}$ หรือ $0.8\widehat{53}$ หรือ 0.8(53)

2. $-\frac{7}{11}$

<u>วิธีทำ</u>
$$11\overline{)7.0000\ldots}\quad 0.6363\ldots$$
$$\begin{array}{r} \underline{66} \\ 40 \\ \underline{33} \\ 70 \\ \underline{66} \\ 40 \\ \underline{33} \\ 7 \\ \vdots \end{array}$$

ดังนั้น $-\frac{7}{11} = -0.6363\ldots$ หรือ $-0.6\dot{3}\dot{6}$

จากทศนิยมข้างต้นนี้ เรียกว่า ทศนิยมซ้ำ เราสามารถจัดทศนิยมซ้ำเป็นสองกลุ่ม ดังนี้

1. ทศนิยมซ้ำศูนย์

เช่น $0.625\dot{0}, 0.2\dot{0}, 1.28\dot{0}$

ในกลุ่มนี้ไม่นิยมเขียนตัวซ้ำศูนย์ เช่น

$0.3\dot{0}$ เขียนเป็น 0.3

$2.65\dot{0}$ เขียนเป็น 2.65

$-1.8352\dot{0}$ เขียนเป็น -1.8352

2. ทศนิยมซ้ำที่ไม่ใช่ทศนิยมซ้ำศูนย์

เช่น $0.29\ddot{7}, 5.\dot{3}87\dot{4}, 1.1\dot{8}, -2.06\dot{3}, -2.1\dot{3}2\dot{7}$, และ $12.6423\dot{8}5\dot{1}$

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1. ทบทวนความรู้เรื่องเศษส่วนและทศนิยม โดยแบ่งกลุ่มให้นักเรียน กลุ่มละ 5 คน แบบคละความสามารถ (เก่ง ปานกลาง อ่อน)

1.2. แจกบัตรเศษส่วนและบัตรทศนิยมให้นักเรียนกลุ่มละ 1 บัตร

1.3. ครูถามคำถามเกี่ยวกับบัตรจำนวนที่นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ว่าบัตรจำนวนสองบัตรนั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

1.4. ให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกอธิบายความสัมพันธ์ของบัตรจำนวนที่ได้ ครูให้ลายเซ็นกับตัวแทนกลุ่มที่ออกมาอธิบาย

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูสนทนาและซักถามนักเรียนว่า “เราสามารถเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยมได้หรือไม่อย่างไร”

(แนวการตอบ ได้ โดยการนำตัวส่วนไปหารตัวเศษ)

2.2 ครูสุ่มบัตรจำนวนจริงที่เป็นเศษส่วนมา 5 บัตร แล้วให้ตัวแทนนักเรียนออกมาแสดงวิธีการเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยม

ตัวอย่าง

1) $\frac{7}{4}$ 2) $\frac{11}{15}$ 3) $-\frac{25}{33}$ 4) $-\frac{11}{37}$ 5) $\frac{29}{55}$

วิธีทำ 1) $\frac{7}{4}$

$$
\begin{array}{r}
1.75 \\
4\overline{)7.00} \\
\underline{4} \\
30 \\
\underline{28} \\
20 \\
\underline{20} \\
0
\end{array}
$$

ดังนั้น $\frac{7}{4}$ = 1.75 หรือ 1.75000...

2) $\frac{11}{15}$

$$
\begin{array}{r}
0.7333... \\
15\overline{)11.0000...} \\
\underline{105} \\
50 \\
\underline{45} \\
50 \\
\underline{45} \\
50 \\
\underline{45} \\
5 \\
\vdots
\end{array}
$$

ดังนั้น $\frac{11}{15}$ = 0.7333...

3) $-\frac{25}{33}$

$$
\begin{array}{r}
0.7575... \\
33\overline{)25.0000...} \\
231 \\
190 \\
\underline{165} \\
250 \\
\underline{231} \\
190 \\
\underline{165} \\
25 \\
\vdots
\end{array}
$$

ดังนั้น $-\frac{25}{33}$ = - 0.7575...

4) $-\frac{11}{37}$

$$
\begin{array}{r}
0.297297... \\
37\overline{)11.000000...} \\
\underline{74} \\
360 \\
\underline{333} \\
270 \\
\underline{259} \\
110 \\
\underline{74} \\
360 \\
\underline{333} \\
270 \\
\underline{259} \\
11 \\
\vdots
\end{array}
$$

ดังนั้น $-\frac{11}{37}$ = - 0.297297...

5) $\frac{29}{55}$

$$
\begin{array}{r}
0.52727... \\
55\overline{)29.00000...} \\
\underline{275} \\
150 \\
\underline{111} \\
400 \\
\underline{385} \\
150 \\
\underline{111} \\
400 \\
\underline{385} \\
15 \\
\vdots
\end{array}
$$

ดังนั้น $\frac{29}{55}$ = - 0.52727...

ตัวอย่างดังกล่าว สามารถเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูป**ทศนิยมซ้ำ** ได้ดังนี้

1) $\frac{7}{4}$ = 1.75000... หรือ $1.75\dot{0}$

2) $\frac{11}{15}$ = 0.7333... หรือ $0.7\dot{3}$

3) $-\frac{25}{33}$ = - 0.7575... หรือ $-0.\dot{7}\dot{5}$

4) $-\frac{11}{37}$ = - 0.297297... หรือ $-0.\dot{2}9\dot{7}$

5) $\frac{29}{55}$ = 0.52727... หรือ $0.5\dot{2}\dot{7}$

ทศนิยมซ้ำ ซึ่งสามารถจัดทศนิยมซ้ำเป็น 2 กลุ่ม ดังนี้

1) ทศนิยมซ้ำศูนย์หรือทศนิยมรู้จบ ซึ่งไม่นิยมเขียนตัวซ้ำศูนย์ เช่น

$1.75\dot{0}$	เขียนเป็น	1.75
$0.5\dot{0}$	เขียนเป็น	0.5
$-0.625\dot{0}$	เขียนเป็น	- 0.625
$-2.25\dot{0}$	เขียนเป็น	- 2.25

2) ทศนิยมซ้ำที่ไม่ใช่ทศนิยมซ้ำศูนย์ ซึ่งไม่สามารถบอกจำนวนเลขโดดหลังจุดทศนิยมได้ แต่สามารถบอกทศนิยมตัวต่อไปได้ เช่น

0.7333... เขียนเป็น $0.7\dot{3}$ อ่านว่า ศูนย์จุดเจ็ดสามสามซ้ำ

- 0.757575... เขียนเป็น $-0.\dot{7}\dot{5}$ อ่านว่า ลบศูนย์จุดเจ็ดห้าเจ็ดห้าซ้ำ

- 0.297297 เขียนเป็น $-0.\dot{2}9\dot{7}$ อ่านว่า ลบศูนย์จุดสองเก้าเจ็ดสองเก้าเจ็ดซ้ำ

0.5272727 เขียนเป็น $0.5\dot{2}\dot{7}$ อ่านว่า ศูนย์จุดห้าสองเจ็ดสองเจ็ดซ้ำ

3. ขั้นสรุป

นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายจากการทำกิจกรรมเพื่อให้ได้ข้อสรุปตามสาระสำคัญดังนี้ “การเปลี่ยนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำทำได้โดยนำตัวส่วนมาหารตัวเศษ”

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 2.1 เรื่อง การเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำ

5.ขั้นนำไปใช้

นักเรียนและครูสนทนาเกี่ยวกับการนำความรู้ เรื่อง การเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยม ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างไรบ้าง

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะ 2.1 เรื่อง การเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำ

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1.บัตรเศษส่วน

2.บัตรทศนิยม

3.บัตรจำนวนจริงที่เป็นเศษส่วน

4.แบบฝึกทักษะที่ 2.1 เรื่องการเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำ

5.หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยมได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 2.1 เรื่องการเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำ	- แบบฝึกทักษะที่ 2.1 เรื่องการเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. การให้เหตุผล (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

บัตรเศษส่วน

$$\frac{4}{5}$$

บัตรทศนิยม

0.8

บัตรจำนวนจริงที่เป็นเศษส่วน

$\frac{7}{4}$

$\frac{11}{15}$

$-\frac{25}{33}$

$-\frac{11}{37}$

$\frac{29}{55}$

แบบฝึกทักษะที่ 2.1

เรื่อง การเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำ

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

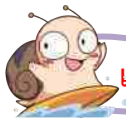
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง : ตอนที่ 1 ให้นักเรียนเขียนเศษส่วนต่อไปนี้ ให้อยู่ในรูปทศนิยม

1) $\frac{9}{4}$ 2) $-\frac{7}{11}$

ตอนที่ 2 จงเติมคำในช่องว่างให้ถูกต้อง

1. $0.\dot{1}$ อ่านว่า .....
2. $-0.6\dot{5}$ อ่านว่า .....
3. $0.8\dot{1}\dot{5}$ อ่านว่า .....
4. $-0.\dot{2}\dot{9}$ อ่านว่า .....
5. $1.\dot{2}0\dot{3}$ อ่านว่า .....
6. ..... อ่านว่า ลบสามจุดสองสองซ้ำ
7. ..... อ่านว่า ศูนย์จุดสี่เก้าเก้าซ้ำ
8. ..... อ่านว่า ลบศูนย์จุดห้าหกหนึ่งสองหนึ่งสองซ้ำ
9. ..... อ่านว่า หนึ่งจุดเก้าสามหกเก้าสามหกซ้ำ
10. ..... อ่านว่า ศูนย์จุดห้าสี่สามสองหนึ่งสี่สามสองหนึ่งซ้ำ



เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 2.1

เรื่อง การเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำ

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง : ตอนที่ 1 ให้นักเรียนเขียนเศษส่วนต่อไปนี้ ให้อยู่ในรูปทศนิยม

1) $\frac{9}{4}$

วิธีทำ
$$\begin{array}{r} 2.25 \\ 4\overline{)9.00} \\ \underline{8} \\ 10 \\ \underline{8} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

ดังนั้น $\frac{9}{4} = 2.25$

2) $-\frac{7}{11}$

วิธีทำ
$$\begin{array}{r} 0.6363... \\ 11\overline{)7.0000...} \\ \underline{66} \\ 40 \\ \underline{33} \\ 70 \\ \underline{66} \\ 40 \\ \underline{33} \\ 7 \\ \vdots \end{array}$$

ดังนั้น $-\frac{7}{11} = -0.6363...$ หรือ $-0.\dot{6}\dot{3}$

ตอนที่ 2 จงเติมคำในช่องว่างให้ถูกต้อง

1. $0.\dot{1}$ อ่านว่า ศูนย์จุดหนึ่งหนึ่งซ้ำ
2. $-0.6\dot{5}$ อ่านว่า ลบศูนย์จุดหกห้าห้าซ้ำ
3. $0.8\dot{1}\dot{5}$ อ่านว่า ศูนย์จุดแปดหนึ่งห้าหนึ่งห้าซ้ำ
4. $-0.\dot{2}\dot{9}$ อ่านว่า ลบศูนย์จุดสองเก้าสองเก้าซ้ำ
5. $1.\dot{2}0\dot{3}$ อ่านว่า หนึ่งจุดสองศูนย์สามสองศูนย์สามซ้ำ
6. $-3.\dot{2}$ อ่านว่า ลบสามจุดสองสองซ้ำ
7. $0.4\dot{9}$ อ่านว่า ศูนย์จุดสี่เก้าเก้าซ้ำ
8. $-0.56\dot{1}\dot{2}$ อ่านว่า ลบศูนย์จุดห้าหกหนึ่งสองหนึ่งสองซ้ำ
9. $1.\dot{9}3\dot{6}$ อ่านว่า หนึ่งจุดเก้าสามหกเก้าสามหกซ้ำ
10. $0.5\dot{4}32\dot{1}$ อ่านว่า ศูนย์จุดห้าสี่สามสองหนึ่งสี่สามสองหนึ่งซ้ำ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง **จำนวน 14 ชั่วโมง**

เรื่อง การเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.2/2 เข้าใจจำนวนจริงและความสัมพันธ์ของจำนวนจริง และใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

ขั้นตอนการเปลี่ยนทศนิยมซ้ำเป็นเศษส่วน ดังนี้

(1) กำหนดให้ N แทนทศนิยมทั้งหมด

(2) คูณ N ด้วย 10 ยกกำลังเท่ากับจำนวนตำแหน่งทศนิยมทั้งหมด

(3) คูณ N ด้วย 10 ยกกำลังเท่ากับจำนวนตำแหน่งทศนิยมที่ไม่ซ้ำ

(4) นำสมการใน ข้อ 2) ลบด้วยสมการใน ข้อ 3)

(5) หาค่า N

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. เขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. การให้เหตุผล (P4)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

สาระการเรียนรู้

สำหรับทศนิยมซ้ำอื่น ๆ ที่ไม่ใช่ทศนิยมซ้ำศูนย์ อาจเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียน $0.\dot{6}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วน

<u>วิธีทำ</u> ให้ $N = 0.\dot{6}$

ดังนั้น $N = 0.666...$ _____ **1**

1 x 10 ;

จะได้ $10N = 10 \times 0.666...$

หรือ $10N = 6.666...$ _____ **2**

2 – 1 ;

จะได้ $10N = (0.666...) - (0.666...)$

$9N = 6$

ดังนั้น $N = \frac{6}{9}$

นั่นคือ $0.\dot{6} = \frac{6}{9}$ หรือ $\frac{2}{3}$

<u>ตอบ</u> $\frac{2}{3}$

1 x 10 หมายถึง นำ 10 ไปคูณกับจำนวนที่อยู่ทั้งสองข้างของเครื่องหมายเท่ากับของสมการ **1**

เมื่อคูณทศนิยมด้วย 10 จุดทศนิยมจะเลื่อนไปทางขวาหนึ่งตำแหน่ง

2 - 1 หมายถึง นำจำนวนที่อยู่ข้างเดียวกันของเครื่องหมายเท่ากับของสมการ **2** ลบด้วยของสมการ **1**

6.666...

–

<u>0.666...</u>

<u>6.000...</u>

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียน $0.7\dot{2}\dot{5}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วน

<u>วิธีทำ</u> ให้ $N = 0.7\dot{2}\dot{5}$

ดังนั้น $N = 0.7252525...$ _____ **1**

1 x 1000 ;

จะได้ $1000N = 1000 \times 0.7252525...$

$1000N = 725.252525...$ _____ **2**

1 x 10 ;

จะได้ $10N = 10 \times 0.7252525...$

$10N = 7.252525....$ _____ **3**

2 – 3 ;

จะได้ $1000N - 10N = (725.2525...) - (7.2525...)$

$990N = 718$

ดังนั้น $N = \frac{718}{990}$

นั่นคือ $0.7\dot{2}\dot{5} = \frac{718}{990}$ หรือ $\frac{359}{459}$

ตอบ $\frac{359}{459}$

ในการแปลงทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วนตามตัวอย่างที่ 2 มีขั้นตอนดังนี้

1. กำหนดตัวแปรแทนทศนิยมซ้ำนั้น เป็นสมการที่ 1
2. คูณสมการที่ 1 ด้วย 10^a เมื่อ a คือ จำนวนเลขโดดหลังจุดทศนิยมที่นับจนถึงตัวสุดท้ายของตัวเลขที่ซ้ำชุดแรก จะได้สมการที่ 2
3. คูณสมาการที่ 1 ด้วย 10^b เมื่อ b คือ จำนวนเลขโดดหลังจุดทศนิยมที่อยู่ก่อนตัวเลขที่ซ้ำชุดแรก จะได้สมการที่ 3
4. นำสมการที่ 2 ลบด้วยสมการที่ 3 เพื่อให้ได้จำนวนเต็ม
5. หาค่าตัวแปรให้อยู่ในรูปเศษส่วน

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

ทบทวนความรู้เดิมเรื่อง การเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำ โดยให้นักเรียนเลือกโจทย์จากแบบฝึกทักษะที่ 2.2 เรื่อง การเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำ มา 2 ข้อ ครูและนักเรียนร่วมกันหาคำตอบ

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับการเปลี่ยนทศนิยมซ้ำศูนย์เป็นเศษส่วน โดยเขียนตัวเลขทศนิยมเป็นเศษ และสำหรับตัวส่วนเป็นเลขยกกำลังฐาน 10 ถ้าเป็นทศนิยม 1 ตำแหน่ง ตัวส่วนเป็น 10^1 ทศนิยม 2 ตำแหน่ง ตัวส่วนเป็น 10^2 แต่สำหรับทศนิยมที่ไม่ได้ซ้ำศูนย์ อาจเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

2.2 ครูยกตัวอย่างที่ 1 บนกระดานดังนี้

จงเขียน $0.\dot{7}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วน

วิธีทำ ให้ $N = 0.\dot{7}$

$N = 0.777\ldots$ _____(1)

นำ 10 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ (1)

จะได้ว่า $10N = 7.777\ldots$ _____ (2)

นำสมการ (2) – สมการ (1)

จะได้ $10N - N = (7.777\ldots) - (0.777\ldots)$

$9N = 7$

$$N = \frac{7}{9}$$

นั่นคือ $0.\dot{7} = \frac{7}{9}$

2.3 ครูยกตัวอย่างที่ 2 บนกระดานดังนี้

จงเขียน $0.\dot{4}\dot{2}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วน

<u>วิธีทำ</u> ให้ $N = 0.\dot{4}\dot{2}$

$N = 0.424242\ldots$ _____(1)

นำ 100 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ (1)

จะได้ว่า $100N = 42.424242\ldots$ _____(2)

นำสมการ (2) - สมการ (1)

จะได้ $100N - N = (42.424242\ldots) - (0.424242\ldots)$

$99N = 42$

$$N = \frac{42}{99} = \frac{14}{33}$$

ดังนั้น $0.\dot{4}\dot{2} = \frac{14}{33}$

2.4 ครูยกตัวอย่างที่ 3 บนกระดานดังนี้

จงเขียน $0.3\dot{4}\dot{8}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วน

<u>วิธีทำ</u> ให้ $N = 0.3\dot{4}\dot{8}$

$N = 0.3484848\ldots$ _____(1)

นำ 1000 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ (1)

จะได้ว่า $1000N = 348.484848\ldots$ _____(2)

นำ 10 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ (1)

จะได้ว่า $10N = 3.484848\ldots$ _____(3)

นำสมการ (2) - สมการ (3)

จะได้ $1000N - 10N = (348.484848\ldots) - (3.484848\ldots)$

$990N = 345$

$$N = \frac{345}{990}$$

ดังนั้น $0.3\dot{4}\dot{8} = \frac{345}{990}$

2.4 ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

2.5 ครูกำหนดโจทย์เกี่ยวกับทศนิยมซ้ำบนกระดาน 3 ข้อ และขออาสาสมัครนักเรียนออกมาแสดงวิธีเปลี่ยนทศนิยมซ้ำให้เป็นเศษส่วน หากไม่มีใครอาสาให้ครูทำการสุ่มนักเรียนตามเลขที่ ขณะที่ตัวแทนนักเรียนออกมาแสดงวิธีทำ ครูช่วยชี้แนะหากพบข้อผิดพลาด

2.6 ครูและนักเรียนที่เหลือเสริมแรงให้เพื่อนด้วยการปรบมือ

3. ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับ ขั้นตอนการเปลี่ยนทศนิยมซ้ำเป็นเศษส่วน ดังนี้

(1) กำหนดให้ N แทนทศนิยมทั้งหมด

(2) คูณ N ด้วย 10 ยกกำลังเท่ากับจำนวนตำแหน่งทศนิยมทั้งหมด

(3) คูณ N ด้วย 10 ยกกำลังเท่ากับจำนวนตำแหน่งทศนิยมที่ไม่ซ้ำ

(4) นำสมการใน ข้อ 2) ลบด้วยสมการใน ข้อ 3)

(5) หาค่า N

4. ขั้นฝึกทักษะ

นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 2.2 เรื่อง การเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนกำหนดทศนิยมซ้ำมาคนละ 1 ข้อ แล้วแลกเปลี่ยนกับเพื่อน จากนั้นแสดงวิธีเปลี่ยนให้เป็นเศษส่วนลงในสมุด

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะ 2.2 เรื่อง การเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 2.2 เรื่อง การเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน

2.หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 2.2 เรื่อง การเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน	- แบบฝึกทักษะที่ 2.2 เรื่อง การเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. การให้เหตุผล (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 2.2

เรื่อง การเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนทศนิยมซ้ำต่อไปนี้ในรูปเศษส่วน

1) $0.\dot{5}\dot{4}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) $0.\dot{1}2\dot{3}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

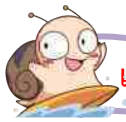
.....

.....

.....

3) $0.1\dot{6}\dot{3}$

4) $2.6\dot{1}$



เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 2.2

เรื่อง การเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนทศนิยมซ้ำต่อไปนี้ในรูปเศษส่วน

1) $0.\dot{5}\dot{4}$

วิธีทำ ให้ $N = 0.\dot{5}\dot{4}$

$N = 0.545454\ldots$ _____(1)

นำ 100 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ (1)

จะได้ว่า $100N = 54.545454\ldots$ _____(2)

นำสมการ (2) - สมการ (1)

จะได้ $100N - N = (54.545454\ldots) - (0.545454\ldots)$

$99N = 54$

$N = \frac{54}{99}$

$N = \frac{6}{11}$

ดังนั้น $0.\dot{5}\dot{4} = \frac{6}{11}$

2) $0.\dot{1}2\dot{3}$

วิธีทำ ให้ $N = 0.\dot{1}2\dot{3}$

$N = 0.123123\ldots$ _____(1)

นำ 1000 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ (1)

จะได้ว่า $1000N = 123.123123\ldots$ _____(2)

นำสมการ (2) - สมการ (1)

จะได้ $1000N - N = (123.123123\ldots) - (0.123123\ldots)$

$999N = 123$

$N = \frac{123}{999}$

$N = \frac{41}{333}$

ดังนั้น $0.\dot{1}2\dot{3} = \frac{41}{333}$

3) $0.1\dot{6}\dot{3}$

<u>วิธีทำ</u> ให้ $N = 0.1\dot{6}\dot{3}$

$N = 0.1636363...$ _____(1)

นำ 1000 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ (1)

จะได้ว่า $1000N = 163.636363...$ _____(2)

นำ 10 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ (1)

จะได้ว่า $10N = 1.636363...$ _____(3)

นำสมการ (2) - สมการ (3) จะได้

$1000N - 10N = 163.636363 - 1.636363$

$990N = 162$

$N = \frac{162}{990}$

$N = \frac{9}{55}$

ดังนั้น $0.1\dot{6}\dot{3} = \frac{9}{55}$

4) $2.6\dot{1}$

<u>วิธีทำ</u> ให้ $N = 2.6\dot{1}$

$N = 2.6111...$ _____(1)

นำ 100 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ (1)

จะได้ว่า $100N = 261.111...$ _____(2)

นำ 10 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ (1)

จะได้ว่า $10N = 26.111...$ _____(3)

นำสมการ (2) - สมการ (3)

จะได้$100N - 10N = (261.111...) - (26.111...)$

$90N = 235$

$N = \frac{235}{90}$

$N = \frac{47}{18}$

$N = 2\frac{11}{18}$

ดังนั้น $2.6\dot{1} = 2\frac{11}{18}$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง **จำนวน 14 ชั่วโมง**

เรื่อง ความหมายของจำนวนตรรกยะ **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.2/2 เข้าใจจำนวนจริงและความสัมพันธ์ของจำนวนจริง และใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

จำนวนที่สามารถเขียนได้ในรูปของเศษส่วนของจำนวนเต็มสองจำนวนที่ตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์ หรือทศนิยมซ้ำได้ เราเรียกจำนวนนั้นว่า “จำนวนตรรกยะ”

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. เขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. การให้เหตุผล (P4)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

สาระการเรียนรู้

จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่เขียนแทนได้ด้วยทศนิยมซ้ำหรือเศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $b \neq 0$

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนเกี่ยวกับการเปลี่ยนเศษส่วนเป็นทศนิยมซ้ำและการเปลี่ยนทศนิยมซ้ำเป็นเศษส่วน

1.2 ครูชูแผ่นป้าย4 แล้วถามนักเรียน ดังนี้

ครู : "นักเรียนเห็นอะไรในแผ่นป้ายนี้บ้าง"

(แนวการตอบ เลขสี่)

ครู : "นักเรียนทราบหรือเปล่าว่าเลขสี่คือจำนวนอะไร"

(แนวการตอบ จำนวนเต็ม จำนวนคู่ จำนวนนับ)

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูชูแผ่นป้าย -11 แล้วให้นักเรียนเปรียบเทียบกับแผ่นป้าย 4 โดยถามว่า "จำนวนทั้งสองเหมือนกัน หรือแตกต่างกันอย่างไร"

(แนวการตอบ ต่างกัน -11 เป็นจำนวนเต็มลบ และเป็นจำนวนคี่ ส่วน 4 เป็น จำนวนเต็มบวกและเป็นจำนวนคู่ แต่ทั้งสองจำนวนเป็นจำนวนเต็มเหมือนกัน)

2.2 ครูถามนักเรียนว่า "จำนวนที่นักเรียนรู้จัก มีเพียงจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบเท่านั้นหรือ" ครู ให้นักเรียนร่วมกันหาคำตอบโดยการอภิปรายจนได้คำตอบว่า มีศูนย์ด้วย

2.3 ครูถามนักเรียนว่า "เมื่อมีจำนวนเต็ม ก็แสดงว่าจะต้องมีจำนวนไม่เต็มด้วยใช่หรือไม่" "นักเรียนคิด ว่าจำนวนที่ไม่ใช่จำนวนเต็มคือจำนวนอะไร" ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย

(ครูอาจจะสุ่มถามนักเรียนทีละคน ซึ่งคำตอบคือทศนิยมและเศษส่วน)

2.4 ครูถามนักเรียนว่า "ทศนิยมกับเศษส่วนเหมือนกันหรือต่างกันอย่างไร และทั้งสองจำนวนนี้ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร" ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย ถ้ายังหาคำตอบไม่ได้ ครูชูแผ่นป้ายสองแผ่นพร้อมกัน ดังนี้ 0.5 กับ $\frac{1}{2}$ แล้วครูถามว่า "จำนวนสองจำนวนนี้มีค่าเท่ากันหรือไม่ ทราบได้อย่างไร" จากนั้นครูชูแผ่นป้ายอีก สองแผ่นพร้อมกันดังนี้ 7 กับ $\frac{4}{2}$ แล้วให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย และหาเหตุผลสรุปว่าทั้งสองจำนวนมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

2.5 ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม “เป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่” เพื่อต้องการให้นักเรียนบอกได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ โดยใช้การยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างเพื่อคาดการณ์หาข้อสรุป ตัวอย่างเช่น

1) $2\frac{1}{2}$ 2) $\frac{32}{14}$

3) $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}$ 4) $3.21-4.01$

5) 0.45 x 0.7 6) $\frac{3}{8} + 3\frac{1}{4}$

7) 5.6 ÷ 1.2 8) $-\frac{3}{5} \div 6$

3. ขั้นสรุป

นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายจากการทำกิจกรรมเพื่อให้ได้ข้อสรุปตามสาระสำคัญดังนี้ จำนวนที่สามารถเขียนได้ในรูปของเศษส่วนของจำนวนเต็มสองจำนวนที่ตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์ หรือทศนิยมซ้ำได้ เราเรียกจำนวนนั้นว่า จำนวนตรรกยะ

4. ขั้นฝึกทักษะ

นักเรียนแต่ละคนทำใบงาน 2.3 เรื่อง ความหมายของจำนวนตรรกยะ

5.ขั้นนำไปใช้

ครูกล่าวถึงสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่เป็นจำนวนตรรกยะในรูปของจำนวนเต็มและเศษส่วนในชีวิตประจำวัน พร้อมให้นักเรียนยกตัวอย่างเพิ่มเติม เช่น

- คนไทยดื่มนมเฉลี่ย 4 ลิตรต่อคนต่อปี
- กรุงเทพมหานครมีพื้นที่ประมาณ 1,569 ตารางกิโลเมตร
- นิดหน่อยมีน้ำมันพืชเหลืออยู่ประมาณ 3 ใน 4 ของขวด

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะ 2.2 เรื่อง การเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. แผ่นป้ายตัวเลข

2.แบบฝึกทักษะที่ 2.3 เรื่อง ความหมายของจำนวนตรรกยะ

3. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 2.2 เรื่อง การเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน	- แบบฝึกทักษะที่ 2.2 เรื่อง การเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. การให้เหตุผล (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

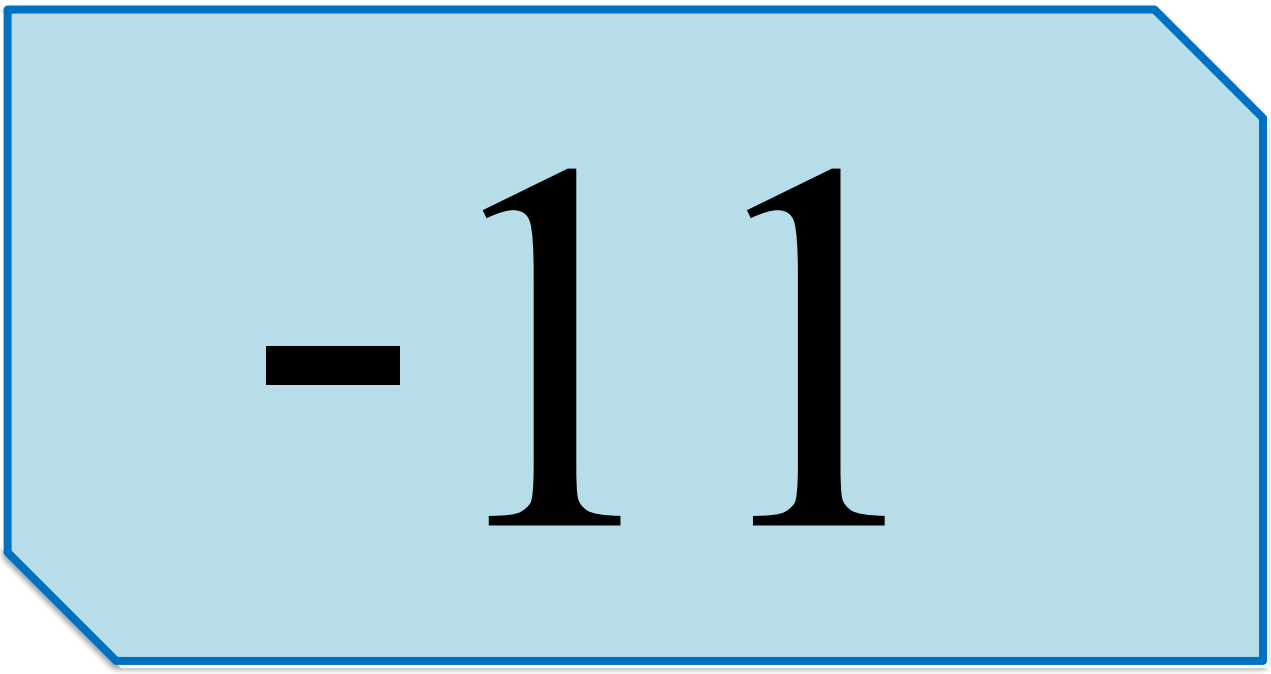
ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แผ่นป้ายตัวเลข



$\frac{1}{2}$

0.5

$$\frac{4}{2}$$

$$7$$

แบบฝึกทักษะที่ 2.3

เรื่อง ความหมายของจำนวนตรรกยะ

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าถูกหรือผิด แล้วใส่เครื่องหมาย ✓ หรือ ✗ หน้าข้อความนั้น

..... 1. จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่สามารถเขียนแทนได้ในรูปทศนิยมหรือเศษส่วน $\frac{a}{b}$ โดยที่ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $b \neq 0$

..... 2. 0.3 เป็นจำนวนตรรกยะ

..... 3. $\frac{4}{5}$ ไม่เป็นจำนวนตรรกยะ

..... 4. ผลบวกหรือผลต่างของจำนวนตรรกยะกับจำนวนตรรกยะ ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นจำนวนตรรกยะเสมอ

..... 5. $1 + \frac{1}{3}$ ผลลัพธ์ที่ได้ไม่เป็นจำนวนตรรกยะ

..... 6. จำนวนเต็มเป็นจำนวนตรรกยะ

..... 7. π เป็นจำนวนตรรกยะ

..... 8. 1.696969... เป็นจำนวนตรรกยะ

..... 9. $-2.8i$ ไม่เป็นจำนวนตรรกยะ

..... 10. จำนวนจริงทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ

จำนวนที่สามารถเขียนได้ในรูปของเศษส่วนของจำนวนเต็มสองจำนวนที่ตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์ หรือทศนิยมซ้ำได้ เราเรียกจำนวนนั้นว่า “จำนวนตรรกยะ”

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 2.3

เรื่อง ความหมายของจำนวนตรรกยะ

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าถูกหรือผิด แล้วใส่เครื่องหมาย ✓ หรือ ✗ หน้าข้อความนั้น

✓ 1. จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่สามารถเขียนแทนได้ในรูปทศนิยมหรือเศษส่วน $\frac{a}{b}$ โดยที่ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $b \neq 0$

✓ 2. 0.3 เป็นจำนวนตรรกยะ

✗ 3. $\frac{4}{5}$ ไม่เป็นจำนวนตรรกยะ

✓ 4. ผลบวกหรือผลต่างของจำนวนตรรกยะกับจำนวนตรรกยะ ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นจำนวนตรรกยะเสมอ

✗ 5. $1 + \frac{1}{3}$ ผลลัพธ์ที่ได้ไม่เป็นจำนวนตรรกยะ

✓ 6. จำนวนเต็มเป็นจำนวนตรรกยะ

✗ 7. π เป็นจำนวนตรรกยะ

✓ 8. 1.696969... เป็นจำนวนตรรกยะ

✗ 9. $-2.8i$ ไม่เป็นจำนวนตรรกยะ

✗ 10. จำนวนจริงทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ

จำนวนที่สามารถเขียนได้ในรูปของเศษส่วนของจำนวนเต็มสองจำนวนที่ตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์ หรือทศนิยมซ้ำได้ เราเรียกจำนวนนั้นว่า “จำนวนตรรกยะ”

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง **จำนวน 14 ชั่วโมง**

เรื่อง ความหมายของจำนวนอตรรกยะ **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.2/2 เข้าใจจำนวนจริงและความสัมพันธ์ของจำนวนจริง และใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

จำนวนที่ไม่สามารถเขียนได้ในรูปเศษส่วนที่เป็นจำนวนเต็ม หรือในรูปทศนิยมซ้ำได้ เราเรียกจำนวนนั้นว่า จำนวนอตรรกยะ

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของรากที่สองของจำนวนจริงได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. การให้เหตุผล (P4)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

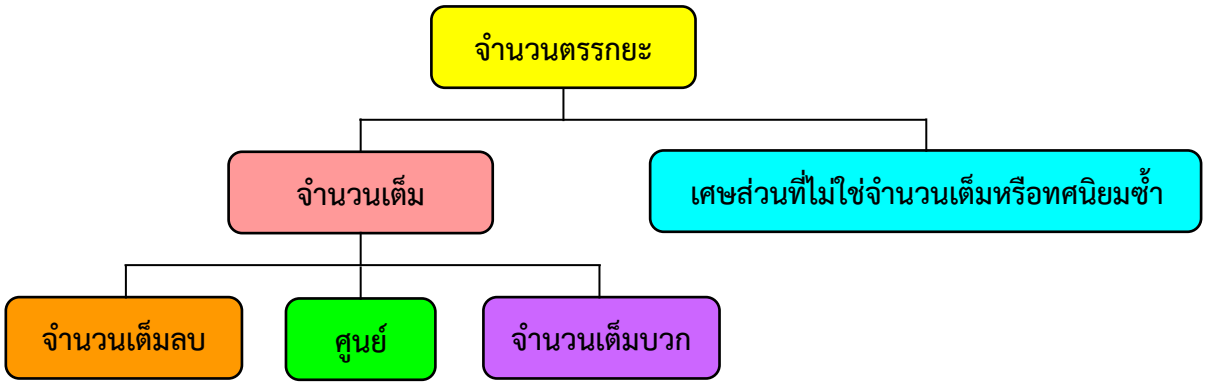
สาระการเรียนรู้

จำนวนที่ไม่สามารถเขียนแทนได้ด้วยทศนิยมซ้ำหรือเศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $b \neq 0$ เรียกว่า จำนวนอตรรกยะ

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนเกี่ยวกับจำนวนจริง โดยครูนำแผ่นโครงสร้างของจำนวนติดบนกระดาน แล้วให้นักเรียนช่วยกันตอบว่าจำนวนจริงประกอบด้วยจำนวนใดบ้าง



1.2 ครูทบทวนเรื่องของจำนวนตรรกยะโดยการถามตอบ เช่น

- จำนวนตรรกยะได้แก่จำนวนใดบ้าง
- ให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างจำนวนตรรกยะ

1.3 ครูกล่าวว่าจำนวนเต็ม เศษส่วน และทศนิยมซ้ำ มีประโยชน์และสามารถนำไปใช้ได้ อย่างกว้างขวาง แต่ยังมีปัญหาหรือสถานการณ์บางอย่างที่ไม่สามารถใช้จำนวนดังกล่าวแทนปริมาณที่ต้องการสื่อได้

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูยกตัวอย่างสถานการณ์ดังนี้

โรงเรียนแห่งหนึ่งต้องการทำสวนหย่อมหน้าโรงเรียนเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยให้มีพื้นที่ขนาด 2 ตารางวา สวนหย่อมนี้จะมีด้านแต่ละด้านยาวเท่าไร

ครูอธิบายว่าพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเท่ากับผลคูณของความยาวของด้าน เมื่อให้ x แทน ความยาวของด้าน จึงได้ว่า

$$x \cdot x = 2*2$$

$$x^2 = 2$$

ดังนั้น การหาความยาวของด้าน จึงเป็นการหาจำนวนที่ยกกำลังสองแล้วได้ 2 โดยเริ่มจากการลองแทนค่า x ด้วยจำนวนเต็มบวก ดังนี้

1)

x	1	2
x^2	1	4

จากตาราง จะได้ว่า x มีค่าอยู่ระหว่าง 1 กับ 2

2) เพื่อหาค่า x เป็นทศนิยมหนึ่งตำแหน่ง จึงแบ่งช่วงระหว่าง 1 กับ 2 ออกเป็นสิบส่วนเท่าๆ กัน แล้วพิจารณาว่า x ควรมีค่าเท่าใด โดยลองแทนค่า x ด้วยทศนิยมหนึ่งตำแหน่งที่อยู่ระหว่าง 1 และ 2 ดังนี้

x	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
x^2	1.21	1.44	1.69	1.96	2.25	2.56	2.89	3.24	3.61

จากตาราง จะได้ว่า x มีค่าอยู่ระหว่าง 1.4 กับ 1.5

3) เพื่อหาค่า x เป็นทศนิยมสองตำแหน่ง จึงแบ่งช่วงระหว่าง 1.4 กับ 1.5 ออกเป็นสิบส่วนเท่าๆ กัน แล้วพิจารณาว่า x ควรมีค่าเท่าใด โดยลองแทนค่า x ด้วยทศนิยมสองตำแหน่งที่อยู่ระหว่าง 1.4 กับ 1.5 ดังนี้

x	1.41	1.42	1.43	1.44	1.45	1.46	1.47	1.48	1.49
x^2	1.9881	2.0164	2.0449	2.0736	2.1025	2.1316	2.1609	2.1904	2.2201

จากตาราง จะได้ว่า x มีค่าอยู่ระหว่าง 1.41 กับ 1.42

4) เพื่อหาค่า x เป็นทศนิยมตำแหน่งถัดๆ ไป จึงทำในทำนองเดียวกัน ดังตารางต่อไปนี้

x	1.411	1.412	1.413	1.414	1.415	...
x^2	1.990921	1.993744	1.996569	1.999396	2.002225	...

จากตาราง จะได้ว่า x มีค่าอยู่ระหว่าง 1.414 กับ 1.415

x	1.4141	1.4142	1.4143	1.4144	1.4145	...
x^2	1.99967881	1.9996164	2.00024449	2.00052736	2.00081025	...

จากตาราง จะได้ว่า x มีค่าอยู่ระหว่าง 1.4142 กับ 1.4143

x	1.41421	1.41422	1.41423	1.41424	1.41425	...
x^2	1.9999899241	2.0000182084	2.0000464929	2.0000747776	2.0001030625	...

จากตาราง จะได้ว่า x มีค่าอยู่ระหว่าง 1.41421 กับ 1.41422

4. ครูอธิบายต่อว่า ถ้าหาค่า x ต่อไปเรื่อย ๆ จะพบว่า ค่าที่ได้นั้นเป็นทศนิยมที่ไม่สิ้นสุด ซึ่งเมื่อใช้เครื่องคำนวณคิด ผลปรากฏว่าได้ค่า x เป็นทศนิยมหลายตำแหน่ง ดังนี้

1.414213562373095048801688724209...

ซึ่งทศนิยมในลักษณะนี้ไม่สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วนหรือทศนิยมซ้ำ

เมื่อไม่สามารถแทน x ได้ด้วยเศษส่วนหรือทศนิยมซ้ำ จึงจำเป็นต้องแทน x ด้วยจำนวนชนิดใหม่โดยใช้เครื่องหมายกรณฑ์ ($\sqrt{}$) ดังนั้นจึงเขียนสัญลักษณ์ $\sqrt{2}$ แทน จำนวนบวกที่ยกกำลังสองแล้วได้ 2 นั่นคือจากปัญหาข้างต้น สวนหย่อมมีด้านแต่ละด้านยาว $\sqrt{2}$ วา

5. ครูกล่าวว่า $\sqrt{2}$ เป็นตัวอย่างของจำนวนที่ไม่สามารถเขียนแทนได้ด้วยทศนิยมซ้ำ จึงไม่สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน ดังนั้น $\sqrt{2}$ จึงไม่ใช่จำนวนตรรกยะ แต่เป็นจำนวนอตรรกยะ

> จำนวนอตรรกยะ (irrational number) คือ จำนวนที่ไม่สามารถเขียนแทนได้ด้วยทศนิยมซ้ำหรือเศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $b \neq 0$

6. ครูยกตัวอย่างจำนวนอตรรกยะเพิ่มเติม เช่น

- 1.234567891011121314...
- 3.4323223222...
- 16.79779777977779...
- -4.399339933399...
- π = 3.141592653589793238462...
- $\sqrt{3}$ = 1.73205080756887...
- $\sqrt{5}$ = 2.23606797749979...
- $\sqrt{7}$ = 2.64575131106459...

เป็นต้น

3. ขั้นสรุป

นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายจากการทำกิจกรรมเพื่อให้ได้ข้อสรุปตามสาระสำคัญดังนี้ จำนวนที่ไม่สามารถเขียนได้ในรูปของ $\frac{a}{b}$ เมื่อกำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนเต็ม และ $b \neq 0$ และไม่สามารถเขียนในรูปทศนิยมซ้ำได้ เราเรียกจำนวนนั้นว่า จำนวนอตรรกยะ

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำใบงาน 2.4 เรื่อง ความหมายของจำนวนอตรรกยะ

5.ขั้นนำไปใช้

นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนอตรรกยะคนละ 1 จำนวน โดยไม่ให้ซ้ำกัน

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการณ์ทำกิจกรรมในชั้นเรียนและการทำแบบฝึกทักษะที่ 2.4 เรื่อง ความหมายของจำนวนอตรรกยะ

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. บัตรจำนวนจริง
2. แบบฝึกทักษะที่ 2.4 เรื่อง ความหมายของจำนวนอตรรกยะ
3. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 2.2 เรื่อง การเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน	- แบบฝึกทักษะที่ 2.2 เรื่อง การเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. การให้เหตุผล (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

ตัวอย่างบัตรจำนวน

$\frac{5}{8}$	13
$\frac{-50}{33}$	1.3
$0.6250\dot{0}$	$0.131333\ldots$
$-1.\dot{5}\dot{1}$	$0.131331333\ldots$

แบบฝึกทักษะที่ 2.4

เรื่อง ความหมายของจำนวนอตรรกยะ

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าถูกหรือผิด แล้วใส่เครื่องหมาย ✓ หรือ ✗ หน้าข้อความนั้น

..... 1. จำนวนอตรรกยะ คือ จำนวนที่ไม่สามารถเขียนแทนได้ในรูปทศนิยมหรือเศษส่วน $\frac{a}{b}$ โดยที่ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ b ≠ 0

..... 2. $0.4\dot{3}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ

..... 3. $\frac{4}{5}$ ไม่เป็นจำนวนอตรรกยะ

..... 4. จำนวนจริงที่เขียนได้ในรูปทศนิยมไม่ซ้ำกันเป็นจำนวนอตรรกยะ

..... 5. $1 + \frac{1}{3}$ ผลลัพธ์ที่ได้ไม่เป็นจำนวนอตรรกยะ

..... 6. จำนวนเต็มเป็นจำนวนอตรรกยะ

..... 7. π เป็นจำนวนตรรกยะ

..... 8. 1.7474... เป็นจำนวนอตรรกยะ

..... 9. $-2.8\dot{1}$ ไม่เป็นจำนวนตรรกยะ

..... 10. จำนวนจริงทุกจำนวนเป็นจำนวนอตรรกยะ

จำนวนที่ไม่สามารถเขียนได้ในรูปเศษส่วนที่เป็นจำนวนเต็ม หรือในรูปทศนิยมซ้ำได้ เราเรียกจำนวนนั้นว่า จำนวนอตรรกยะ

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 2.4

เรื่อง ความหมายของจำนวนอตรรกยะ

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าถูกหรือผิด แล้วใส่เครื่องหมาย ✓ หรือ ✗ หน้าข้อความนั้น

..✓.. 1. จำนวนอตรรกยะ คือ จำนวนที่ไม่สามารถเขียนแทนได้ในรูปทศนิยมหรือเศษส่วน $\frac{a}{b}$ โดยที่ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $b \neq 0$

..✗.. 2. $0.4\dot{3}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ

..✓.. 3. $\frac{4}{5}$ ไม่เป็นจำนวนอตรรกยะ

..✓.. 4. จำนวนจริงที่เขียนได้ในรูปทศนิยมไม่ซ้ำกันเป็นจำนวนอตรรกยะ

..✓.. 5. $1 + \frac{1}{3}$ ผลลัพธ์ที่ได้ไม่เป็นจำนวนอตรรกยะ

..✗.. 6. จำนวนเต็มเป็นจำนวนอตรรกยะ

..✓.. 7. π เป็นจำนวนตรรกยะ

..✗.. 8. 1.7474... เป็นจำนวนอตรรกยะ

..✓.. 9. $-2.8\dot{1}$ ไม่เป็นจำนวนตรรกยะ

..✗.. 10. จำนวนจริงทุกจำนวนเป็นจำนวนอตรรกยะ

จำนวนที่ไม่สามารถเขียนได้ในรูปเศษส่วนที่เป็นจำนวนเต็ม หรือในรูปทศนิยมซ้ำได้ เราเรียกจำนวนนั้นว่า จำนวนอตรรกยะ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง **จำนวน 14 ชั่วโมง**

เรื่อง ความหมายของรากที่สองของจำนวนจริง **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.2/2 เข้าใจจำนวนจริงและความสัมพันธ์ของจำนวนจริง และใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

รากที่สองของศูนย์และจำนวนจริงบวกใด ๆ เป็นการหาจำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วเท่ากับจำนวนจริงนั้น

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของรากที่สองของจำนวนจริงได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. การให้เหตุผล (P4)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

สาระการเรียนรู้

ให้ a แทนจำนวนจริงบวกใด ๆ หรือศูนย์ รากที่สองของ a คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้ว

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

ทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับการคูณจำนวน 2 จำนวน และเลขยกกำลัง โดยครูแจกบัตรจำนวนให้นักเรียนทุกคน เช่น 4, 2×2 , 2^2, (-2) × (-2), $(-2)^2$ จากนั้นให้นักเรียนตามหาคนที่มีบัตรที่เป็นจำนวนเดียวกัน ให้เวลา 1 นาที หลังจากนั้นให้นักเรียนบอกว่าตนเองได้บัตรคำจำนวนใด

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 จากขั้นทบทวนความรู้เดิม จะได้นักเรียนเป็นกลุ่มที่มีบัตรที่เป็นจำนวนเดียวกัน กลุ่มละ 4 – 5 คน ให้นักเรียนนั่งเป็นกลุ่ม และครูตั้งชื่อกลุ่มแต่ละกลุ่มเป็นกลุ่มที่ 1,2,3,...

2.2 ครูแจ้งนักเรียนว่าจะมีกิจกรรมมาให้นักเรียนร่วมกันทำเป็นกิจกรรมกลุ่ม ซึ่งกลุ่มที่ชนะจะได้ลายเซ็นต์จากครูเพื่อเก็บไว้มาแลกของรางวัล เมื่อเรียนจบเรื่องรากที่สองแล้ว

2.3 จากนั้นครูบอกจำนวนเพื่อให้แต่ละกลุ่มได้แข่งกันหาจำนวนที่ยกกำลังสองแล้วได้คำตอบเท่ากับจำนวนที่ครูบอกหรือจำนวนที่ครูบอกเมื่อยกกำลังแล้วได้เท่าไร จำนวน 10 ข้อ

1. $(-2)^2$ เท่ากับเท่าไหร่
2. 4^2 เท่ากับเท่าไหร่
3. $(-3)^2$ เท่ากับเท่าไหร่
4. 5^2 เท่ากับเท่าไหร่
5. 2^2 เท่ากับเท่าไหร่
6. $(-4) \times (-4)$ เท่ากับเท่าไหร่
7. 6^2 เท่ากับเท่าไหร่
8. จำนวนที่ยกกำลังสองแล้วเท่ากับ 16
9. จำนวนที่ยกกำลังสองแล้วเท่ากับ 36
10. จำนวนที่ยกกำลังสองแล้วเท่ากับ 64

กลุ่มที่จะได้ตอบก่อนคือกลุ่มที่ยกมือได้เร็วที่สุด และกลุ่มที่ตอบได้ต้องส่งตัวแทนออกมาเขียนจำนวนที่ครูบอกพร้อมทั้งคำตอบบนกระดาน นักเรียนที่ออกมาต้องสลับกันกับเพื่อนในกลุ่มออกมาให้ครบทุกคน กลุ่มไหนตอบได้เร็วที่สุดและถูกต้อง จะได้ข้อละ 2 คะแนน ในการให้คะแนนถ้านักเรียนตอบถูกแต่ออกมาเขียนผิด ครูเปิดโอกาสให้กลุ่มอื่นออกมาเขียนได้ หากกลุ่มที่ออกมาเขียนถูกก็ได้ไปกลุ่มละ 1 คะแนน
(หากคะแนนแต่ละกลุ่มต่างกันมาก ใน 3 ข้อสุดท้ายครูบอกว่า สามข้อสุดท้ายถ้ากลุ่มไหนตอบถูกจะได้ข้อละ 4 คะแนน)

2.4 เมื่อครบ 10 ข้อ กลุ่มไหนมีคะแนนมากที่สุด ถือว่าเป็นผู้ชนะ ให้สมาชิกในกลุ่มนำสมุดมารับลายเซ็นต์จากครู

2.5 ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ถ้าเป็นจำนวนเต็มที่ค่ารากไม่เป็นจำนวนเต็ม เช่น รากที่สองของ 5 คือ $\sqrt{5}$ กับ $-\sqrt{5}$, รากที่สองของ 10 คือ $\sqrt{10}$ กับ $-\sqrt{10}$ ซึ่งรากที่สองของจำนวนเต็มบวกมี 2 ค่า คือ ค่าที่เป็นบวกกับลบ

3. ขั้นสรุป

ครูพูดให้นักเรียนสังเกตจากกิจกรรมที่ทำนั้นนักเรียนจะเห็นว่า จำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วเท่ากับจำนวนจริงนั้น จะเรียกว่า รากที่สองของจำนวนนั้น จากนั้นครูยกตัวอย่างจำนวนจริงมาแล้วร่วมกันกับนักเรียนตอบ

ตัวอย่างจำนวนจริง

1. จำนวนใดยกกำลังสองแล้วได้ 1 ((-1),1)
2. จำนวนใดยกกำลังสองแล้วได้ 4 ((-2),2)
3. จำนวนใดยกกำลังสองแล้วได้ 9 ((-3),3)
4. จำนวนใดยกกำลังสองแล้วได้ 10 ((-5),5)

ครูสรุปนิยามของรากที่สอง คือ ให้ a แทนจำนวนจริงบวกใด ๆ หรือศูนย์ รากที่สองของ a คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วได้ a ซึ่งจำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วได้ a หรือรากที่สองของ a คือ $\pm\sqrt{a}$

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 2.4 เรื่อง ความหมายของรากที่สองของจำนวนจริง โดยให้เวลาในการทำ 10 นาที และครูแจ้งนักเรียนว่าถ้าใครทำถูกหมดทุกข้อจะได้ลายเซ็นจากครู เมื่อครบ 10 นาที ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกทักษะ 3-4 ข้อ โดยครูถามนักเรียนว่าสงสัยแบบฝึกทักษะข้อใดหรืออยากให้ครูเฉลยข้อใด จากนั้นครูเก็บแบบฝึกทักษะคืน

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนแต่ละคนยกตัวอย่างจำนวนมา 1 จำนวน พร้อมกับหารากที่สองของจำนวนนั้นโดยไม่ซ้ำกัน (จำนวนที่ยกมาซ้ำกันได้แต่รากที่สองของจำนวนที่ยกมาห้ามซ้ำกัน เช่น รากที่สองของ 4 คือ 2 หรือ -2)

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการณ์ทำกิจกรรมในชั้นเรียนและการทำแบบฝึกทักษะที่ 2.4 เรื่อง ความหมายของรากที่สองของจำนวนจริง

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. บัตรจำนวน
2. แบบฝึกทักษะที่ 2.4 เรื่อง ความหมายของรากที่สองของจำนวนจริง
3. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 2.2 เรื่อง การเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน	- แบบฝึกทักษะที่ 2.2 เรื่อง การเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. การให้เหตุผล (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

ตัวอย่างบัตรจำนวน

3×3	3^2
5×5	5^2
2×2	4^2
$(-2) \times (-2)$	$(-2)^2$

แบบฝึกทักษะที่ 2.5

เรื่อง ความหมายของรากที่สองของจำนวนจริง

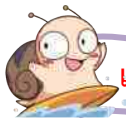
ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. 13 เป็นรากที่สองของ .....
2. -10 เป็นรากที่สองของ .....
3. รากที่สองของ $\frac{4}{9}$ คือ .....
4. 0.4 เป็นรากที่สองของ .....
5. รากที่สองของ 64 คือ .....
6. -7 เป็นรากที่สองของ .....
7. รากที่สองของ 81 คือ .....
8. 10 เป็นรากที่สองของ .....
9. 12 เป็นรากที่สองของ .....
10. $-\frac{5}{6}$ เป็นรากที่สองของ .....

รากที่สองของศูนย์และจำนวนจริงบวกใด ๆ เป็นการหาจำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วเท่ากับจำนวนจริงนั้น



เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 2.5

เรื่อง ความหมายของรากที่สองของจำนวนจริง

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. 7 เป็นรากที่สองของ .....49..... เนื่องจาก $7^2 = 49$

2. -10 เป็นรากที่สองของ .....100..... เนื่องจาก $(-10)^2 = 100$

3. รากที่สองของ $\frac{4}{9}$ คือ .....$\frac{2}{3}$..... เนื่องจาก $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

4. 0.4 เป็นรากที่สองของ .....0.16..... เนื่องจาก $(0.4)^2 = 0.16$

5. รากที่สองของ 64 คือ .....8 และ -8..... เนื่องจาก $8^2 = 64$ และ $(-8)^2 = 64$

6. -7 เป็นรากที่สองของ .....49..... เนื่องจาก $(-7)^2 = 49$

7. รากที่สองของ 81 คือ .....9 และ -9..... เนื่องจาก $9^2 = 81$ และ $(-9)^2 = 81$

8. 11 เป็นรากที่สองของ .....121..... เนื่องจาก $11^2 = 121$

9. 12 เป็นรากที่สองของ .....144..... เนื่องจาก $12^2 = 144$

10. $-\frac{5}{6}$ เป็นรากที่สองของ ..... $\frac{25}{36}$..... เนื่องจาก $\left(-\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$

รากที่สองของศูนย์และจำนวนจริงบวกใด ๆ เป็นการหาจำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วเท่ากับจำนวนจริงนั้น

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง **จำนวน 14 ชั่วโมง**

เรื่อง การหาค่ารากที่สอง **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.2/2 เข้าใจจำนวนจริงและความสัมพันธ์ของจำนวนจริง และใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การหาค่ารากที่สองของจำนวนจริง ทำได้โดย ถ้าอันดับของรากและเลขชี้กำลังที่อยู่ภายใต้ของรากมีความเท่ากัน จะสามารถถอดรากที่สองได้ โดยการใช้สูตร $\sqrt{a^2} = |a|$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ และถ้า a = 0 รากที่สองของ a คือ 0

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. หาค่ารากที่สองได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. การให้เหตุผล (P4)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

สาระการเรียนรู้

1. ถ้า a เป็นจำนวนบวกใด ๆ รากที่สองของ a คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วเท่ากับ a
   - ใช้สัญลักษณ์ $\sqrt{a}$ แทนรากที่สองที่เป็นบวกของ a

- ใช้สัญลักษณ์ $-\sqrt{a}$ แทนรากที่สองที่เป็นลบของ a

จากบทนิยามที่ว่ารากที่สองของ a คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วเท่ากับ a ทำให้เราสรุปได้ว่า $(\sqrt{a})^2 = a$ และ $(-\sqrt{a})^2 = a$

2. ถ้า a = 0 รากที่สองของ a เท่ากับ 0 ทั้งนี้เพราะ $0^2 = 0$

3. ถ้า a เป็นจำนวนลบใด ๆ จะหารากที่สองของ a ไม่ได้ ทั้งนี้เพราะไม่มีจำนวนจริงใด ๆ ที่ยกกำลังสองแล้วจะได้จำนวนลบ

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูกำหนดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่ 49 ตารางหน่วย แล้วให้นักเรียนหาว่า รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปนี้มีความยาวของแต่ละด้านเท่ากับกี่หน่วย จากนั้นครูสาธิตวิธีการหาให้นักเรียนดู

1.2 ครูอธิบายต่อว่า เราต้องการหาความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ความยาวจะต้องเป็นจำนวนบวกเท่านั้น นั่นคือ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสนี้มีความยาวของแต่ละด้านเท่ากับ 7 หน่วย

1.3 ครูอธิบายเกี่ยวกับวิธีเขียนรากที่สองที่เป็นบวกของ 49 อีกวิธีหนึ่ง ซึ่งสามารถเขียนได้โดยใช้เครื่องหมายกรณฑ์ ($\sqrt{\ }$) จากนั้นครูแนะนำการใช้เครื่องหมายกรณฑ์ ($\sqrt{\ }$) โดยเชื่อมโยงกับคำว่า รากที่สอง และอธิบายถึงรากที่สองที่เป็นจำนวนบวก และรากที่สองที่เป็นจำนวนลบ ด้วยว่ามีความเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูและนักเรียนช่วยกันหารากที่สองเพิ่มเติม ดังนี้

<u>ตัวอย่าง</u> จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้

1) $\sqrt{81}$ 2) $-\sqrt{100}$ 3) $\sqrt{0.0016}$

4) $\sqrt{0.0144}$ 5) $\sqrt{\frac{9}{4}}$ 6) $-\sqrt{\frac{25}{121}}$

<u>วิธีทำ</u> 1) $\sqrt{81}$

เนื่องจาก $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$

ดังนั้น $\sqrt{81} = 9$

2) $-\sqrt{100}$

เนื่องจาก $-\sqrt{100} = -\sqrt{10^2} = -10$

ดังนั้น $-\sqrt{100} = -10$

3) $\sqrt{0.0016}$

เนื่องจาก $\sqrt{0.0016} = \sqrt{(0.04)^2} = 0.04$

ดังนั้น $\sqrt{0.0016} = 0.04$

4) $\sqrt{0.0144}$

เนื่องจาก $\sqrt{0.0144} = \sqrt{(0.15)^2} = 0.15$

ดังนั้น $\sqrt{0.0144} = 0.15$

5) $\sqrt{\frac{9}{4}}$

เนื่องจาก $\sqrt{\frac{9}{4}} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}$

ดังนั้น $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$

6) $-\sqrt{\frac{25}{121}}$

เนื่องจาก $-\sqrt{\frac{25}{121}} = -\sqrt{\left(\frac{5}{11}\right)^2} = -\frac{5}{11}$

ดังนั้น $-\sqrt{\frac{25}{121}} = -\frac{5}{11}$

3. ขั้นสรุป

นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายจากการทำกิจกรรมเพื่อให้ได้ข้อสรุปตามสาระสำคัญดังนี้ การหาค่ารากที่สองของจำนวนจริง ทำได้โดย ถ้าอันดับของรากและเลขชี้กำลังที่อยู่ภายใต้ของรากมีความเท่ากัน จะสามารถถอดรากที่สองได้ โดยการใช้สูตร $\sqrt{a^2} = |a|$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ ถ้า a = 0 รากที่สองของ a คือ 0

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 2.6 เรื่อง การหาค่ารากที่สอง

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนหาคำตอบของสมการต่อไปนี้

1. $x^2 = 36$.....($x = 6$).....
2. $x^2 = 0.0081$.....($x = 0.09$).....

3. $x^2 = 0$.....($x = 0$).....

4. $\sqrt{x = 9}$ .....($x = 81$).....

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการณ์ทำกิจกรรมในชั้นเรียนและการทำแบบฝึกทักษะที่ 2.6 เรื่อง การหาค่ารากที่สอง

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 2.6 เรื่อง การหาค่ารากที่สอง
2. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถหาค่ารากที่สองได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 2.6 เรื่อง การหาค่ารากที่สอง	- แบบฝึกทักษะที่ 2.6 เรื่อง การหาค่ารากที่สอง	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. การให้เหตุผล (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ	80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ	70-79	หมายถึง	ดี

ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

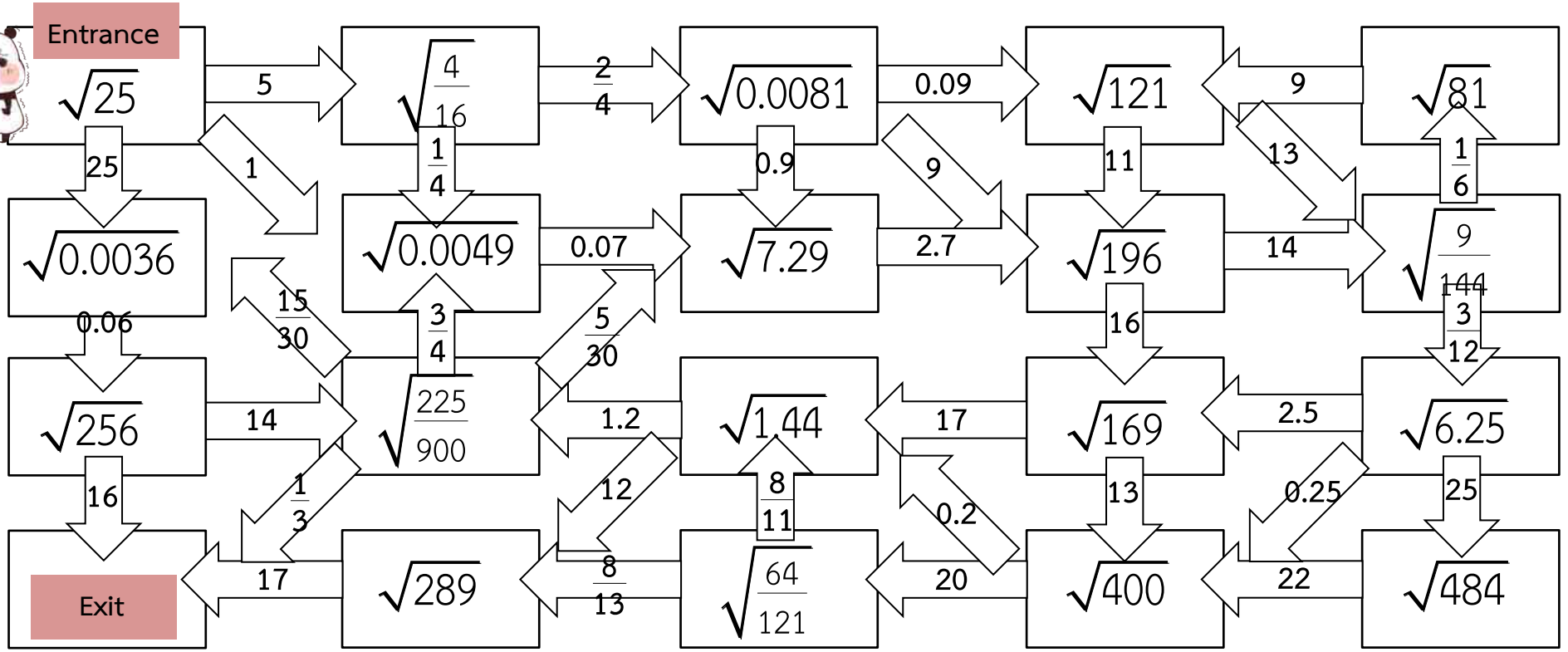
แบบฝึกทักษะที่ 2.6

เรื่อง การหาค่ารากที่สอง

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำสั่ง : จงหาทางออกให้แพนด้า โดยการหาค่าของจำนวนที่กำหนดให้ให้ถูกต้อง



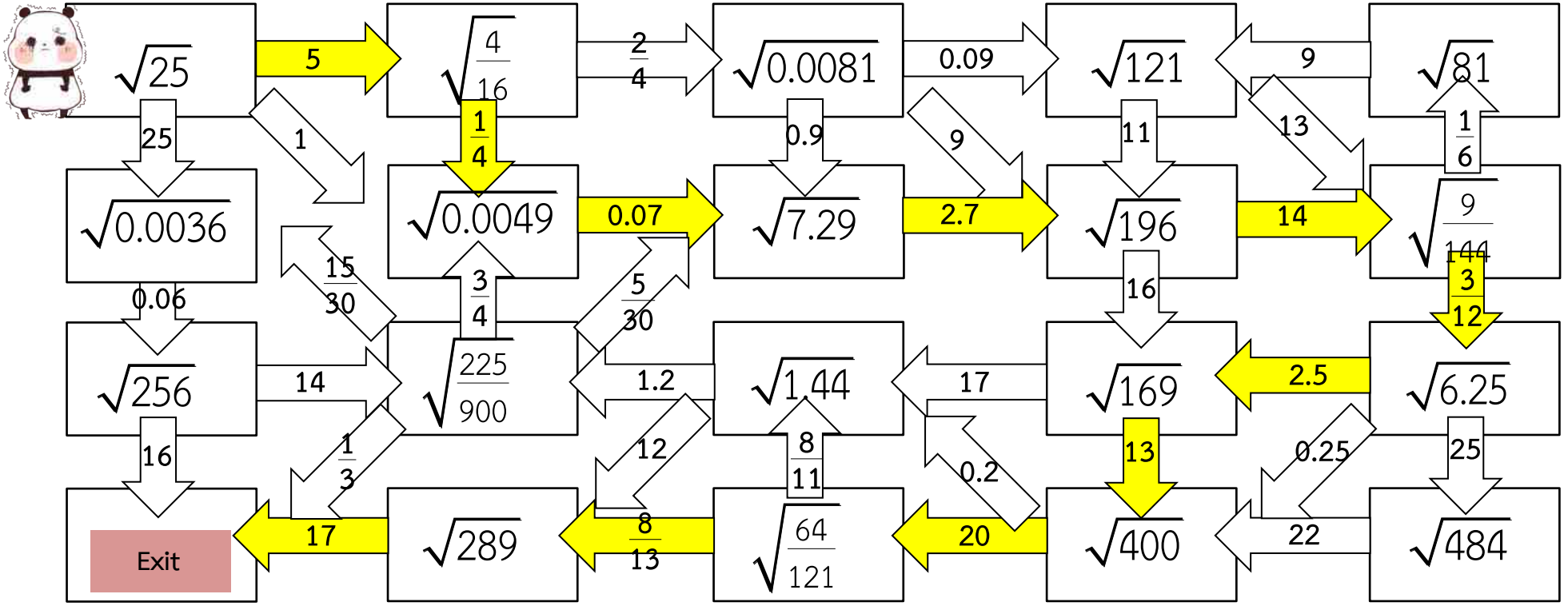
เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 2.6

เรื่อง การหาค่ารากที่สอง

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำสั่ง : จงหาทางออกให้แพนด้า โดยการหาค่าของจำนวนที่กำหนดให้ให้ถูกต้อง



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 15

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง **จำนวน 14 ชั่วโมง**

เรื่อง การหารากที่สองโดยการแยกตัวประกอบ **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.2/2 เข้าใจจำนวนจริงและความสัมพันธ์ของจำนวนจริง และใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การหารากที่สองของจำนวนเต็มโดยการแยกตัวประกอบ เป็นการจัดให้อยู่ในรูปจำนวนที่เท่ากันสองจำนวนคูณกัน แล้วค่าของรากที่สองจะเท่ากับจำนวนนั้น

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. หารากที่สองของจำนวนเต็มโดยการแยกตัวประกอบได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. การให้เหตุผล (P4)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

สาระการเรียนรู้

การหาค่าของรากที่สองโดยการแยกตัวประกอบเป็นสิ่งที่ทำได้ง่าย โดยเฉพาะอย่างยิ่ง การหารากที่สองของจำนวนเต็มบวกที่สามารถแยกตัวประกอบได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหารากที่สองของ 400

วิธีทำ เนื่องจาก $400 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$

$= (2 \times 2 \times 5)^2$

$= 20^2$

และ $400 = (-20)^2$

ดังนั้น รากที่สองของ 400 คือ 20 และ -20

ตัวอย่างที่ 2 จงหา $\sqrt{256}$

วิธีทำ เนื่องจาก $\sqrt{256} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}$

$= \sqrt{(2 \times 2 \times 2 \times 2)^2}$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$= 16$

ดังนั้น $\sqrt{256} = 16$

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ทบทวนเรื่องการแยกตัวประกอบ โดยครูแจกบัตรจำนวน และบัตรประโยคสัญลักษณ์ให้นักเรียนคนละ 1 ใบ และให้นักเรียนจับคู่การแยกตัวประกอบของตัวเองให้ถูกต้อง

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 นักเรียนและครูร่วมกันสนทนาถึงการหาค่ารากที่สองที่มีค่ามาก ๆ จะมีวิธีการหาคำตอบได้อย่างไร โดยครูคอยแนะนำนักเรียนจนนักเรียนสามารถตอบได้ว่าใช้วิธีการแยกตัวประกอบ หรือหาจำนวนมาหารเพื่อให้สามารถจัดให้อยู่ในรูปของจำนวนจำนวนหนึ่งที่ยกกำลังสอง

2.2 ครูนำเสนอตัวอย่างการหาค่ารากที่สองของจำนวนต่าง ๆ แล้วให้นักเรียนพิจารณาวิธีการหาคำตอบ

ตัวอย่างที่ 1 จงหารากที่สองของ 400

วิธีทำ เนื่องจาก $400 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$

$= (2 \times 2 \times 5)^2$

$= 20^2$

และ $400 = (-20)^2$

ดังนั้น รากที่สองของ 400 คือ 20 และ -20

ตัวอย่างที่ 2 จงหารากที่สองของ 1,089

วิธีทำ เนื่องจาก $\sqrt{1,089} = \sqrt{3\times3\times11\times11}$

$= \sqrt{(3\times11)^2}$

$= 3 \times 11$

$= 33$

และ $-\sqrt{1,089} = -33$

ดังนั้น รากที่สองของ 1,089 คือ 33 และ -33

ตัวอย่างที่ 3 จงหา $\sqrt{256}$

วิธีทำ เนื่องจาก $\sqrt{256} = \sqrt{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2}$

$= \sqrt{(2\times2\times2\times2)^2}$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$= 16$

ดังนั้น $\sqrt{256} = 16$

2.3 ครูให้นักเรียนจับคู่โดยแต่ละคู่พิจารณาหาว่า จำนวนที่ได้ สามารถหารากที่สองโดยการแยกตัวประกอบได้หรือไม่ ถ้าหาได้สามารถหาได้อย่างไร

2.4 ครูสุ่มคู่นักเรียนออกมาแสดงวิธีการหารากที่สองที่คู่ของตนเองได้

3. ขั้นสรุป

นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายจากการทำกิจกรรมเพื่อให้ได้ข้อสรุปตามสาระสำคัญดังนี้ การหารากที่สองของจำนวนเต็มโดยการแยกตัวประกอบ เป็นการจัดให้อยู่ในรูปจำนวนที่เท่ากันสองจำนวนคูณกัน แล้วค่าของรากที่สองจะเท่ากับจำนวนนั้น

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำใบงาน 2.7 เรื่อง การหารากที่สองโดยการแยกตัวประกอบ

5.ขั้นนำไปใช้

จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้ โดยวิธีการแยกตัวประกอบ (เป็นจำนวนที่ถอดรากที่สองไม่ลงตัว)

1) $\sqrt{108}$

วิธีทำ $\sqrt{108} = \sqrt{2\times2\times3\times3\times3}$

$= \sqrt{2^2\times3^2\times3}$

$= 2 \times 3\sqrt{3}$

$= 6\sqrt{3}$

ดังนั้น $\sqrt{108} = 6\sqrt{3}$

2) $-\sqrt{50}$

วิธีทำ $-\sqrt{50} = -\sqrt{2\times5\times5}$

$= -\sqrt{2\times5^2}$

$= -5\sqrt{2}$

ดังนั้น $-\sqrt{50} = -5\sqrt{2}$

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะ 2.7 เรื่อง การหารากที่สองโดยการแยกตัวประกอบ

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. บัตรจำนวน

2.แบบฝึกทักษะที่ 2.7 เรื่อง การหารากที่สองโดยการแยกตัวประกอบ

3. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถหารากที่สองของจำนวนเต็มโดยการแยกตัวประกอบได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 2.7 เรื่อง การหารากที่สองโดยการแยกตัวประกอบ	- แบบฝึกทักษะที่ 2.7 เรื่อง การหารากที่สองโดยการแยกตัวประกอบ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. การให้เหตุผล (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

บัตรจำนวน

25 =5x5

ยี่สิบห้า = ห้าคูณห้า

16 =2x2x2x2

สิบหก = สองคูณสองคูณสองคูณสอง

81=3x3x3x3

แปดสิบเอ็ด = สามคูณสามคูณสามคูณสาม

36=2x2x3x3

สามสิบหก = สองคูณสองคูณสองคูณสามคูณสาม

100=2x2x5x5

หนึ่งร้อย = สองคูณสองคูณสองคูณห้าคูณห้า

แบบฝึกทักษะที่ 2.7

เรื่อง การหารากที่สองโดยการแยกตัวประกอบ

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำสั่ง : จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้ โดยวิธีการแยกตัวประกอบ

1. $\sqrt{784}$	2. $\sqrt{676}$ ....
3. $-\sqrt{1,225}$	4. $-\sqrt{1,764}$ ....
5. $\sqrt{2,304}$	6. $-\sqrt{2916}$ ....

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 2.7

เรื่อง การหารากที่สองโดยการแยกตัวประกอบ

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำสั่ง : จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้ โดยวิธีการแยกตัวประกอบ

1. $\sqrt{784}$

วิธีทำ $\sqrt{784} = \sqrt{2\times2\times2\times2\times7\times7}$

$= \sqrt{(2\times2\times7)^2}$

$= 2 \times 2 \times 7$

$= 28$

ดังนั้น $\sqrt{784} = 28$

2. $\sqrt{676}$

วิธีทำ $\sqrt{676} = \sqrt{2\times2\times13\times13}$

$= \sqrt{(2\times13)^2}$

$= 2 \times 13$

$= 26$

ดังนั้น $\sqrt{676} = 26$

3. $-\sqrt{1,225}$

วิธีทำ $-\sqrt{1,225} = -\sqrt{5\times5\times7\times7}$

$= -\sqrt{(5\times7)^2}$

$= -(5 \times 7)$

$= -35$

ดังนั้น $\sqrt{1,225} = -35$

4. $-\sqrt{1,764}$

วิธีทำ $-\sqrt{1,764} = -\sqrt{2\times2\times3\times3\times7\times7}$

$= -\sqrt{(2\times3\times7)^2}$

$= -(2 \times 3 \times 7)$

$= -42$

ดังนั้น $-\sqrt{1,764} = -42$

5. $\sqrt{2,304}$

วิธีทำ $\sqrt{2,304} = \sqrt{6\times6\times8\times8}$

$= \sqrt{6^2\times8^2}$

$= 6 \times 8$

$= 48$

ดังนั้น $\sqrt{2,304} = 48$

6. $-\sqrt{2916}$

วิธีทำ $-\sqrt{2916} = -\sqrt{3\times3\times3\times3\times6\times6}$

$= -\sqrt{3^2\times3^2\times6^2}$

$= -(3 \times 3 \times 6)$

$= -54$

ดังนั้น $-\sqrt{2916} = -54$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 16

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง **จำนวน 14 ชั่วโมง**

เรื่อง การหารากที่สองโดยการประมาณค่า **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.2/2 เข้าใจจำนวนจริงและความสัมพันธ์ของจำนวนจริง และใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การประมาณรากที่สองที่เป็นจำนวนตรรกยะด้วยจำนวนเต็มให้ประมาณรากที่สองของจำนวนนั้นด้วยรากที่สองของจำนวนที่ใกล้เคียงที่สุด การประมาณรากที่สองของจำนวนตรรกยะเป็นทศนิยม ให้ประมาณค่าใกล้เคียงจำนวนเต็มที่ใกล้ที่สุดก่อน แล้วจึงประมาณเป็นทศนิยมหนึ่งตำแหน่งสองตำแหน่งและสามตำแหน่งตามลำดับ

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. หารากที่สองโดยการประมาณค่าได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. การให้เหตุผล (P4)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

สาระการเรียนรู้

การหารากที่สองโดยการประมาณ

ในกรณีที่จำนวนที่ต้องการหารากที่สองมีค่าใกล้เคียงกับจำนวนที่สามารถหารากที่สองได้โดยง่าย จะประมาณรากที่สองของจำนวนนั้นด้วยรากที่สองของจำนวนที่ใกล้เคียง เช่น

15 ใกล้เคียงกับ 16 และ $\sqrt{16} = 4$ ดังนั้น $\sqrt{16} \approx 4$

10 ใกล้เคียงกับ 9 และ $\sqrt{9} = 3$ ดังนั้น $\sqrt{9} \approx 3$

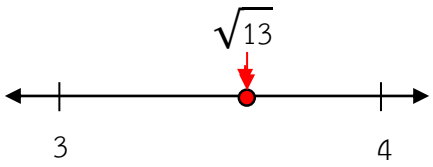
165 ใกล้เคียงกับ 169 และ $\sqrt{169} = 13$ ดังนั้น $\sqrt{165} \approx 13$

การประมาณข้างต้น เป็นการประมาณรากที่สองที่เป็นจำนวนอตรรกยะด้วยจำนวนเต็ม ถ้าต้องการประมาณเป็นทศนิยมนักเรียนจะได้แนวคิด ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง การหาค่าประมาณของ $\sqrt{13}$

1. $\sqrt{13}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ ซึ่งอยู่ระหว่างจำนวนเต็มบวกสองจำนวนคือ 3 และ 4 แสดงได้ดังนี้

$\sqrt{n}$	3	$\sqrt{13}$	4
n	9	13	16

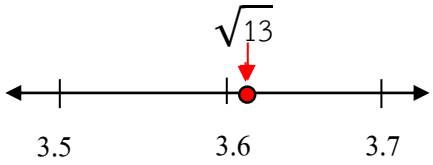


จากตารางจะเห็นว่า 13 มีค่าใกล้เคียง 16 มากกว่า 9 ถ้าต้องการหาค่าประมาณของ $\sqrt{13}$ เป็นจำนวนเต็ม จะได้ค่าประมาณเป็น 4

2. ถ้าต้องการหาค่าประมาณของ $\sqrt{13}$ เป็นทศนิยมหนึ่งตำแหน่ง ต้องแสดงการหาต่อไป ดังนี้

จากตารางในข้อ 1 จะเห็นว่า $\sqrt{13}$ มีค่าใกล้เคียง 4 มากกว่า 3 จึงเริ่มพิจารณาในช่วงจาก 3.5 แต่ไม่เกิน 4

$\sqrt{n}$	3.5	3.6	$\sqrt{13}$	3.7
n	12.25	12.96	13	13.69

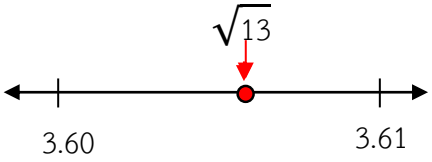


จากตารางจะเห็นว่า 13 มีค่าใกล้เคียง 12.96 มากกว่า 13.69 จึงประมาณ $\sqrt{13}$ เป็นทศนิยมหนึ่งตำแหน่งได้เป็น 3.6

3. ถ้าต้องการหาค่าประมาณของ $\sqrt{13}$ เป็นทศนิยมสองตำแหน่ง ต้องแสดงการหาต่อไป ดังนี้

จากตารางในข้อ 2 จะเห็นว่า $\sqrt{13}$ มีค่าใกล้เคียง 3.6 มากกว่า 3.7 จึงเริ่มพิจารณาในช่วงจาก 3.60 แต่ไม่เกิน 3.65

$\sqrt{n}$	3.60	$\sqrt{13}$	3.61
n	12.9600	13.0000	13.0321

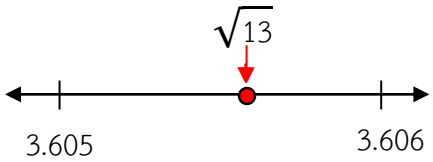


จากตารางจะเห็นว่า 13 มีค่าใกล้เคียง 13.0321 มากกว่า 12.9600 จึงประมาณ $\sqrt{13}$ เป็นทศนิยมสองตำแหน่งได้เป็น 3.61

4. ถ้าต้องการหาค่าประมาณของ $\sqrt{13}$ เป็นทศนิยมสามตำแหน่ง ต้องแสดงการหาต่อไป ดังนี้

จากตารางในข้อ 3 จะเห็นว่า $\sqrt{13}$ มีค่าใกล้เคียง 3.61 มากกว่า 3.60 จึงเริ่มพิจารณาในช่วงจาก 3.605 แต่ไม่เกิน 3.61

$\sqrt{n}$	3.605	$\sqrt{13}$	3.606
n	12.996025	13.000000	13.003236



จากตารางจะเห็นว่า 13 มีค่าใกล้เคียง 13.003236 มากกว่า 12.996025 จึงประมาณ $\sqrt{13}$ เป็นทศนิยมสามตำแหน่ง ได้เป็น 3.606

ถ้าต้องการหาค่าประมาณของ $\sqrt{13}$ เป็นทศนิยมหลายตำแหน่งกว่านี้ ก็สามารถทำได้ในทำนองเดียวกัน

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1. ครูทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับการหารากที่สองโดยการแยกตัวประกอย โดยให้นักเรียนทำกิจกรรม “เพื่อนฉันอยู่ไหน” ซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

1.1 ครูแจกบัตรจำนวนให้นักเรียนทุกคนคนละแผ่น แล้วให้นักเรียนตามหาบัตรจำนวนที่เท่ากันจากเพื่อน

1.2 นักเรียนและครูร่วมกันตรวจคำตอบ

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูกล่าวกับนักเรียนว่า “ในกรณีที่จำนวนที่ต้องการหารากที่สองใกล้เคียงกับจำนวนที่สามารถหารากที่สองได้ นักเรียนสามารถประมาณรากที่สองของจำนวนที่ใกล้เคียงได้”

2.2 จากนั้นครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมบนกระดาน ดังนี้

15 ใกล้เคียงกับ 16 และ $\sqrt{16} = 4$ ดังนั้น $\sqrt{16} \approx 4$

10 ใกล้เคียงกับ 9 และ $\sqrt{9} = 3$ ดังนั้น $\sqrt{9} \approx 3$

165 ใกล้เคียงกับ 169 และ $\sqrt{169} = 13$ ดังนั้น $\sqrt{165} \approx 13$

2.3 ครูให้นักเรียนสังเกตว่า “การหารากที่สองของจำนวนอตรรกยะนั้น ผลลัพธ์ที่ได้จะไม่เป็นจำนวนเต็ม ดังนั้น นักเรียนจะต้องนำความรู้เรื่องการประมาณค่ามาช่วยในการคำนวณหาคำตอบ”

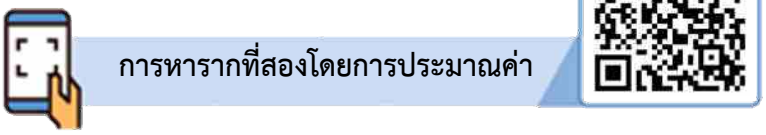
2.4 ครูถามคำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียน ดังนี้

- กำลังสองของเลขโดใดที่หลักหน่วยเป็น 9
  (แนวตอบ 3 และ 7)
- กำลังสองของจำนวนสองหลักใดที่มีค่าใกล้เคียง 529
  (แนวตอบ นักเรียนสามารถตอลได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐาน เช่น 20^2 และ 30^2
- ถ้าไม่ใช้การคณ นักเรียนคิดว่า 2,601 มีค่าเท่ากับ 51^2 หรือ 58^2 เพราะเหตุใด

(แนวตอบ 51^2 เพราะ 58 ใกล้เคียง 60 ดังนั้น 58^2 ต้องมากกว่า 2,601)

2.5 ครูให้นักเรียนจับคู่ศึกษาการหารากที่สองโดยการประมาณค่าจากกิจกรรมค่าประมาณของรากที่สอง ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.2 เล่ม 1 บทที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง หน้า 80-81 แล้วให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความรู้กับคู่ของตนเอง สนทนา ซักถามจนเป็นที่เข้าใจร่วมกัน

2.6 ครูแนะนำนักเรียนให้ไปศึกษาเพิ่มเติมเกี่ยวกับการหารากที่สองโดยการประมาณค่า ได้ที่เว็บไซต์: https://www.youtube.com/watch?v=h-j-s9x5Ec8 หรือสแกนที่ QR Code



3. ขั้นสรุป

1. ครูถามคำถามกับนักเรียนเพื่อประเมินความรู้รวบยอดของนักเรียน ดังนี้

- หากเราต้องการประมาณรากที่สองที่เป็นจำนวนตรรกยะด้วยจำนวนเต็ม เราต้องประมาณรากที่สองของจำนวนนั้นด้วยจำนวนใด
  (แนวตอบ ประมาณรากที่สองของจำนวนนั้นด้วยรากที่สองของจำนวนที่ใกล้เคียงที่สุด)
- หากเราต้องการประมาณรากที่สองของจำนวนตรรกยะเป็นทศนิยมเราต้องประมาณค่าอย่างไร
  (แนวตอบ ประมาณค่าใกล้เคียงจำนวนเต็มที่ใกล้ที่สุดก่อน แล้วจึงประมาณเป็นทศนิยมหนึ่งตำแหน่ง สองตำแหน่ง และสามตำแหน่ง ตามลำดับ

4. ขั้นฝึกทักษะ

1. ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 1.8 เรื่อง การหารากที่สองโดยการประมาณค่า

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนทำกิจกรรมการหารากที่สองโดยการประมาณค่า โดยนักเรียนจับคู่กันให้ตัวแทนมารับกระดาษปรู๊พ ตัดแบ่งครึ่งกันกับเพื่อนอีกคู่ จากนั้นให้แต่ละคู่กำหนดจำนวนที่ยังไม่ถอดรากมา 1 จำนวน แล้วช่วยกันหาคำตอบของจำนวนนั้นโดยวิธีการประมาณค่ากับการหารากที่สองโดยการประมาณในชีวิตประจำวัน และให้นักเรียนแข่งขันตอบคำถาม

6. ขั้นประเมินผล

ครูประเมินผลจากการปฏิบัติกิจกรรม การทำแบบฝึกหัด และการทำใบกิจกรรม

1) กิจกรรมเพื่อนฉันอยู่ไหน
2) กิจกรรมการหารากที่สองโดยการประมาณค่า
3) แบบฝึกทักษะที่ 1.8 เรื่อง การหารากที่สองโดยการประมาณค่า

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

1. บัตรจำนวน
2. แบบฝึกทักษะที่ 2.8 เรื่อง การหารากที่สองโดยการประมาณค่า
3. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

แหล่งการเรียนรู้

1) วีดิทัศน์ เรื่อง การหารากที่สองโดยการประมาณค่า
จากเว็บไซต์: https://www.youtube.com/watch?v=h-j-s9x5Ec8

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถหารากที่สองโดยการประมาณค่าได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 2.8 เรื่อง การหารากที่สองโดยการประมาณค่า	- แบบฝึกทักษะที่ 2.8 เรื่อง การหารากที่สองโดยการประมาณค่า	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. การให้เหตุผล (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

ตัวอย่างบัตรจำนวน

$$\sqrt{108}$$

$$\sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3}$$

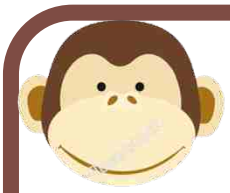
$$\sqrt{1{,}089}$$

$$\sqrt{3 \times 3 \times 11 \times 11}$$

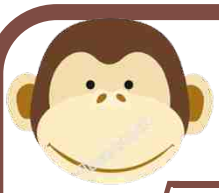
$$\sqrt{400}$$

$$\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5}$$

ตัวอย่างบัตร



$\sqrt{50}$



$\sqrt{2 \times 5 \times 5}$

$\sqrt{49}$

7

$\sqrt{169}$

13

แบบฝึกทักษะที่ 2.8

เรื่อง การหารากที่สองโดยการประมาณค่า

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

<u>คำชี้แจง</u> : จงหาคำตอบพร้อมทั้งวิธีทำต่อไปนี้

1. จงหาค่าประมาณเป็นจำนวนเต็มของ $\sqrt{65}$ และ $\sqrt{82}$

.....

.....

.....

.....

2. จงหาค่าประมาณของ $\sqrt{250}$ เป็นทศนิยมสองตำแหน่ง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 2.7

เรื่อง การหารากที่สองโดยการแยกตัวประกอบ

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

<u>คำชี้แจง</u> : จงหาคำตอบพร้อมทั้งวิธีทำต่อไปนี้

1. จงหาค่าประมาณเป็นจำนวนเต็มของ $\sqrt{65}$ และ $\sqrt{82}$

<u>วิธีทำ</u> 65 ใกล้เคียงกับ 64 และ $\sqrt{64} = 8$ ดังนั้น $\sqrt{65} \approx 8$

82 ใกล้เคียงกับ 81 และ $\sqrt{81} = 9$ ดังนั้น $\sqrt{82} \approx 9$

2. จงหาค่าประมาณของ $\sqrt{250}$ เป็นทศนิยมสองตำแหน่ง

<u>วิธีทำ</u> 1.

$\sqrt{n}$	15	$\sqrt{250}$	16
n	225	250	256

จากตาราง ข้อ 1 จะเห็นว่า $\sqrt{250}$ มีค่าใกล้เคียง 16 มากกว่า 15 จึงเริ่มพิจารณาในช่วงจาก 15.5 แต่ไม่เกิน 16

2.

$\sqrt{n}$	15.7	15.8	$\sqrt{250}$	15.9
n	249.64	249.64	250.00	252.81

จากตาราง ข้อ 2 จะเห็นว่า $\sqrt{250}$ มีค่าใกล้เคียง 15.8 มากกว่า 15.9 จึงเริ่มพิจารณาจาก 1.580 แต่ไม่เกิน 15.85

3.

$\sqrt{n}$	15.81	$\sqrt{250}$	15.82
n	249.9561	250.0000	250.2724

จากตารางจะเห็นว่า 250 มีค่าใกล้เคียง 249.9561 มากกว่า 250.2724 จึงประมาณ $\sqrt{250}$ เป็นทศนิยมสองตำแหน่ง ได้เป็น 15.81

<u>ตอบ</u> $\sqrt{250} \approx 15.81$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 17

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง **จำนวน 14 ชั่วโมง**

เรื่อง การเปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่สอง **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.2/2 เข้าใจจำนวนจริงและความสัมพันธ์ของจำนวนจริง และใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การหารากที่สองของจำนวนเต็มโดยการแยกตัวประกอบ เป็นการจัดให้อยู่ในรูปจำนวนที่เท่ากันสองจำนวนคูณกัน แล้วค่าของรากที่สองจะเท่ากับจำนวนนั้น

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. เปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่สองได้
2. ใช้สมบัติของกรณฑ์ที่สองในการจัดรูปและหาค่าของจำนวนจริงที่เกี่ยวกับกรณฑ์ที่สองได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. การให้เหตุผล (P4)

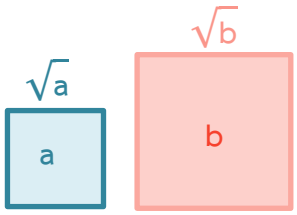
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

สาระการเรียนรู้

การเปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่สอง

พิจารณารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปที่มีพื้นที่ไม่เท่ากัน ดังรูป



จากรูป จะเห็นว่า ถ้าพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่งน้อยกว่าพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอีกรูปหนึ่ง แล้วความยาวของด้านรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่น้อยกว่าก็จะน้อยกว่าความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่มากกว่า

สำหรับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่ a ตารางหน่วย จะมีความยาวของด้านเป็น $\sqrt{a}$ หน่วย และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่ b ตารางหน่วย จะมีความยาวของด้านเป็น $\sqrt{b}$ หน่วย จะได้ว่า ถ้า $a<b$ แล้ว $\sqrt{a}<\sqrt{b}$

ซึ่งข้อสรุปนี้ เป็นไปตามสมบัติของกรณฑ์ที่สองดังนี้

เมื่อ $a>0,\ b>0$ ถ้า $a<b$ แล้ว $\sqrt{a}<\sqrt{b}$

ตัวอย่าง $\sqrt{5}$และ $\sqrt{13}$จำนวนใดมีค่าน้อยกว่ากัน

วิธีทำ เนื่องจาก 5 มีค่าน้อยกว่า 13

ดังนั้น จากสมบัติ ถ้า $a>0,\ b>0$ และ $a<b$ แล้ว $\sqrt{a}<\sqrt{b}$

จะได้ว่า $\sqrt{5}$มีค่าน้อยกว่า $\sqrt{13}$

ตอบ $\sqrt{5}$น้อยกว่า $\sqrt{13}$

เมื่อ $a>0,\ b>0$

1. $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$
2. $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

ตัวอย่าง $\sqrt{8}=\sqrt{4\times2}=\sqrt{4}\times\sqrt{2}=2\times\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

$\sqrt{32}\times\sqrt{2}=\sqrt{32\times2}=\sqrt{64}=8$

นิยมเขียน $2\sqrt{2}$แทน $2\times\sqrt{2}$

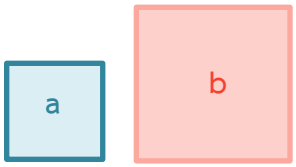
กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนการหาค่ารากที่สองของจำนวนจริง โดยการให้นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนตรรกยะ พร้อมบอกว่ารากที่สองของจำนวนตรรกยะนั้นคือจำนวนใด

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

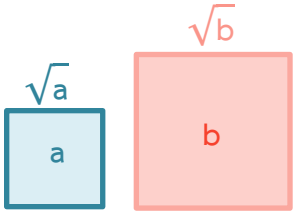
2.1 ครูติดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปที่มีพื้นที่ไม่เท่ากัน โดยให้สี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปแรกมีพื้นที่ a ตารางหน่วย ซึ่งมีขนาดเล็กกว่าสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปที่สองที่มีพื้นที่ b ตารางหน่วย โดยติดบนกระดาน ดังรูป



2.2 ครูถามคำถาม ดังนี้

- รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่ a ตารางหน่วย จะมีความยาวด้านเป็นเท่าใด (แนวตอบ $\sqrt{a}$ หน่วย)
- รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่ b ตารางหน่วย จะมีความยาวด้านเป็นเท่าใด (แนวตอบ $\sqrt{b}$ หน่วย)

2.3 จากนั้นครูเขียนคำตอบที่ได้ของนักเรียนบนกระดาน ดังรูป



2.4 จากนั้นครูให้นักเรียนสังเกตรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสองรูป แล้วถามคำถามนักเรียนว่า “จากรูป ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใดที่มีความยาวน้อยกว่า”

(แนวตอบ ความยาวด้านรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส a ซึ่งมีความยาวด้านเท่ากับ $\sqrt{a}$ หน่วย มีความยาวน้อยกว่าความยาวด้านรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส b ซึ่งมีความยาวด้านเท่ากับ $\sqrt{b}$ หน่วย)

2.5 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปจากความสัมพันธ์ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสองรูป ดังกล่าว จะได้ว่า ถ้า $a>0,\ b>0$ และ $a<b$ แล้ว $\sqrt{a}<\sqrt{b}$

2.6 ครูกล่าวกับนักเรียนว่า “นอกจากกรณฑ์ที่สองจะมีสมบัติที่กล่าวมาข้างต้นแล้ว กรณฑ์ที่สองยังมีสมบัติอื่นอีก ดังนี้ เมื่อ $a>0,\ b>0$ จะได้ว่า

1. $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$
2. $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

2.7 ครูให้นักเรียนจับคู่ศึกษาตัวอย่างเกี่ยวกับการนำสมบัติของกรณฑ์ที่สองไปใช้ ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.2 เล่ม 1 บทที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง หน้า 82-83 แล้วให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความรู้กับคู่ของตนเอง สนทนา ซักถามจนเป็นที่เข้าใจร่วมกัน

3. ขั้นสรุป

1. ครูถามคำถามกับนักเรียนเพื่อประเมินความรู้รวบยอดของนักเรียน ดังนี้

- สมบัติของกรณฑ์ที่สองมีอะไรบ้าง

  (แนวตอบ ให้ a>0, b>0

  1. ถ้า a < b แล้ว $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

  2. $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ 3. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$)

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 2.9 เรื่อง การเปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่สอง

5.ขั้นนำไปใช้

5.1 ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม “จริงหรือไม่” ซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

- ครูให้นักเรียนให้นักเรียนจับคู่เพื่อทำกิจกรรม
- ครูแจกใบกิจกรรมจริงหรือไม่ให้นักเรียนแต่ละคู่
- ให้นักเรียนแต่ละคู่พิจารณาคำตอบ แล้วตอบลงในใบกิจกรรมจริงหรือไม่

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะ 2.9 เรื่อง การเปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่สอง

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. แผ่นสี่เหลี่ยมจัตุรัส
2.แบบฝึกทักษะที่ 2.9 เรื่อง การเปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่สอง
3. ใบกิจกรรมจริงหรือไม่
4. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถหารากที่สองของจำนวนเต็มโดยการแยกตัวประกอบได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 2.7 เรื่อง การหารากที่สองโดยการแยกตัวประกอบ	- แบบฝึกทักษะที่ 2.7 เรื่อง การหารากที่สองโดยการแยกตัวประกอบ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. การให้เหตุผล (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

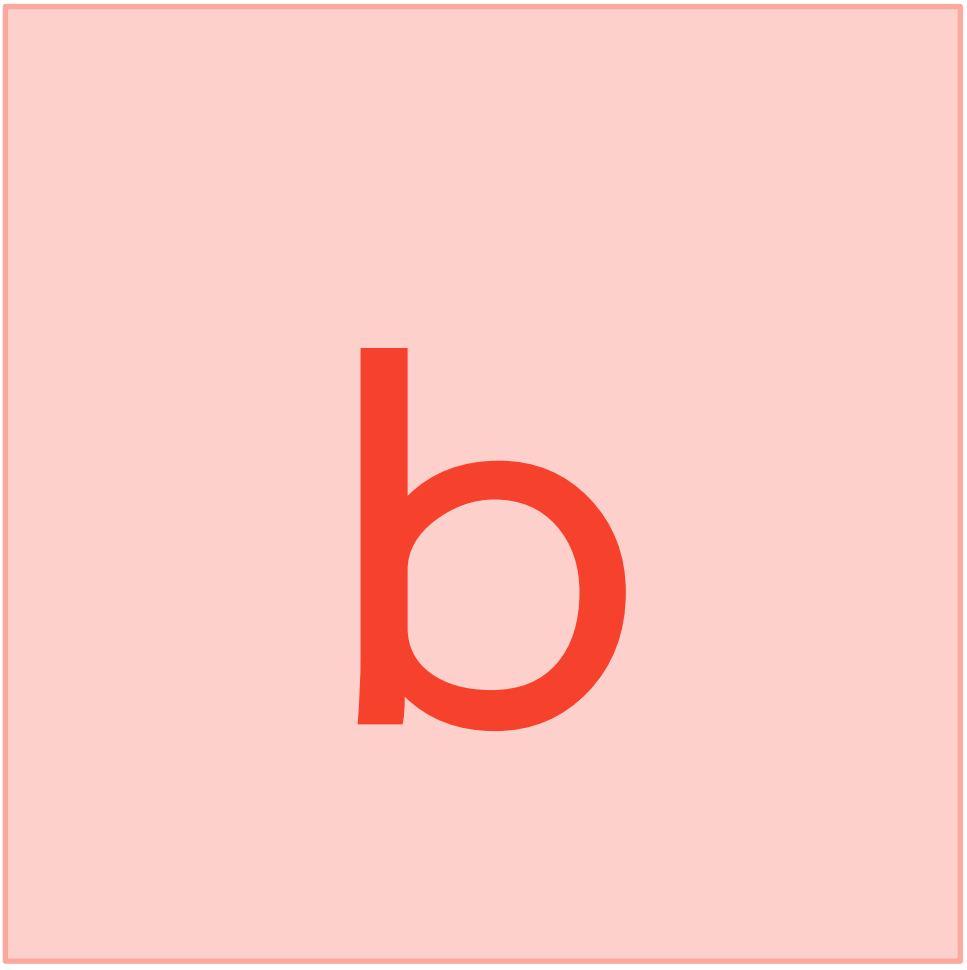
ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แผ่นสี่เหลี่ยมจัตุรัส



แบบฝึกทักษะที่ 2.9

เรื่อง การเปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่สอง

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

<u>คำชี้แจง</u> : จงเรียงลำดับจำนวนต่อไปนี้จากน้อยไปมาก

1. $\sqrt{36}$, $3\sqrt{6}$, $\sqrt{63}$

.....

.....

.....

2. $7\sqrt{3}$, $4\sqrt{7}$, $9\sqrt{2}$

.....

.....

.....

3. $5.\dot{5}$, $\sqrt{500}$, $\frac{1}{\sqrt{5}}$, $5\sqrt{5}$

.....

.....

.....

4. $-\sqrt{80}$, -8.9, $-3\sqrt{3}$, $-\frac{1}{\sqrt{81}}$

.....

.....

.....

เมื่อ $a>0,\ b>0$ ถ้า $a<b$ แล้ว $\sqrt{a}<\sqrt{b}$

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 2.9

เรื่อง การเปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่สอง

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

<u>คำชี้แจง</u> : จงเรียงลำดับจำนวนต่อไปนี้จากน้อยไปมาก

1. $\sqrt{36}$, $3\sqrt{6}$, $\sqrt{63}$

.....

$3\sqrt{6} < 3\sqrt{6} < \sqrt{63}$

.....

.....

2. $7\sqrt{3}$, $4\sqrt{7}$, $9\sqrt{2}$

.....

$4\sqrt{7} < 7\sqrt{3} < 9\sqrt{2}$

.....

.....

3. $5.\dot{5}$, $\sqrt{500}$, $\frac{1}{\sqrt{5}}$, $5\sqrt{5}$

.....

$\frac{1}{\sqrt{5}} < 5.\dot{5} < 5\sqrt{5} < \sqrt{500}$

.....

.....

4. $-\sqrt{80}$, -8.9, $-3\sqrt{3}$, $-\frac{1}{\sqrt{81}}$

.....

$-\sqrt{80} < -8.9 < -3\sqrt{3} < -\frac{1}{\sqrt{81}}$

.....

.....

เมื่อ $a>0,\ b>0$ ถ้า $a<b$ แล้ว $\sqrt{a}<\sqrt{b}$

ใบกิจกรรม “จริงหรือไม่

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

<u>คำชี้แจง</u> : ให้นักเรียนพิจารณาว่าประโยคในแต่ละข้อนี้เป็นจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

1. รากที่สองของ 25 คือ 5 เท่านั้น

.....

2. $\sqrt{25}$ เท่ากับ 5 และ -5

.....

3. $\sqrt{\frac{1}{4}} < \frac{1}{4}$

.....

4. $\sqrt{0.01} > 0.01$

.....

5. $\sqrt{0.04} > \sqrt{0.0004}$

.....

6. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$

.....

7. $\sqrt{7^2} > \sqrt{(-7)^2}$

.....

8. ถ้า $x^2=4$ แล้ว x เท่ากับ 16

.....

9. ถ้า $\sqrt{x}=3$ แล้ว x เท่ากับ 9

.....

10. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่เป็นจำนวนคี่ จะมีความยาวของแต่ละด้านเป็นจำนวนคี่

.....

.....

.....

.....

เฉลย

ใบกิจกรรม “จริงหรือไม่

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง : ให้นักเรียนพิจารณาว่าประโยคในแต่ละข้อนี้เป็นจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

1. รากที่สองของ 25 คือ 5 เท่านั้น

ไม่จริง เพราะ รากที่สองของ 25 คือ 5 และ -5

2. $\sqrt{25}$ เท่ากับ 5 และ -5

ไม่จริง เพราะ $\sqrt{25} = 5$ เท่านั้น

3. $\sqrt{\frac{1}{4} < \frac{1}{4}}$

ไม่จริง เพราะ $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ และ $\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$

4. $\sqrt{0.01} > 0.01$

จริง เพราะ $\sqrt{0.01} = 0.1$ และ $0.1 > 0.01$

5. $\sqrt{0.04} > \sqrt{0.0004}$

จริง เพราะ $\sqrt{0.04} = 0.2$ และ $\sqrt{0.0004} = 0.02$ ซึ่ง $0.2 > 0.02$

6. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$

ไม่จริง เพราะ $\sqrt{2}+\sqrt{3} \approx 1.414 + 1.732 \approx 3.146$ แต่ $\sqrt{5} \approx 2.236$

7. $\sqrt{7^2} > \sqrt{(-7)^2}$

ไม่จริง เพราะ $\sqrt{7^2} = 7$ และ $\sqrt{(-7)^2}$ = จะได้ $\sqrt{7^2} = \sqrt{(-7)^2}$

8. ถ้า $x^2=4$ แล้ว x เท่ากับ 16

ไม่จริง เพราะ ถ้า $x^2 = 4$ แล้ว $x = 2$ และ $x = -2$ หรือ เพราะ $16^2 \neq 4$

9. ถ้า $\sqrt{x}=3$ แล้ว x เท่ากับ 9

จริง เพราะ จาก $\sqrt{x}=3$ จะได้ $x = 3^2 = 9$ หรือ เพราะ $\sqrt{9}=3$

10. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่เป็นจำนวนคี่ จะมีความยาวของแต่ละด้านเป็นจำนวนคี่

ไม่จริง เพราะ มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบางรูปที่มีพื้นที่เป็นจำนวนคี่ แต่ความยาวของแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสนั้น ไม่เป็นจำนวนคี่ เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่เท่ากับ 15 ตารางหน่วย จะมีความยาวด้านแต่ละด้านเท่ากับ $\sqrt{15}$ หน่วย ซึ่ง $\sqrt{15}$ ไม่เป็นจำนวนเต็ม ดังนั้น $\sqrt{15}$ ไม่เป็นจำนวนคี่ (จำนวนเต็มที่สองหารไม่ลงตัว เป็นจำนวนคี่)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 18

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง **จำนวน 14 ชั่วโมง**

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรากที่สอง **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.2/2 เข้าใจจำนวนจริงและความสัมพันธ์ของจำนวนจริง และใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรากที่สอง เป็นการใช้ความรู้เกี่ยวกับรากที่สองมาช่วยในการแก้ปัญหา เช่น การหาความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสหรือการหาความยาวของรัศมีของวงกลม

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. เปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่สองได้
2. ใช้สมบัติของกรณฑ์ที่สองในการจัดรูปและหาค่าของจำนวนจริงที่เกี่ยวกับกรณฑ์ที่สองได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P1)
2. การเชื่อมโยง (P3)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)
2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)

สาระการเรียนรู้

การแก้ปัญหาเกี่ยวกับรากที่สอง สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับรากที่สองมาช่วยในการแก้ปัญหา เช่น ในการหาความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรัศมีของวงกลม เมื่อทราบพื้นที่ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 ห้องนั่งเล่นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีพื้นที่ใช้สอยขนาด 37 ตารางเมตร ห้องนั่งเล่นกว้างประมาณกี่เมตร (ตอบเป็นทศนิยม 1 ตำแหน่ง)

วิธีทำ เนื่องจาก $6^2=36$ และ $7^2=49$

จะได้ว่าห้องนั่งเล่นต้องกว้างมากกว่า 6 เมตร เล็กน้อย

และเนื่องจาก $(6.1)^2 = 37.21$ และ $(6.2)^2 = 38.44$

จะได้ $(6.1)^2$ มีค่าใกล้เคียง 37 มากกว่า

ดังนั้น ห้องนั่งเล่นกว้างประมาณ 6.1 เมตร

ตอบ ประมาณ 6.1 เมตร

ตัวอย่างที่ 2 พ่อต้องการแบ่งลานดินบริเวณหลังบ้านทาบ่อปลา คอกหมู และเล้าไก่ เมื่อคำนวณแล้ว พ่อจะเหลือพื้นที่สำหรับเล้าไก่ 38.5 ตารางฟุต พ่อให้นุชช่วยคิดว่า ถ้าต้องการล้อมบริเวณเล้าไก่ด้วยแผงไม้ไผ่เป็นวงกลม จะต้องใช้แผงไม้ไผ่ยาวอย่างน้อยกี่ฟุต (กำหนด $\pi \approx \frac{22}{7}$)

วิธีทำ เนื่องจาก พื้นที่ของรูปวงกลมเท่ากับ πr^2 เมื่อ r แทนรัศมีของวงกลม

เล้าไก่มีพื้นที่ 38.5 ตารางฟุต

จะได้ $\pi r^2 = 38.5$

$$\frac{22}{7} \times r^2 \approx 38.5$$

$$r^2 \approx 38.5 \times \frac{7}{22}$$

$$r^2 \approx 12.25$$

ดังนั้น $r \approx \sqrt{12.25}$

$$r \approx 3.5$$

จะได้เล้าไก่เป็นรูปวงกลมที่มีรัศมีประมาณ 3.5 ฟุต

และเนื่องจากความยาวของเส้นรอบวงของวงกลมเท่ากับ $2\pi r$ เมื่อ r แทนรัศมีของวงกลม

จะได้ $2\pi r \approx 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5$

$$2\pi r \approx 22$$

ดังนั้น จะต้องใช้แผงไม้ไผ่ยาวอย่างน้อย 22 ฟุต

ตอบ 22 ฟุต

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับรากที่สองและการหารากที่สองของจำนวนจริง โดยการถามตอบ ดังนี้

- รากที่สองของ 144 คือจำนวนใด

  (แนวตอบ 12 และ -12)

- นักเรียนสามารถหารากที่สองด้วยวิธีใดบ้าง

  (แนวตอบ การหารากที่สองสามารถหาได้โดยการแยกตัวประกอบและการประมาณค่า)

1.2 ครูให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างการหารากที่สองของจำนวนจริงในชีวิตจริง

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐาน เช่น การคำนวณหาความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส การคำนวณหาความยาวรัศมีของวงกลม)

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูให้นักเรียนจับคู่ศึกษาการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรากที่สอง จากตัวอย่างที่ 15 และตัวอย่างที่ 16 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.2 เล่ม 1 บทที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง หน้า 84-85

2.2 ครูเขียนโจทย์ “ลองทำดู” บนกระดาน ดังนี้

วงกลมวงหนึ่งมีพื้นที่ประมาณ 3,850 ตารางเซนติเมตร วงกลมวงนี้มีรัศมียาวกี่เซนติเมตร (กำหนดให้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)

2.3 จากนั้นให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำลงในสมุด

2.4 เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอคำตอบหน้าชั้นเรียน โดยมีครูและเพื่อนตรวจสอบความถูกต้อง

(แนวตอบ เนื่องจาก พื้นที่ของรูปวงกลมเท่ากับ πr^2 เมื่อ r แทนรัศมีของวงกลม

จะได้ $\pi r^2 = 3,850$

$\frac{22}{7} \times r^2 \approx 3,850$

$r^2 \approx 3,850 \times \frac{7}{22}$

$r^2 \approx 1,225$

ดังนั้น $r \approx \sqrt{1,225}$

$r \approx 35$

จะได้ วงกลมมีรัศมีประมาณ 35 เซนติเมตร)

3. ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปตามสาระสำคัญ ดังนี้

- การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรากที่สอง เป็นการใช้ความรู้เกี่ยวกับรากที่สองมาช่วยในการแก้ปัญหา

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 2.10 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรากที่สอง

5.ขั้นนำไปใช้

5.1 ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม “คำปริศนา” ซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

- แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4–5 คน
- ครูแจกใบกิจกรรมปริศนาให้แต่ละกลุ่ม
- ให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบในใบกิจกรรมเพื่อหาคำปริศนาที่ต้องการ

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะ 2.10 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรากที่สอง

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 2.10 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรากที่สอง
2. ใบกิจกรรมปริศนา
3. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถหารากที่สองของจำนวนเต็มโดยการแยกตัวประกอบได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 2.7 เรื่อง การหารากที่สองโดยการแยกตัวประกอบ	- แบบฝึกทักษะที่ 2.7 เรื่อง การหารากที่สองโดยการแยกตัวประกอบ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. การให้เหตุผล (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 2.10

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรากที่สอง

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

<u>คำคำชี้แจง</u> : แสดงวิธีหาคำตอบโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. รูปวงกลมรูปหนึ่งมีพื้นที่ประมาณ 154 ตารางเซนติเมตร รูปวงกลมนี้มีรัศมียาวกี่เซนติเมตร (กำหนด $\pi \approx \frac{22}{7}$)

.....

.....

....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. กระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 3 × 3 ตารางเซนติเมตร จำนวน 576 แผน จะสามารถนำมาเรียงต่อโดยไม่ทับซ้อนกันให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้พอดีหรือไม่

.....

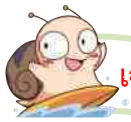
.....

....

.....

.....

.....



เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 2.10

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรากที่สอง

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

<u>คำชี้แจง</u> : แสดงวิธีหาคำตอบโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. รูปวงกลมรูปหนึ่งมีพื้นที่ประมาณ 154 ตารางเซนติเมตร รูปวงกลมนี้มีรัศมียาวกี่เซนติเมตร

(กำหนด $\pi \approx \frac{22}{7}$)

วิธีทำ เนื่องจาก พื้นที่ของรูปวงกลมเท่ากับ πr^2 เมื่อ r แทนรัศมีของวงกลม

จะได้ $\pi r^2 = 154$

$\frac{22}{7} \times r^2 \approx 154$

$r^2 \approx 154 \times \frac{7}{22}$

$r^2 \approx 49$

ดังนั้น $r \approx \sqrt{49}$

$r \approx 7$

จะได้ วงกลมมีรัศมีประมาณ 7 เซนติเมตร

ตอบ 7 เซนติเมตร

2. กระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 3 × 3 ตารางเซนติเมตร จำนวน 576 แผน จะสามารถนำมาเรียงต่อโดยไม่ทับซ้อนกันให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้พอดีหรือไม่

แนวคิด เนื่องจาก มีกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดเท่ากันจำนวน 576 แผ่น โดยกระเบื้องเหล่านี้จะสามารถนำมาเรียงกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้พอดี ก็ต่อเมื่อ ค่ารากที่สองของ 576 เป็นจำนวนเต็ม

หาค่ารากที่สองที่เป็นบวกของ 576 จะได้ 24 ซึ่งเป็นจำนวนเต็ม ดังนั้น กระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 3 × 3 ตารางเซนติเมตร จำนวน 576 แผ่น จะสามารถนำมาเรียงกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้พอดี (เรียงกระเบื้องได้ 24 แถว แถวละ 24 แผ่น)

ใบกิจกรรม “คำปริศนา”

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ให้นักเรียนหาคำตอบในปริศนาแต่ละข้อ แล้วแปลงเป็นตัวอักษรโดยใช้รหัสที่กำหนดให้ จากนั้นเรียงตัวอักษรเพื่อสร้างคำที่มีความหมาย เพื่อหาว่าคำปริศนาคืออะไร

รหัส

คำตอบ	9	$\sqrt{72}$	$\sqrt{55}$	-4	7	14	π	-5	14 และ -14	$\sqrt{13}$	0.9	$-\sqrt{8}$	-8
อักษร	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M

คำตอบ	0.09	$\sqrt{13}$ และ $-\sqrt{13}$	$\frac{3}{8}$	$\sqrt{55}$ และ $-\sqrt{55}$	289	-10	$\frac{1}{8}$	8	64	$\sqrt{7}$	2π	72	$-\sqrt{14}$
อักษร	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z

ปริศนา 1

- ค่าของ $\sqrt{144}-\sqrt{484}$ อักษร_____
- ความยาวของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาวด้านละ 6 เซนติเมตร อักษร_____
- ค่าของ $\left(-\sqrt{\frac{1}{8}}\right)^2$ อักษร_____
- รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่ง มีด้านยาวยาว 24 เซนติเมตร เส้นทแยงมุมยาว 25 เซนติเมตร ด้านกว้างยาวกี่เซนติเมตร อักษร_____

คำปริศนา 1 คือ ☐☐☐☐

ปริศนา 2

- ผลบวกของ รากที่สองที่เป็นบวกของ 4 กับ $\sqrt{25}$ อักษร_____
- ความยาวรอบรูปวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 1 เซนติเมตร อักษร_____
- -17 เป็นรากที่สองของจำนวนใด อักษร_____
- ค่าของ $\sqrt{\frac{49}{64}} - \sqrt{\frac{9}{16}}$ อักษร_____
- ค่าของ $\left(\sqrt{3}\right)^2 + \sqrt{36}$ อักษร_____

คำปริศนา 2 คือ | | | | | |

ปริศนา 3

- ค่าของ $\sqrt{324} + \sqrt{16} - \sqrt{169}$ อักษร_____
- รากที่สองที่เป็นลบของ 25 อักษร_____
- ค่าของ $1 - \sqrt{\frac{25}{64}}$ อักษร_____
- รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 8 เซนติเมตร
  ด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งยาว 3 เซนติเมตร
  ด้านที่เหลือมีความยาวกี่เซนติเมตร อักษร_____
- คำตอบของสมการ $x^2 - 13 = 0$ อักษร_____
- ค่าของ $\sqrt{0.0081}$ อักษร_____
- ค่าของ $-\sqrt{8^2}$ อักษร_____
- รากที่สองของ 196 อักษร_____

คำปริศนา 3 คือ | | | | | | | | |

เฉลย

ใบกิจกรรม “คำปริศนา”

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำปริศนา 1 คือ B E S T

ซึ่งจัดเรียงจากตัวอักษร S, B, T และ E จากคำตอบที่ได้

คำปริศนา 2 คือ G R E A T

ซึ่งจัดเรียงจากตัวอักษร E, G, R, T และ A จากคำตอบที่ได้

คำปริศนา 3 คือ C H A M P I O N

ซึ่งจัดเรียงจากตัวอักษร A, H, P, C, O, N, M และ I จากคำตอบที่ได้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 19

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง **จำนวน 14 ชั่วโมง**
เรื่อง ความหมายของรากที่สามของจำนวนจริง **จำนวน 1 ชั่วโมง**
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.2/2 เข้าใจจำนวนจริงและความสัมพันธ์ของจำนวนจริง และใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

รากที่สามของจำนวนจริงใด ๆ เป็นการหาจำนวนจริงที่ยกกำลังสามแล้วเท่ากับจำนวนจริงนั้น เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\sqrt[3]{a}$

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. เปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่สองได้
2. ใช้สมบัติของกรณฑ์ที่สองในการจัดรูปและหาค่าของจำนวนจริงที่เกี่ยวกับกรณฑ์ที่สองได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1)

สาระการเรียนรู้

ให้ a แทนจำนวนจริงใด ๆ รากที่สาม (cube root) ของ a คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสามแล้วได้ a เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\sqrt[3]{a}$

สัญลักษณ์ $\sqrt[3]{a}$ อ่านว่า รากที่สามของ a (หรือ กรณฑ์ที่สามของ a)

นั่นคือ จะได้ว่า $(\sqrt[3]{a})^3 = a$

ตัวอย่างรากที่สามของจำนวนจริงใด ๆ เช่น

3	เป็นรากที่สองของ	27	เนื่องจาก $3^3 = 27$
-5	เป็นรากที่สองของ	-125	เนื่องจาก $(-5)^3 = -125$
0.1	เป็นรากที่สองของ	0.001	เนื่องจาก $(0.1)^2 = 0.001$

ในกรณีที่ไม่มีจำนวนตรรกยะใดที่ยกกำลังสามแล้วเท่ากับจำนวนที่ต้องการหารากที่สาม จะต้องใช้สัญลักษณ์ $\sqrt[3]{\ }$ แทนรากที่สามของจำนวนนั้น เช่น เมื่อต้องการหารากที่สามของ 10 แต่ไม่มีจำนวนตรรกยะใดที่ยกกำลังสามแล้วเท่ากับ 10 ดังนั้น จึงเขียน $\sqrt[3]{10}$ แทนรากที่สามของ 10 และ $\sqrt[3]{10}$ นี้เป็นจำนวนอตรรกยะ

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับการคูณจำนวน 3 จำนวน และเลขยกกำลัง โดยให้นักเรียนทำกิจกรรม “คู่ฉันอยู่ไหน” ซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

1)ครูแจกบัตรจำนวนให้นักเรียนทุกคน เช่น 8, $2 \times 2 \times 2$, 2^3, $(-2) \times (-2) \times (-2)$, $(-2)^3$

2) ให้นักเรียนตามหาคนที่มีบัตรที่เป็นจำนวนที่เท่ากัน โดยให้เวลา 1 นาที

3) จากนั้นให้นักเรียนบอกว่าตนเองได้บัตรคำจำนวนใด

1.2 จากนั้นครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับรากที่สองและการหารากที่สองของจำนวนจริง โดยการถามตอบ ดังนี้

- รากที่สองที่เป็นบวกและรากที่สองที่เป็นลบของ 81 คือจำนวนใด

  (แนวตอบ รากที่สองที่เป็นบวกของ 81 คือ $\sqrt{81}$ = 9 และรากที่สองที่เป็นลบของ 81 คือ $-\sqrt{81}$ = -9)

- รากที่สองที่เป็นบวกและรากที่สองที่เป็นลบของ $\frac{5}{3}$ คือจำนวนใด

  (แนวตอบ รากที่สองที่เป็นบวกของ $\frac{5}{3}$ คือ $\sqrt{\frac{5}{3}}$ และรากที่สองที่เป็นลบของ $\frac{5}{3}$ คือ $-\sqrt{\frac{5}{3}}$)

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูอธิบายเกี่ยวกับบทนิยามของรากที่สามว่า “ให้ a แทนจำนวนจริงใด ๆ รากที่สาม (cube root) ของ a คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสามแล้วได้ a เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\sqrt[3]{a}$

2.2 ครูถามคำถาม ดังนี้

- สัญลักษณ์ $\sqrt[3]{a}$ อ่านว่าอย่างไร

  (แนวตอบ รากที่สามของ a)

- $(\sqrt[3]{a})^3 = a$ เท่ากับเท่าใด

  (แนวตอบ a)

- จงหารากที่สามของ 8

  (แนวตอบ $2^3 = 8$ ดังนั้น รากที่สามของ 8 คือ 2 หรือ $\sqrt[3]{8} = 2$)

- จงหารากที่สามของ 9

  (แนวตอบ เนื่องจากไม่มีจำนวนเต็มใด ๆ ที่ยกกำลังสามแล้วเท่ากับ 9 ดังนั้นรากที่สามของ 9 จึงเขียนแทนด้วย $\sqrt[3]{9}$)

2.3 ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า “ถ้ารากที่สามของจำนวนจริงนั้นเป็นจำนวนตรรกยะ จะไม่นิยมเขียนรากที่สามมนั้นโดยใช้เครื่องหมาย $\sqrt[3]{\ }$ เช่น ไม่นิยมเขียน $\sqrt[3]{27}$ แทนรากที่สามของ -27 แต่จะนิยมใช้ -3 ซึ่งเป็นจำนวนตรรกยะ แทนรากที่สามของ -27

2.4 ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างรากที่สามของจำนวนจริงใด ๆ ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.2 เล่ม 1 บทที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง หน้า 88

3. ขั้นสรุป

ครูถามนักเรียนเพื่อประเมินความรู้รวบยอดของนักเรียน ดังนี้

- รากที่สามของ a หมายความว่าอย่างไร

  (แนวตอบ จำนวนจริงที่ยกกำลังสามแล้วเท่ากับ a เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\sqrt[3]{a}$)

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 2.11 เรื่อง ความหมายของรากที่สามของจำนวนจริง

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนแต่ละคนยกตัวอย่างจำนวนมา 2 จำนวน พร้อมกับหารากที่สามของจำนวนนั้นโดยไม่ซ้ำกัน แล้วเขียนลงในสมุด

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะ 2.11 เรื่อง ความหมายของรากที่สามของจำนวนจริง

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. บัตรจำนวน
2. แบบฝึกทักษะที่ 2.11 เรื่อง ความหมายของรากที่สามของจำนวนจริง
3. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ 1. เปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่สองได้ 2. ใช้สมบัติของกรณฑ์ที่สองในการจัดรูปและหาค่าของจำนวนจริงที่เกี่ยวกับกรณฑ์ที่สองได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 2.11 เรื่อง ความหมายของรากที่สามของจำนวนจริง	- แบบฝึกทักษะที่ 2.11 เรื่อง ความหมายของรากที่สามของจำนวนจริง	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

บัตรจำนวน

$2\times2\times2$	2^3
8	$(-2)^3$
$(-2)\times(-2)\times(-2)$	-8

บัตรจำนวน

$3\times3\times3$	3^3
27	$(-3)^3$
$(-3)\times(-3)\times(-3)$	-27

บัตรจำนวน

$0.1\times0.1\times0.1$	$(0.1)^3$
0.001	$(-0.01)^3$
$(-0.1)\times(-0.1)\times(-0.1)$	-0.001

บัตรจำนวน

$1\times1\times1$	1^3
1	$(-1)^3$
$(-1)\times(-1)\times(-1)$	-1

บัตรจำนวน

$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^3$

$\frac{8}{27}$

$\left(-\frac{2}{3}\right)^3$

$\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right)$

$-\frac{8}{27}$

แบบฝึกทักษะที่ 2.11

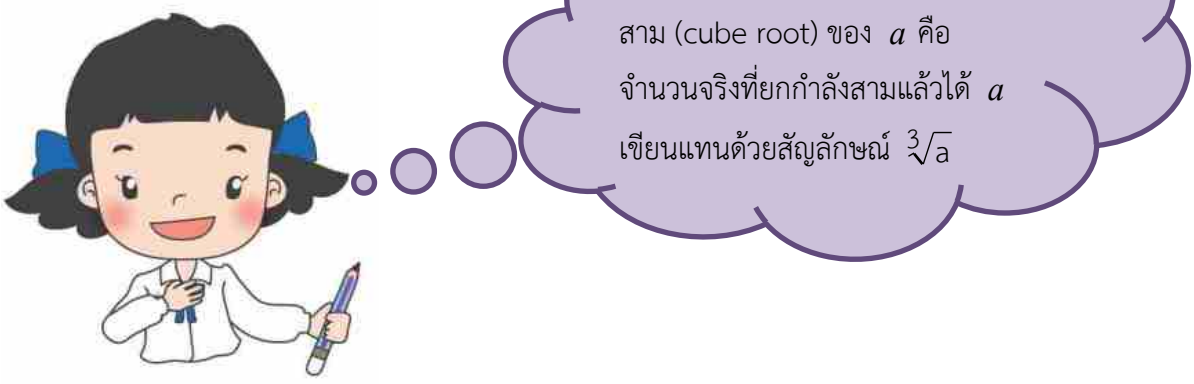
เรื่อง ความหมายของรากที่สามของจำนวนจริง

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

<u>คำชี้แจง</u> : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. 2 เป็นรากที่สามของ .....
2. -3 เป็นรากที่สามของ .....
3. รากที่สามของ $\frac{8}{27}$ คือ .....
4. 0.001 เป็นรากที่สามของ .....
5. รากที่สามของ 64 คือ .....
6. -7 เป็นรากที่สามของ ....
7. รากที่สามของ $\frac{2}{3}$ คือ .....
8. 11 เป็นรากที่สามของ .....
9. รากที่สามของ - 0.02 คือ .....
10. $-\frac{5}{6}$ เป็นรากที่สามของ .....



เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 2.11

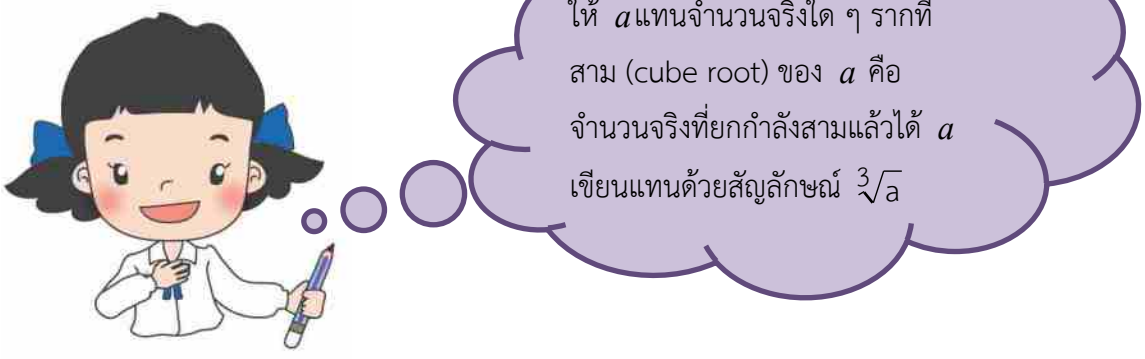
เรื่อง ความหมายของรากที่สามของจำนวนจริง

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

<u>คำชี้แจง</u> : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. 2 เป็นรากที่สามของ ..... 8 เนื่องจาก $2^3 = 8$
2. -3 เป็นรากที่สามของ ..... -27 เนื่องจาก $(-3)^3 = -27$
3. รากที่สามของ $\frac{8}{27}$ คือ ..... $\frac{2}{3}$ เนื่องจาก $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$
4. 0.001 เป็นรากที่สามของ ..... 0.1 เนื่องจาก $0.1^3 = 0.001$
5. รากที่สามของ 64 คือ ..... 4 เนื่องจาก $4^3 = 64$
6. -7 เป็นรากที่สามของ ..... -343 เนื่องจาก $(-7)^3 = -343$
7. รากที่สามของ $\frac{2}{3}$ คือ ..... $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$ เนื่องจาก $\left(\sqrt[3]{\frac{2}{3}}\right)^3 = \frac{2}{3}$
8. 11 เป็นรากที่สามของ ..... 1,331 เนื่องจาก $(11)^3 = 1,331$
9. รากที่สามของ - 0.02 คือ ..... $\sqrt[3]{-0.02}$ เนื่องจาก $(\sqrt[3]{-0.02})^3 = -0.02$
10. $-\frac{5}{6}$ เป็นรากที่สามของ ..... $-\frac{125}{216}$ เนื่องจาก $\left(-\frac{5}{6}\right)^3 = -\frac{125}{216}$



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 20

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง **จำนวน 14 ชั่วโมง**

เรื่อง การหารากที่สามโดยการแยกตัวประกอบ **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.2/2 เข้าใจจำนวนจริงและความสัมพันธ์ของจำนวนจริง และใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การหารากที่สามของจำนวนจริงใด ๆ โดยการแยกตัวประกอบ เป็นการแยกตัวประกอบของจำนวนนั้น แล้วจัดให้อยู่ในรูปการคูณจำนวนที่เท่ากันสามจำนวน แล้วค่าของรากที่สามจะเท่ากับจำนวนนั้น

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. หารากที่สามโดยการแยกตัวประกอบได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. การเชื่อมโยง (P3)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1)
2. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)

สาระการเรียนรู้

การหารากที่สามของจำนวนจริงใด ๆ โดยการแยกตัวประกอบ เป็นการแยกตัวประกอบของจำนวนนั้น แล้วจัดให้อยู่ในรูปการคูณจำนวนที่เท่ากันสามจำนวน แล้วค่าของรากที่สามจะเท่ากับจำนวนนั้น

การหารากที่สามของจำนวนจริงใด ๆ อาจทำได้โดยการแยกตัวประกอบเพื่อเขียนให้อยู่ในรูปของจำนวนที่ยกกำลังสามแล้วสหารากที่สาม ดังนี้

ตัวอย่าง จงหา $\sqrt[3]{343}$

วิธีทำ เนื่องจาก $\sqrt[3]{343} = \sqrt[3]{7\times 7\times 7}$

$$= \sqrt[3]{7^3}$$

$$= 7$$

ดังนั้น $\sqrt[3]{343} = 7$

ตอบ 7

สมบัติของรากที่สามที่ มีดังนี้

1. $\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}=\sqrt[3]{ab}$
2. $\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$ เมื่อ $b\neq$

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับการหารากที่สาม โดยให้นักเรียนทำกิจกรรม “ตอบได้ให้เลย” ซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

- ครูให้นักเรียนจับคู่กัน
- จากนั้นครูเขียนจำนวน $-\sqrt[3]{(9)^3}$, $\sqrt[3]{11^3}$, $\sqrt[3]{(-15)^3}$, $\sqrt[3]{125}$, $-\sqrt[3]{3,375}$, รากที่สามของ 343, รากที่สามของ 125, รากที่สามของ 5, รากที่สามของ $\frac{1}{27}$ และ รากที่สามของ $\frac{8}{27}$ บนกระดานทีละจำนวน
- ให้แต่ละคู่แข่งกันตอบด้วยการยกมือตอบ คู่ไหนที่ตอบได้เร็วและถูกต้องจะได้ข้อละ 1 คะแนน
- คู่ไหนได้คะแนนมากที่สุดจะเป็นฝ่ายชนะ

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูยกตัวอย่างจำนวนสองจำนวน คือ 216, 343

2.2 ครูถามนักเรียนว่า “จำนวนที่ครูยกตัวอย่างมาทั้ง 2 จำนวนนั้นสามารถหารากที่สามได้หรือไม่”

2.3 ครูแสดงวิธีการหารากที่สามของ 216 ด้วยวิธีการแยกตัวประกอบพร้อมทั้งอธิบายประกอบ ดังนี้

ตัวอย่าง จงหา $\sqrt[3]{216}$

วิธีทำ เนื่องจาก $\sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{6\times6\times6}$

$= \sqrt[3]{6^3}$

$= 6$

ดังนั้น $\sqrt[3]{216} = 6$

ตอบ 6

2.4 นักเรียนช่วยกันหารากที่สามของ 343 ด้วยวิธีการแยกตัวประกอบ

(แนวตอบ **วิธีทำ** เนื่องจาก $\sqrt[3]{343} = \sqrt[3]{7\times7\times7}$

$= \sqrt[3]{7^3}$

$= 7$

ดังนั้น $\sqrt[3]{343} = 7$

ตอบ 7)

2.5 ครูแนะนำสมบัติรากที่สามที่นักเรียนควรทราบ ดังนี้

1. $\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}=\sqrt[3]{ab}$

2. $\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$ เมื่อ $b \neq 0$

2.6 ครูยกตัวอย่างจำนวนรากที่สามสองจำนวนคูณกัน คือ $\sqrt[3]{4}\sqrt[3]{2}$ บนกระดาน

2.7 ครูถามนักเรียนว่า “เราสามารถเขียนการคูณกันของทั้งสองจำนวนในรูปอื่นได้หรือไม่”

(แนวตอบ ได้ คือ $\sqrt[3]{(4)(2)}$)

2.8 ครูยกตัวอย่างจำนวนรากที่สามสองจำนวนหารกัน คือ $\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}}$ บนกระดาน

2.9 ครูถามนักเรียนว่า “เราสามารถเขียนการหารกันของทั้งสองจำนวนในรูปอื่นได้หรือไม่

(แนวตอบ ได้ คือ $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$)

2.10 ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างการหารากที่สามโดยการแยกตัวประกอบ ในหนังสือเรียน คณิตศาสตร์ ม.2 เล่ม 1 บทที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง หน้า 91-92)

2.11 ครูแนะนำนักเรียนให้ไปศึกษาเพิ่มเติมเกี่ยวกับการหารากที่สามโดยการแยกตัวประกอบ ได้ที่เว็บไซต์: https://www.youtube.com/watch?v=L-3Glv0AkeM หรือสแกนที่ QR Code

การหารากที่สามโดยการแยกตัวประกอบ

3. ขั้นสรุป

นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการหารากที่สามโดยการแยกตัวประกอบ ดังนี้

- การหารากที่สามโดยการแยกตัวประกอบทำได้อย่างไร
  (แนวตอบ การแยกตัวประกอบของจำนวนนั้น แล้วจัดให้อยู่ในรูปการคูณจำนวนที่เท่ากันสามจำนวน แล้วค่าของรากที่สามจะเท่ากับจำนวนนั้น)

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 2.12 เรื่อง การหารากที่สามโดยการแยกตัวประกอบ

5.ขั้นนำไปใช้

5.1. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม “ช่วยฉันตอบ” ซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

1) ให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อน

2) จากนั้นให้นักเรียนแต่ละคนกำหนดจำนวนจำนวนหนึ่งไว้ แล้วนำไปแลกเปลี่ยนกับคู่ของตนเอง เพื่อหารากที่สามของจำนวนนั้นโดยใช้วิธีการแยกตัวประกอบ เมื่อเสร็จแล้วให้แต่ละคู่ช่วยกันตรวจสอบคำตอบ

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะที่ 2.12 เรื่อง การหารากที่สามโดยการแยกตัวประกอบ

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 2.12 เรื่อง การหารากที่สามโดยการแยกตัวประกอบ
2. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

แหล่งการเรียนรู้

1. วีดิทัศน์ เรื่อง การหารากที่สามโดยการแยกตัวประกอบ
   จากเว็บไซต์: https://www.youtube.com/watch?v=L-3Glv0AkeM

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถหารากที่สามโดยการแยกตัวประกอบได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 2.12 เรื่อง การหารากที่สามโดยการแยกตัวประกอบ	- แบบฝึกทักษะที่ 2.12 เรื่อง การหารากที่สามโดยการแยกตัวประกอบ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. การเชื่อมโยง (P3)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1) 2. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 2.12

เรื่อง การหารากที่สามโดยการแยกตัวประกอบ

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

<u>คำชี้แจง</u> : จงหาคำตอบพร้อมทั้งวิธีทำต่อไปนี้

1. จงหารากที่สามของ 64

<u>วิธีทำ</u> .....

.....

.....

.....

2. จงหา $\sqrt[3]{-42875}$

<u>วิธีทำ</u> .....

.....

.....

.....

3. จงหา $\sqrt[3]{\frac{216}{42875}}$

<u>วิธีทำ</u> .....

.....

.....

.....

4. จงหา $-\sqrt{3.375}$

<u>วิธีทำ</u> .....

.....

.....

.....

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 2.12

เรื่อง ควาการหารากที่สามโดยการแยกตัวประกอบ

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

<u>คำชี้แจง</u> : จงหาคำตอบพร้อมทั้งวิธีทำต่อไปนี้

1. จงหารากที่สามของ 64

<u>วิธีทำ</u> เนื่องจาก $64 = 4x4x4$

$= (4)^3$

เพราะฉะนั้น รากที่สองของ 64 คือ 4

2. จงหา $\sqrt[3]{-42875}$

<u>วิธีทำ</u> เนื่องจาก $\sqrt[3]{-42875} = \sqrt[3]{(-7)x(-7)x(-7)x5x5x5}$

$= \sqrt[3]{(-7)^3x5^3}$

$= \sqrt[3]{(-35)^3}$

$= -35$

เพราะฉะนั้น $\sqrt[3]{-42875} = -35$

3. จงหา $\sqrt[3]{\frac{216}{42875}}$

<u>วิธีทำ</u> เนื่องจาก $\sqrt[3]{\frac{216}{42875}} = \sqrt[3]{\frac{2x2x2x3x3x3}{5x5x5x7x7x7}}$

$= \sqrt[3]{\left(\frac{2x3}{5x7}\right)^3}$

$= \sqrt[3]{\left(\frac{6}{35}\right)^3}$

$= \frac{6}{35}$

เพราะฉะนั้น $\sqrt[3]{\frac{216}{42875}} = \frac{6}{35}$

4. จงหา $-\sqrt[3]{(3.375)^3}$

<u>วิธีทำ</u> เนื่องจาก $-\sqrt[3]{(3.375)^3} = -\sqrt[3]{0.5x0.5x0.5x3x3x3}$

$= -\sqrt[3]{(0.5x3)^3}$

$= -\sqrt[3]{(1.5)^3}$

$= -1.5$

เพราะฉะนั้น $-\sqrt[3]{(3.375)^3} = -1.5$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 21

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง **จำนวน 14 ชั่วโมง**

เรื่อง การเปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่สาม **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.2/2 เข้าใจจำนวนจริงและความสัมพันธ์ของจำนวนจริง และใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ $a<b$ แล้ว $\sqrt[3]{a}<\sqrt[3]{b}$

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. เปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่สามได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. การเชื่อมโยง (P3)
3. การให้เหตุผล (P4)

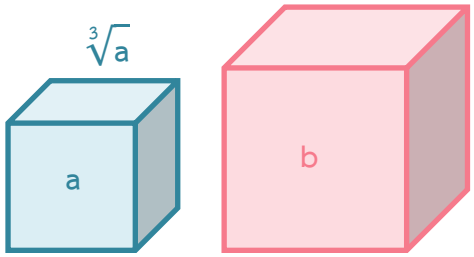
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี (A1)
2. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)
3. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

สาระการเรียนรู้

การเปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่สาม

พิจารณาลูกบาศก์สองรูปที่มีปริมาตรไม่เท่ากัน ดังรูป



จากรูปจะเห็นว่าถ้าปริมาตรของลูกบาศก์ลูกหนึ่งน้อยกว่าปริมาตรของลูกบาศก์อีกลูกหนึ่ง แล้วความยาวของด้านของลูกศก์ที่มีปริมาตรน้อยกว่าก็จะน้อยกว่าความยาวของลูกบาศก์ที่มีปริมาตรมากกว่า

สำหรับลูกบาศก์ที่มีปริมาตร a ลูกบาศก์หน่วย จะมีความยาวของด้านเป็น $\sqrt[3]{a}$ หน่วย และลูกบาศก์ที่มีปริมาตร b ลูกบาศก์หน่วย จะมีความยาวของด้านเป็น $\sqrt[3]{b}$ หน่วย จะได้ว่า ถ้า $a < b$ แล้ว $\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$

ซึ่งข้อสรุปนี้ เป็นไปตามสวบัติของกรณฑ์ที่สามดังนี้

ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ $a < b$ แล้ว $\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$

ตัวอย่าง $\sqrt[3]{43}$ และ $\sqrt[3]{51}$ จำนวนใดมีค่าน้อยกว่ากัน

วิธีทำ เนื่องจาก 43 มีค่าน้อยกว่า 51

ดังนั้น จากสมบัติ ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ $a < b$ แล้ว $\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$

จะได้ว่า $\sqrt[3]{43}$ มีค่าน้อยกว่า $\sqrt[3]{51}$

ตอบ $\sqrt[3]{43}$ น้อยกว่า $\sqrt[3]{51}$

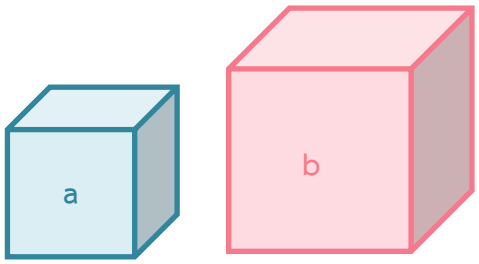
กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

ครูทบทวนการหาค่ารากที่สามของจำนวนจริง โดยการให้นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนจริง พร้อมบอกว่ารากที่สามของจำนวนจริงนั้นคือจำนวนใด

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

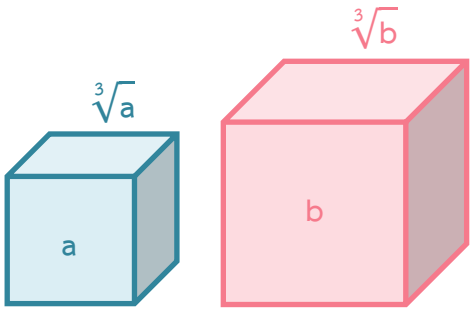
2.1 ครูติดรูปลูกบาศก์สองรูปที่มีปริมาตรไม่เท่ากัน โดยรูปลูกบาศก์รูปแรกมีพื้นที่ a ลูกบาศก์หน่วย ซึ่งมีปริมาตรน้อยกว่าลูกบาศก์รูปที่สองที่มีปริมาตร b ลูกบาศก์หน่วย โดยติดบนกระดาน ดังรูป



2.2 ครูถามคำถาม ดังนี้

- รูปลูกบาศก์ a ที่มีปริมาตร a ลูกบาศก์หน่วย จะมีความยาวด้านเป็นเท่าใด
  (แนวตอบ $\sqrt[3]{a}$ หน่วย)
- รูปลูกบาศก์ b ที่มีปริมาตร b ลูกบาศก์หน่วย จะมีความยาวด้านเป็นเท่าใด
  (แนวตอบ $\sqrt[3]{b}$ หน่วย)

2.3 จากนั้นครูเขียนคำตอบที่ได้ของนักเรียนบนกระดาน ดังรูป



2.4 จากนั้นครูให้นักเรียนสังเกตรูปลูกบาศก์ทั้งสองรูป แล้วถามคำถามนักเรียนว่า “จากรูป ความยาวด้านของรูปลูกบาศก์รูปใดที่มีความยาวน้อยกว่า”
(แนวตอบ ความยาวด้านลูกบาศก์ a ซึ่งมีความยาวด้านเท่ากับ $\sqrt[3]{a}$ หน่วย มีความยาวน้อยกว่าความยาวด้านลูกบาศก์ b ซึ่งมีความยาวด้านเท่ากับ $\sqrt[3]{b}$ หน่วย)

2.5 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปจากความสัมพันธ์ของรูปลูกบาศก์ทั้งสองรูป ดังกล่าว จะได้ว่า ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ $a<b$ แล้ว $\sqrt[3]{a}<\sqrt[3]{b}$

2.6 ครูให้นักเรียนจับคู่ศึกษาตัวอย่างเกี่ยวกับการเปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณ์ที่สาม ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.2 เล่ม 1 บทที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง หน้า 93 แล้วให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความรู้กับคู่ของตนเอง สนทนา ซักถามจนเป็นที่เข้าใจร่วมกัน

3. ขั้นสรุป

ครูถามคำถามกับนักเรียนเพื่อประเมินความรู้รวบยอดของนักเรียน ดังนี้

- สมบัติของกรณฑ์ที่สามมีอะไรบ้าง
  (แนวตอบ ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ a < b แล้ว $\sqrt[3]{a}<\sqrt[3]{b}$)

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 2.13 เรื่อง การเปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่สาม

5.ขั้นนำไปใช้

5.1 ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม “จริงหรือไม่” ซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

1) ครูให้นักเรียนให้นักเรียนจับคู่เพื่อทำกิจกรรม

2) ครูแจกใบกิจกรรมจริงหรือไม่ให้นักเรียนแต่ละคู่

3) ให้นักเรียนแต่ละคู่พิจารณาคำตอบ แล้วตอบลงในใบกิจกรรมจริงหรือไม่

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะที่ 2.13 เรื่อง การเปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่สาม

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 2.13 เรื่อง การเปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่สาม
2. กิจกรรมจริงหรือไม่
3. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถเปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่สามได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 2.13 เรื่อง การเปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่สาม	- แบบฝึกทักษะที่ 2.13 เรื่อง การเปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่สาม	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. การเชื่อมโยง (P3) 3. การให้เหตุผล (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี (A1) 2. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2) 3. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

กิจกรรมเสนอแนะเพิ่มเติม

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 2.13

เรื่อง การเปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่สาม

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

<u>คำชี้แจง</u> : จงเรียงลำดับจำนวนต่อไปนี้จากน้อยไปมาก

1. $\sqrt[3]{-64}$, $-\sqrt[3]{36}$, $\sqrt[3]{-81}$

.....

.....

.....

2. $2\sqrt[3]{729}$, $3\sqrt[3]{512}$, $5\sqrt[3]{216}$

.....

.....

.....

3. $-\sqrt{99}$, $\sqrt{999}$, $\sqrt[3]{999}$, $-\sqrt[3]{-99}$

.....

.....

.....

4. $\sqrt[3]{-9}$, $-\sqrt{27}$, $\sqrt[3]{-36}$, $\sqrt[3]{-49}$, $-\sqrt{125}$

.....

.....

.....

ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ $a < b$ แล้ว $\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 2.13

เรื่อง การเปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่สาม

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

<u>คำชี้แจง</u> : จงเรียงลำดับจำนวนต่อไปนี้จากน้อยไปมาก

1. $\sqrt[3]{-64}$, $-\sqrt[3]{36}$, $\sqrt[3]{-81}$

$\sqrt[3]{-81} < \sqrt[3]{-64} < -\sqrt[3]{36}$

2. $2\sqrt[3]{729}$, $3\sqrt[3]{512}$, $5\sqrt[3]{216}$

$2\sqrt[3]{729} < 3\sqrt[3]{512} < 5\sqrt[3]{216}$

3. $-\sqrt{99}$, $\sqrt{999}$, $\sqrt[3]{999}$, $-\sqrt[3]{-99}$

$-\sqrt{99} < -\sqrt[3]{-99} < \sqrt[3]{999} < \sqrt{999}$

4. $\sqrt[3]{-9}$, $-\sqrt{27}$, $\sqrt[3]{-36}$, $\sqrt[3]{-49}$, $-\sqrt{125}$

$-\sqrt{125} < -\sqrt{27} < \sqrt[3]{-49} < \sqrt[3]{-36} < \sqrt[3]{-9}$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 22

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง **จำนวน 14 ชั่วโมง**

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรากที่สาม **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.2/2 เข้าใจจำนวนจริงและความสัมพันธ์ของจำนวนจริง และใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรากที่สาม เป็นการใช้ความรู้เกี่ยวกับรากที่สามมาช่วยในการแก้ปัญหา เช่น การหาความยาวด้านของลูกบาศก์

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรากที่สามได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P1)
2. การเชื่อมโยง (P3)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)
2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)

สาระการเรียนรู้

การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรากที่สาม เป็นการใช้ความรู้เกี่ยวกับรากที่สามมาช่วยในการแก้ปัญหา เช่น การหาความยาวด้านของลูกบาศก์ เมื่อทราปริมาตรของลูกบาศก์ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 แท็งก์น้ำทรงลูกบาศก์ 2 ใบ ใบแรกจุน้ำได้ 343 ลิตร ใบที่สองจุได้ 512 ลิตร แท็งก์ใบที่สองมีด้านแต่ละด้านยาวกว่าแท็งก์ใบแรกกี่เซนติเมตร

วิธีทำ เนื่องจาก ปริมาตรของลูกบาศก์เท่ากับ (ความยาวของด้าน)^3

ดังนั้นแท็งก์น้ำทรงลูกบาศก์จะมีด้านยาวด้านละ $\sqrt[3]{\text{ความจุของแท็งก์น้ำทรงลูกบาศก์}}$

แท็งก์ใบแรกมีความจุ 343 ลิตร เท่ากับ 343,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร

จะได้ แท็งก์ใบแรกมีด้านยาวด้านละ $\sqrt[3]{343,000} = \sqrt[3]{70^3}$

$= 70$ เซนติเมตร

แท็งก์ใบที่สองมีความจุ 512 ลิตร เท่ากับ 512,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร

จะได้ แท็งก์ใบแรกมีด้านยาวด้านละ $\sqrt[3]{512,000} = \sqrt[3]{80^3}$

$= 80$ เซนติเมตร

ดังนั้น แท็งก์ใบที่สองมีด้านแต่ละด้านยาวกว่าแท็งก์ใบแรกอยู่ 80 - 70 = 10 เซนติเมตร

ตอบ 10 เซนติเมตร

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับรากที่สามและการหารากที่สามของจำนวนจริง โดยการถามตอบ ดังนี้

- รากที่สองของ 343,000 คือจำนวนใด

  (แนวตอบ 70)

- นักเรียนสามารถหารากที่สามด้วยวิธีใดบ้าง

  (แนวตอบ การหารากที่สามสามารถหาได้โดยการแยกตัวประกอบ)

1.2 ครูให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างการหารากที่สามของจำนวนจริงในชีวิตจริง

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐาน เช่น การหาความยาวด้านของลูกบาศก์)

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูให้นักเรียนจับคู่ศึกษาการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรากที่สาม จากตัวอย่างที่ 11 และตัวอย่างที่ 12 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.2 เล่ม 1 บทที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง หน้า 94-95

2.2 ครูเขียนโจทย์ บนกระดาน ดังนี้

กล่องทรงลูกบาศก์มีความจุ 2,744 ลูกบาศก์เซนติเมตร กล่องใบนี้มีแต่ละด้านยาวกี่เซนติเมตร

2.3 จากนั้นให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำลงในสมุด

2.4 เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอคำตอบหน้าชั้นเรียน โดยมีครูและเพื่อนตรวจสอบความถูกต้อง

(แนวตอบ วิธีทำ เนื่องจาก ปริมาตรของลูกบาศก์เท่ากับ $(\text{ความยาวของด้าน})^3$

ดังนั้นกล่องทรงลูกบาศก์จะมีด้านยาวด้านละ $\sqrt[3]{\text{ความจุของกล่องทรงลูกบาศก์}}$

จะได้ กล่องทรงลูกบาศก์มีด้านยาวด้านละ $\sqrt[3]{2,744} = \sqrt[3]{14^3}$

$= 14$ เซนติเมตร

ตอบ 14 เซนติเมตร)

3. ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปตามสาระสำคัญ ดังนี้

- การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรากที่สาม เป็นการใช้ความรู้เกี่ยวกับรากที่สามมาช่วยในการแก้ปัญหา

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 2.14 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรากที่สาม

5.ขั้นนำไปใช้

5.1ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม “ลูกบาศก์มหัศจรรย์” ซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

1) แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4–5 คน

2) ครูแจกใบกิจกรรมลูกบาศก์มหัศจรรย์ให้แต่ละกลุ่ม

3) ให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบในใบกิจกรรม

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะที่ 2.14 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรากที่สาม

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 2.14 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรากที่สาม
2. ใบกิจกรรมลูกบาศก์มหัศจรรย์
3. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรากที่สามได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 2.14 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรากที่สาม	- แบบฝึกทักษะที่ 2.14 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรากที่สาม	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P1) 2. การเชื่อมโยง (P3)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2) 2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 2.14

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรากที่สาม

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

<u>คำชี้แจง</u> : แสดงวิธีหาคำตอบโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. กล่องทรงลูกบาศก์มีความจุ 3,375 ลูกบาศก์เซนติเมตร นำกล่องใบนี้ใส่ในกล่องอีกใบหนึ่งซึ่งกว้าง 14 เซนติเมตร ยาว 16 เซนติเมตร จะใส่ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

....

.....

.....

2. โรงงานผลิตกล่องพลาสติกแห่งหนึ่ง สำรวจพบว่าขนาดที่ขายดีที่สุดเป็นกล่องทรงลูกบาศก์ที่สามารถจุของได้อย่างน้อย 1,500 ลูกบาศก์นิ้ว โรงงานต้องผลิตกล่องที่มีความยาวอย่างน้อยกี่นิ้ว (ตอบเป็นจำนวนเต็ม)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

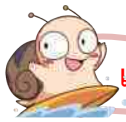
.....

.....

.....

.....

.....



เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 2.14

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรากที่สาม

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

<u>คำชี้แจง</u> : แสดงวิธีหาคำตอบโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. กล่องทรงลูกบาศก์มีความจุ 3,375 ลูกบาศก์เซนติเมตร นำกล่องใบนี้ใส่ในกล่องอีกใบหนึ่งซึ่งกว้าง 14 เซนติเมตร ยาว 16 เซนติเมตร จะใส่ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

วิธีทำ กล่องใบแรกมีความจุ 3,375 ลูกบาศก์เซนติเมตร

จะได้ว่ากล้องใบนี้มีความยาวด้านละ $\sqrt[3]{3,375} = 15$ เซนติเมตร

ดังนั้น นำกล่องใบนี้ใส่กล่องกว้าง 14 เซนติเมตร ยาว 16 เซนติเมตรไม่ได้

เพราะ กล่องใบแรกมีความกว้างมากกว่ากล่องที่จะนำไปใส่)

2. โรงงานผลิตกล่องพลาสติกแห่งหนึ่ง สำรวจพบว่าขนาดที่ขายดีที่สุดเป็นกล่องทรงลูกบาศก์ที่สามารถจุของได้อย่างน้อย 1,500 ลูกบาศก์นิ้ว โรงงานต้องผลิตกล่องที่มีความยาวอย่างน้อยกี่นิ้ว (ตอบเป็นจำนวนเต็ม)

วิธีทำ เนื่องจากปริมาตรของลูกบาศก์ = $(\text{ความยาวด้าน})^3$

ดังนั้น จึงต้องหาจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดที่ยกกำลังสามแล้วมีค่ามากกว่า 1,500

เนื่องจาก $11^3 = 1,331$ ใช้ไม่ได้ เพราะน้อยกว่า 1,500

$12^3 = 1,728$ ใช้ได้ เพราะเพราะมากกว่า 1,500

นั่นคือ โรงงานต้องผลิตกล่องที่มีความยาวอย่างน้อย 12 นิ้ว

ตอบ 12 นิ้ว

ใบกิจกรรม “ลูกบาศก์มหัศจรรย์”

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

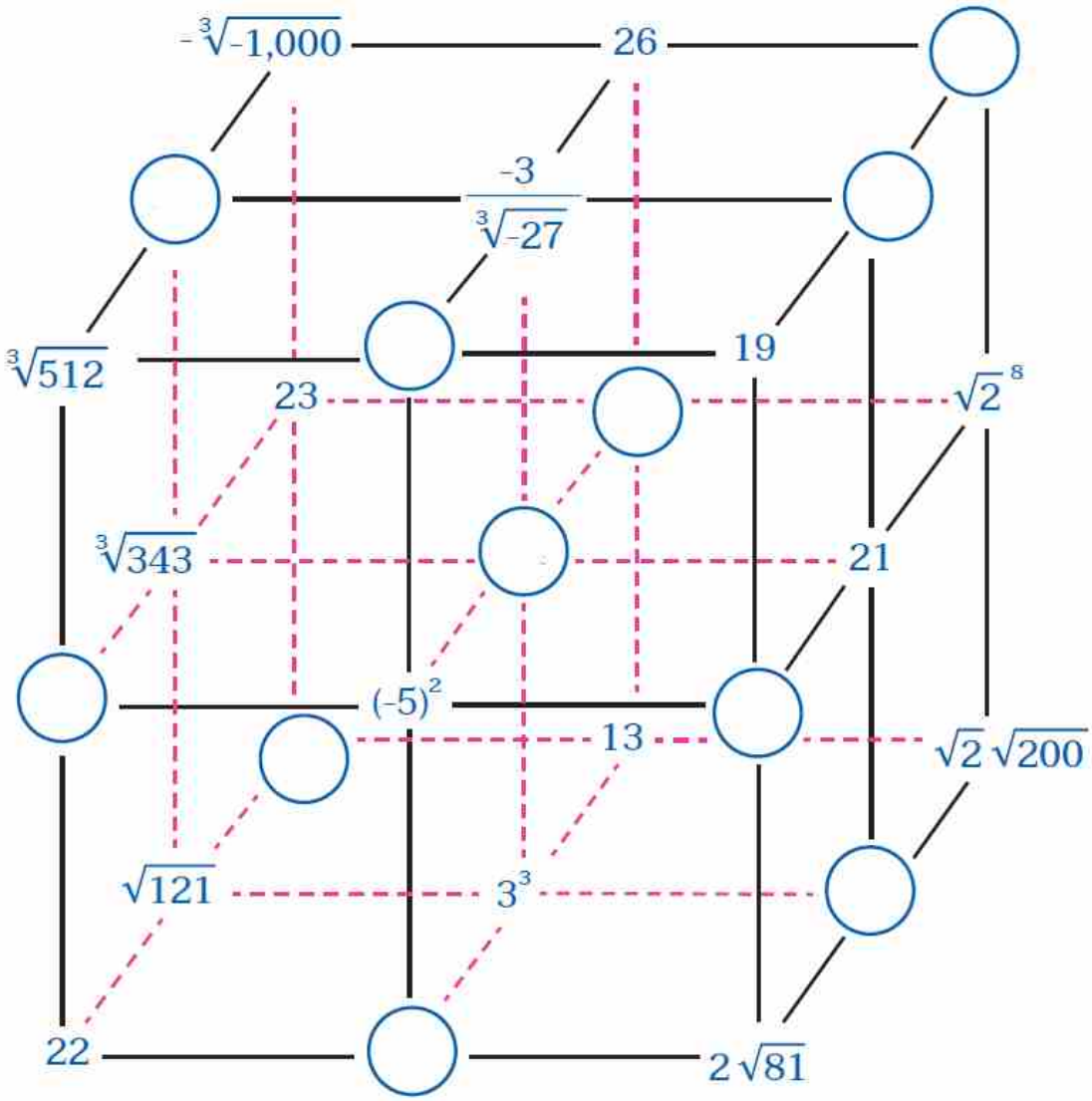
ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง กล่องทรงลูกบาศก์ใบหนึ่งมีความจุ 74,088 ลูกบาศก์หน่วย ถ้าสร้างโครงให้ทีขนาดเท่ากับลูกบาศก์และเมื่อกำหนดให้ใช้จำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง 27 ในการจัดวางที่ตำแหน่งต่าง ๆ ดังรูป เพื่อให้ผลรวมของจำนวนสามจำนวนในแต่ละแนวนอนและในแต่ละแนวตั้ง เท่ากับความยาวของด้านของโครงสร้างลูกบาศก์ ให้นักเรียนเติมจำนวนที่ยังขาดอยู่ลงใน ◯ เพื่อให้ได้ผลรวมตามที่ต้องการ



เฉลย

ใบกิจกรรม “ลูกบาศก์มหัศจรรย์”

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

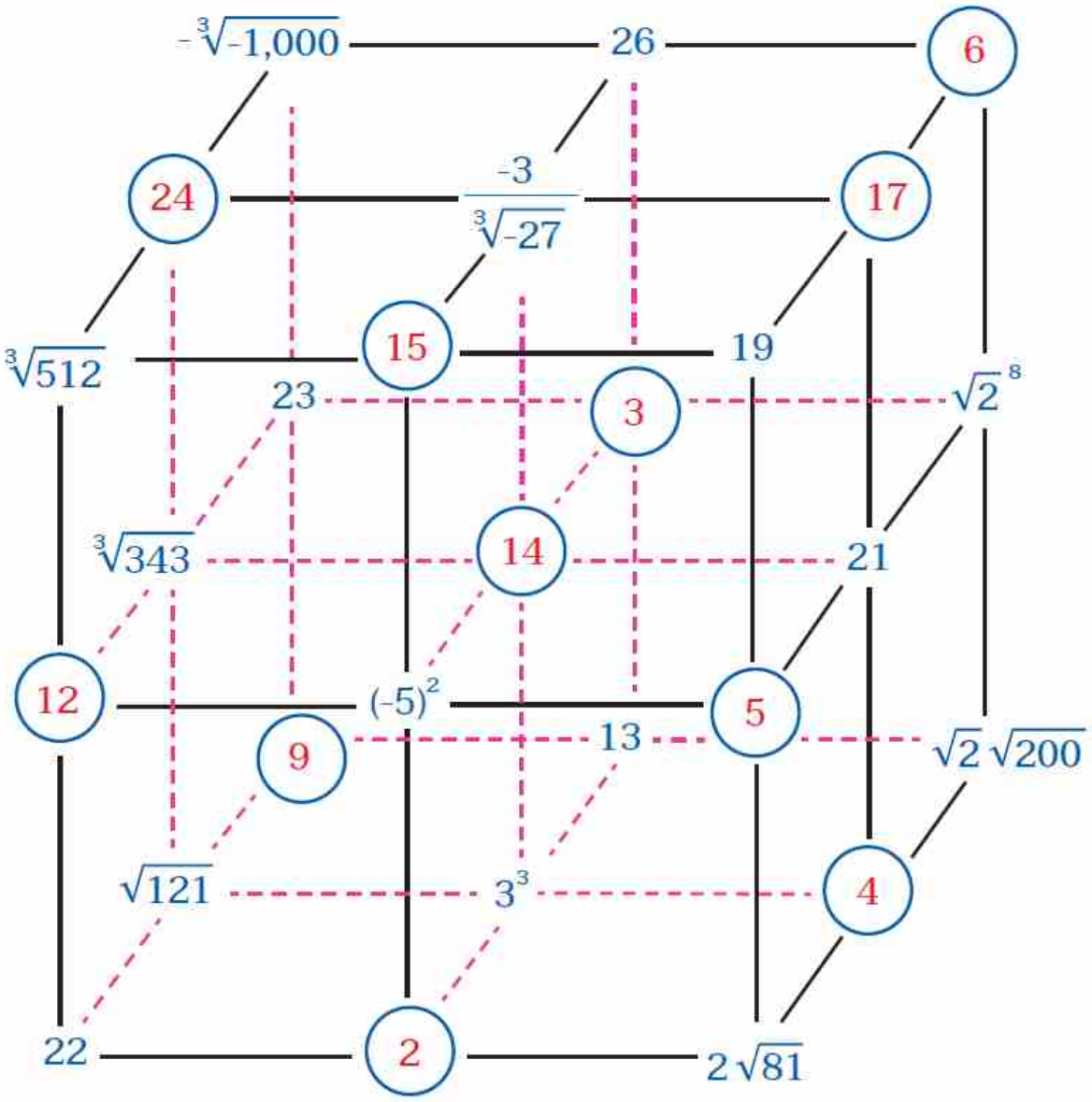
ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

เนื่องจาก กล่องทรงลูกบาศก์มีความจุ 74,088 ลูกบาศก์หน่วย และ $42^3 = 74,088$

นั่นคือ กล่องทรงลูกบาศก์มีความยาวด้านละ 42 หน่วย ดังนั้น ต้องเติมจำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง 27 ที่ไม่ซ้ำกับที่มีอยู่แล้ว ให้ผลรวมของจำนวนสามจำนวนในแต่ละแนวนอนและแต่ละแนวตั้งของกล่องเท่ากับ 42



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 23

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ปริซึมและทรงกระบอก **จำนวน 8 ชั่วโมง**

เรื่อง ลักษณะของปริซึม **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.1 ม.2/1 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของปริซึม และทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

ค 2.1 ม.2/2 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึม และทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานทั้งสองเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ฐานทั้งสองข้างอยู่ ในระนาบที่ขนานกัน และด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เรียกว่า ปริซึม เราสามารถคลี่รูปปริซึมออกเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติได้ ซึ่งจำนวนด้านข้างจะเท่ากับจำนวนเหลี่ยมของฐาน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. อธิบายลักษณะและสมบัติของปริซึมได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. การเชื่อมโยง (P3)

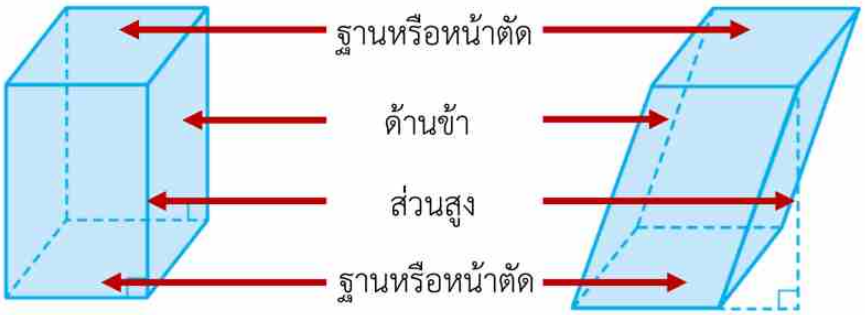
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลายๆกรณี (A1)
2. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)

สาระการเรียนรู้

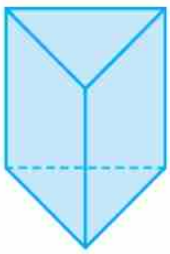
รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีหน้าตัด (ฐาน) ทั้งสองเป็นรูปหลายเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ และฐานทั้งสองอยู่ในระนาบที่ขนานกัน มีหน้าข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เรียกว่า ปริซึม ส่วนต่าง ๆ ของปริซึมที่มีฐานเป็นรูปหลายเหลี่ยม การเรียกชื่อปริซึม จะเรียกตามลักษณะของฐานปริซึมนั้น ๆ

รูปของปริซึมและส่วนต่าง ๆ ของปริซึม

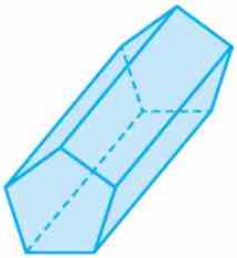


ปริซึมตรง ปริซึมเอียง

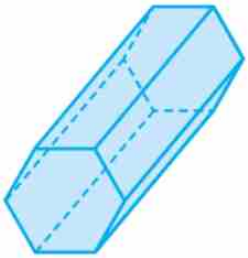
เรียกชื่อปริซึมต่าง ๆ ตามลักษณะของฐานปริซึม



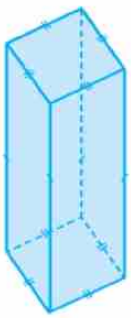
ปริซึมสามเหลี่ยม



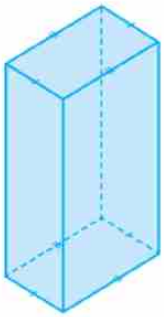
ปริซึมห้าเหลี่ยม



ปริซึมหกเหลี่ยม

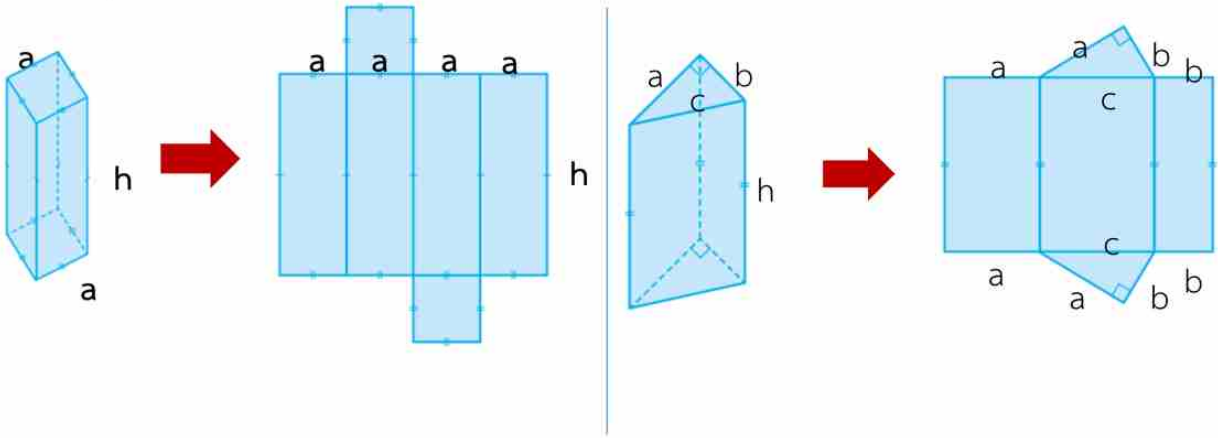


ปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส



ปริซึมสี่เหลี่ยมผืนผ้า

รูปคลี่ของปริซึมใด ๆ



กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูกล่าวทักทายนักเรียนและทบทวนความรู้เดิม โดยการตั้งคำถามกับนักเรียน ดังนี้

- รูปเรขาคณิต 2 มิติ มีลักษณะอย่างไร

  (แนวตอบ รูปเรขาคณิตที่มีเฉพาะความกว้างและความยาวของรูป)

- จงยกตัวอย่างรูปเรขาคณิต 2 มิติ

  (แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานของนักเรียน เช่น รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม และรูปวงกลม)

- สิ่งของที่อยู่ในชีวิตประจำวันของนักเรียนส่วนใหญ่เป็น

  รูปเรขาคณิต 2 มิติ หรือไม่

  (แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานของนักเรียน เช่น ไม่เนื่องจากส่วนใหญ่แล้วสิ่งของนอกจากจะมีความกว้างและความยาวแล้วยังมีความสูงด้วย)

1.2 ครูนำกล่องขนม กล่องนม มาให้นักเรียนสังเกต จากนั้นครูอธิบายดังนี้ “จากกล่องที่ให้นักเรียนสังเกตข้างต้นจะเห็นได้ว่า นอกจากจะมีความกว้างและความยาวแล้ว ยังมีความสูงด้วย สำหรับสิ่งของหรือวัตถุที่มีความกว้าง ความยาวและความสูงหรือความหนาจะเรียกได้ว่าเป็นรูปเรขาคณิต 3 มิติ”

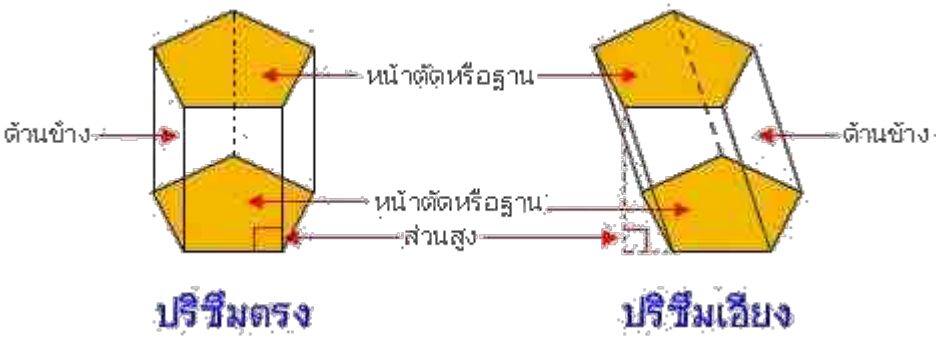
2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มออกเป็นกลุ่มละ 4-5 คน โดยใช้การนับ แล้วให้นักเรียนรวมกลุ่มตามตัวเลขที่นับได้

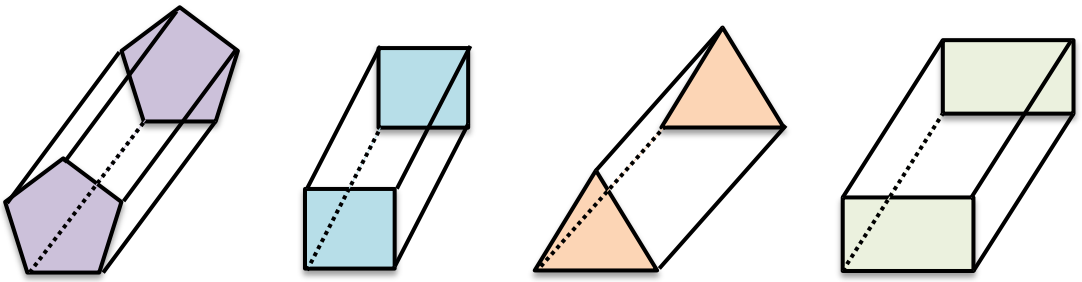
2.2 ครูแจกปริซึมให้นักเรียนกลุ่มละ 1 อัน ที่มีลักษณะแตกต่างกัน แล้วให้นักเรียนแต่ละกลุ่มพิจารณาตามที่ครูจะอธิบาย

2.3 ครูอธิบายส่วนประกอบต่าง ๆ ของปริซึมบนกระดานครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ถึงแม้ว่าจะมีทั้งปริซึมตรงและปริซึมเอียง แต่ในบทเรียนนี้จะกล่าวถึงเฉพาะปริซึมตรง

ปริซึม คือ รูปเรขาคณิต 3 มิติ ที่มีหน้าตัดหรือฐานเป็นรูปหลายเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการและอยู่บนระนาบที่ขนานกัน หน้าข้างแต่ละหน้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ปริซึมสามารถแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ ได้แก่ ปริซึมตรง และปริซึมเอียง การเรียกชื่อปริซึมจะเรียกตามฐานของปริซึม (ในบทนี้จะกล่าวถึงปริซึมตรงเท่านั้น)



2.5 ครูอธิบายเพิ่มเติมว่าการเรียกชื่อของรูปทรงปริซึม เรียกตามเหลี่ยมของฐาน เช่น ฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส เรียกว่าปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส เป็นต้น



ปริซึมห้าเหลี่ยม ปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส ปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า ปริซึมสี่เหลี่ยมผืนผ้า

2.6 ครูอธิบายเพิ่มเติม ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส และปริซึมสี่เหลี่ยมพื้นผ้า จัดเป็นปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก

2.7 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มพิจารณาปริซึมที่กลุ่มตัวเองได้ ตามคำถามต่อไปนี้

- ปริซึมนี้มีทั้งหมดกี่หน้า
- รูปเหลี่ยมที่เป็นฐานของปริซึมมีกี่รูป ได้แก่รูปใดบ้าง
- รูปเหลี่ยมทุกรูปที่เป็นฐานของปริซึมเท่ากันทุกประการหรือไม่
- รูปเหลี่ยมที่เป็นด้านข้างของปริซึมมีกี่รูป ได้แก่รูปใดบ้าง
- รูปเหลี่ยมทุกรูปที่เป็นด้านข้างของปริซึมเท่ากันทุกประการหรือไม่
- ปริซึมนี้เรียกชื่อว่าอย่างไร
- รูปคลี่ของปริซึมมีลักษณะอย่างไร

2.8 ให้นักเรียนส่งตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอปริซึมที่กลุ่มตัวเองได้

3. ขั้นสรุป

3.1 ครูถามคำถามกับนักเรียน ดังนี้

- ปริซึมแบ่งออกเป็นกี่ลักษณะ อะไรบ้าง

  (แนวตอบ 2 ลักษณะ ได้แก่ ปริซึมตรง และปริซึมเอียง)

- ปริซึมที่มีหน้าข้างของแต่ละหน้าตั้งฉากกับฐานเป็นปริซึมลักษณะใด

  (แนวตอบ ปริซึมตรง)

- ปริซึมเอียงมีลักษณะอย่างไร

  (แนวตอบ เป็นปริซึมที่หน้าข้างแต่ละหน้าไม่ตั้งฉากกับฐาน)

- ส่วนประกอบของปริซึมมีอะไรบ้าง

  (แนวตอบ หน้าตัดหรือฐาน 2 หน้า หน้าข้าง และความสูง)

3.2 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลจากการทำกิจกรรมกลุ่ม เพื่อให้ได้ข้อสรุปของลักษณะของปริซึม ว่า

“รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานทั้งสองเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ฐานทั้งสองอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เรียกว่า ปริซึม”

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 3.1 เรื่องลักษณะของปริซึม

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนยกตัวอย่างสิ่งต่าง ๆ ที่พบเห็นในชีวิตประจำวันที่ลักษณะเป็นปริซึม

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะที่ 3.1 เรื่องลักษณะของปริซึม

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. ปริซึม (รูปคลี่)
2. แบบฝึกทักษะที่ 3.1 เรื่องลักษณะของปริซึม
3. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะและสมบัติของปริซึมได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 3.1 เรื่องลักษณะของปริซึม	- แบบฝึกทักษะที่ 3.1 เรื่องลักษณะของปริซึม	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. การเชื่อมโยง (P3)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1) 2. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

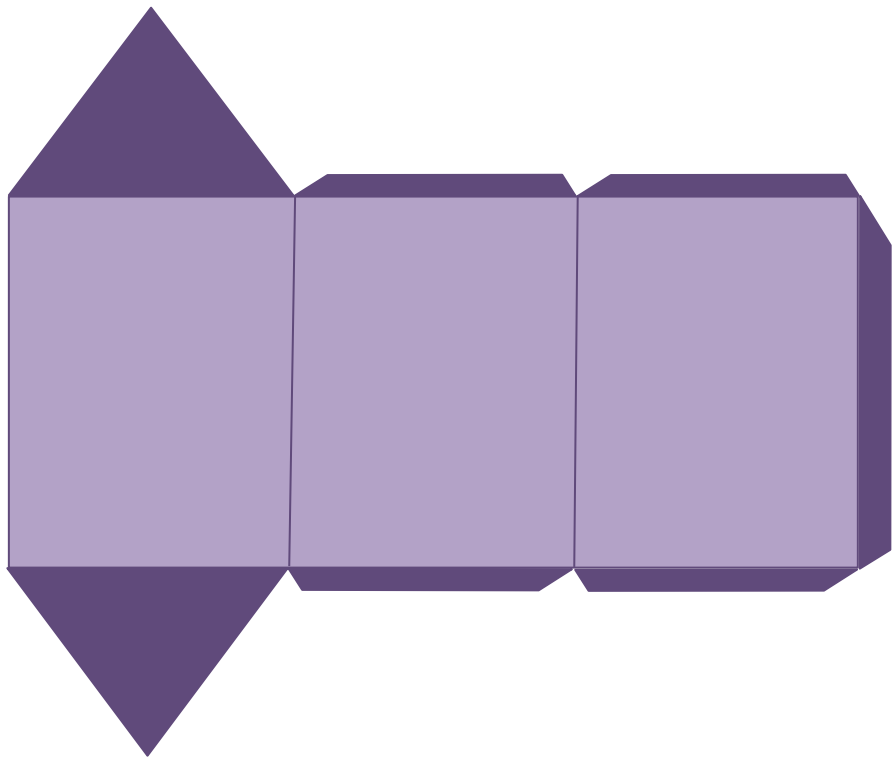
ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

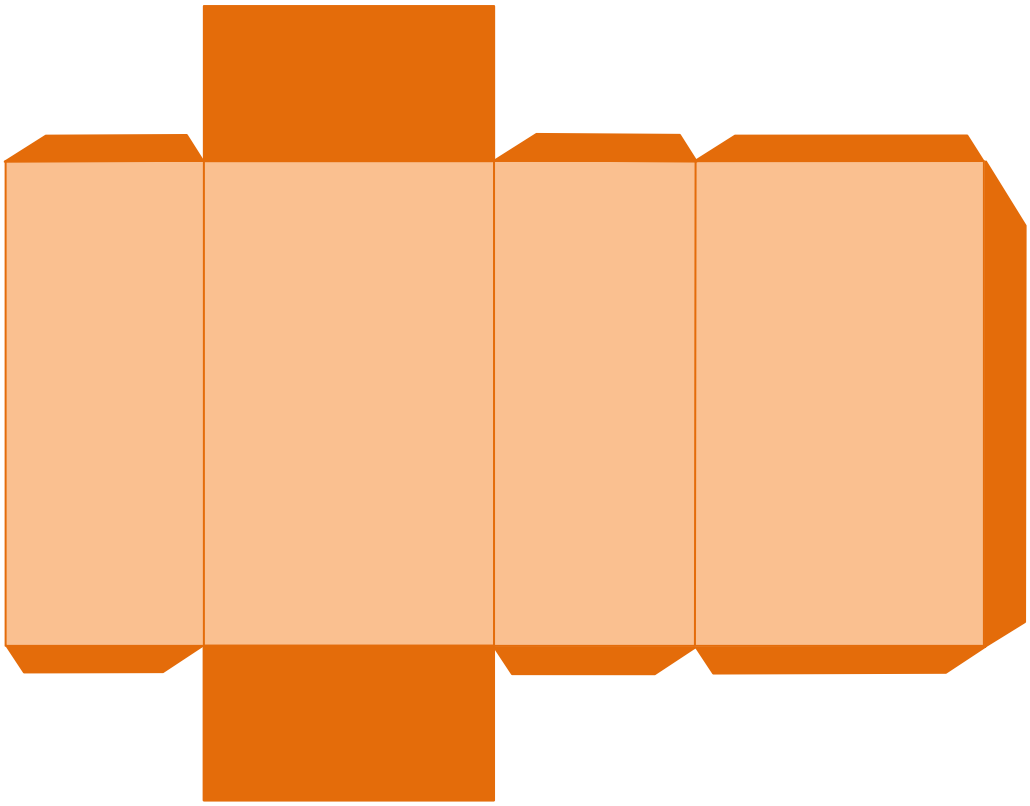
ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

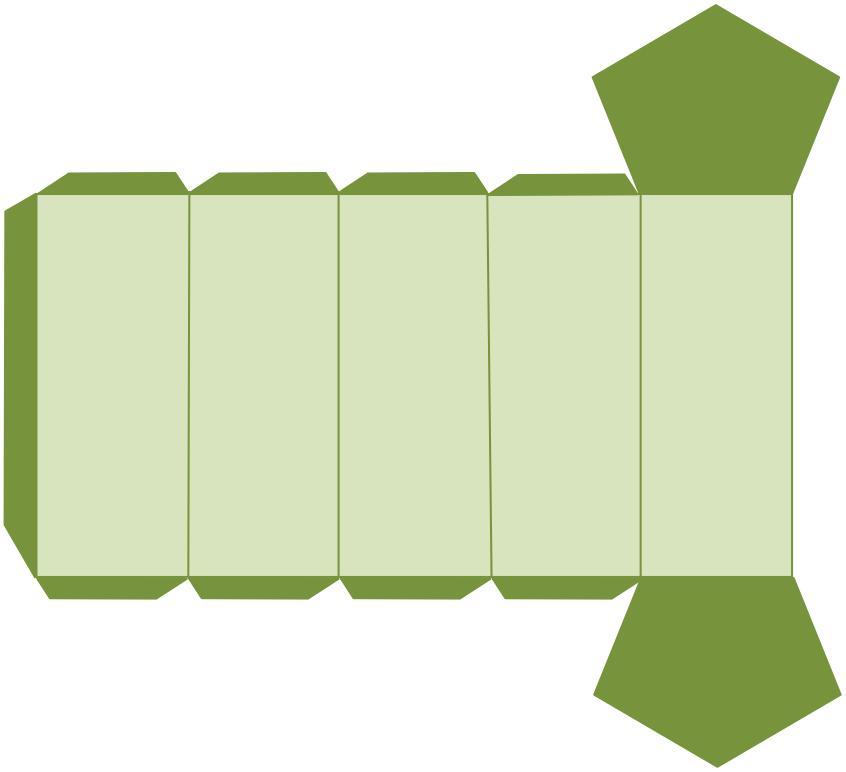
ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

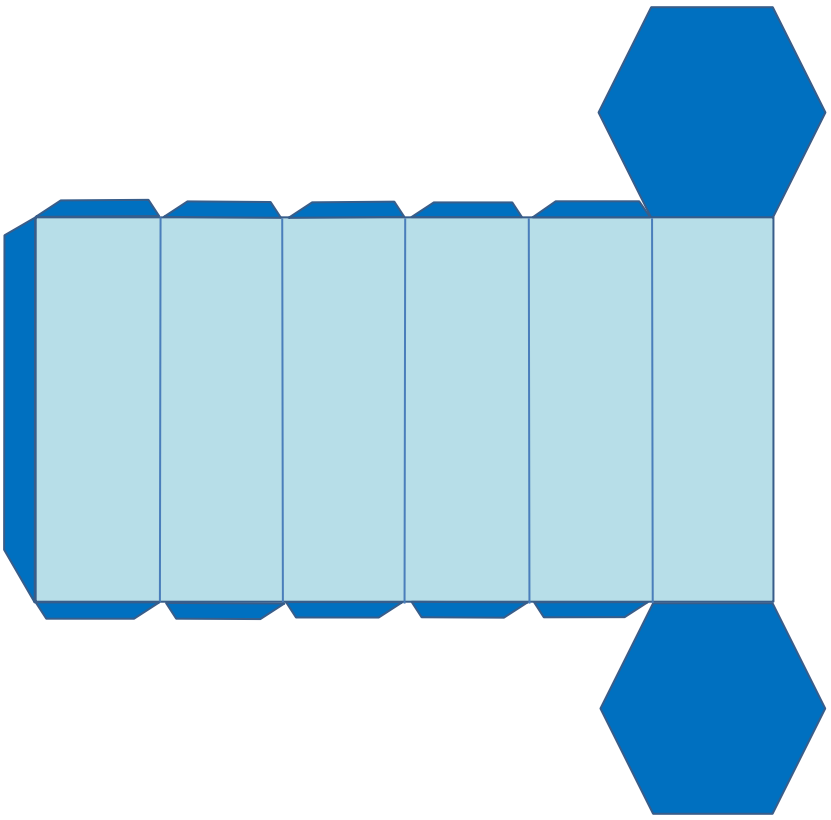
ภาคผนวก

รูปคลี่ของปริซึมฐานต่าง ๆ









แบบฝึกทักษะที่ 3.1

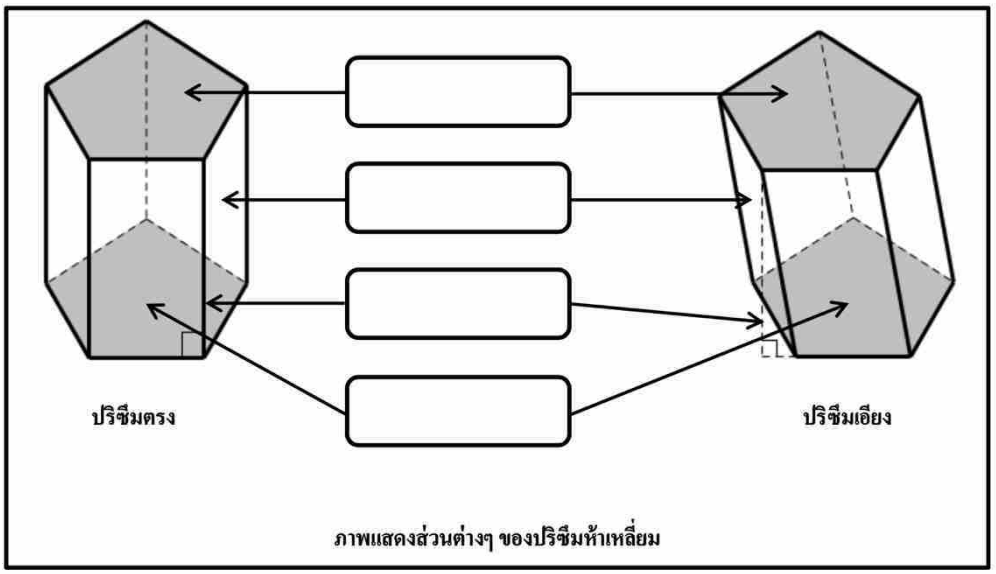
เรื่อง ลักษณะของปริซึม

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

สำรวจปริซึม

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำในช่องว่างให้ถูกต้อง (หน้าตัดหรือฐาน , ส่วนสูง , ด้านข้าง) และตอบคำถามต่อไปนี้



ภาพแสดงส่วนต่างๆ ของปริซึมห้าเหลี่ยม

1. ปริซึมนี้มีทั้งหมด.....หน้า โดยเป็นหน้าตัดหรือฐาน.....หน้า และเป็นด้านข้าง.....หน้า

2. ปริซึมนี้มีหน้าตัดหรือฐานเป็นรูปเหลี่ยมชนิดใด

ตอบ.....

3. ปริซึมนี้มีด้านข้างเป็นรูปเหลี่ยมชนิดใด

ตอบ.....

4. ปริซึมตรงและปริซึมเอียงมีความเหมือนกันหรือแตกต่างกันอย่างไร

ตอบ.....

.....

.....

5. ข้อสรุปที่ได้จากการทำใบกิจกรรม “ปริซึมห้าเหลียม”

ตอบ.....

.....

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 3.1

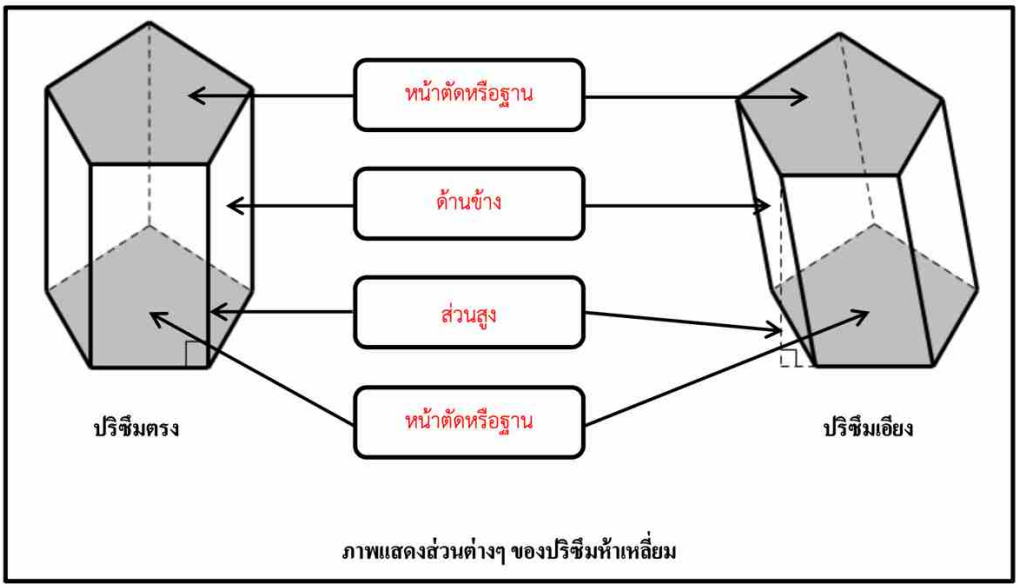
เรื่อง ลักษณะของปริซึม

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

สำรวจปริซึม

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำในช่องว่างให้ถูกต้อง (หน้าตัดหรือฐาน , ส่วนสูง , ด้านข้าง) และตอบคำถามต่อไปนี้



ภาพแสดงส่วนต่างๆ ของปริซึมห้าเหลี่ยม

1. ปริซึมนี้มีทั้งหมด.....7.....หน้า โดยเป็นหน้าตัดหรือฐาน.....2.....หน้า และเป็นด้านข้าง.....5.....หน้า

2. ปริซึมนี้มีหน้าตัดหรือฐานเป็นรูปเหลี่ยมชนิดใด

ตอบ.....รูปห้าเหลี่ยม.....

3. ปริซึมนี้มีด้านข้างเป็นรูปเหลี่ยมชนิดใด

ตอบ.....สี่เหลี่ยมด้านขนาน.....

4. ปริซึมตรงและปริซึมเอียงมีความเหมือนกันหรือแตกต่างกันอย่างไร

ตอบ.....

เหมือนกัน คือมีหน้าตัดหรือฐานทั้งสองเท่ากันทุกประการ ,หน้าตัดหรือฐานทั้งสองอยู่บนระนาบที่ขนานกัน

ต่างกัน คือ ปริซึมตรงด้านข้างจะตั้งฉากกับฐาน ปริซึมเอียงด้านข้างจะไม่ตั้งฉากกับฐาน

5. ข้อสรุปที่ได้จากการทำใบกิจกรรม “ปริซึมห้าเหลียม”

ตอบ.....ปริซึมห้าเหลี่ยม เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีหน้าตัดหรือฐานทั้งสองเป็นรูปห้าเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ

หน้าตัดหรือฐานทั้งสองอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และด้านข้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานจำนวนห้าหน้า.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 24

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ปริซึมและทรงกระบอก **จำนวน 8 ชั่วโมง**

เรื่อง การหาพื้นที่ผิวของปริซึม **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.1 ม.2/1 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของปริซึม และทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

ค 2.1 ม.2/2 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึม และทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การหาพื้นที่ผิวของปริซึมทำได้โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับการหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิตสองมิติ เพื่อนำมาใช้หาพื้นที่ฐานของรูปปริซึม พื้นที่ผิวของปริซึม คือ ผลรวมของพื้นที่ฐานทั้งด้านบนและล่างกับพื้นที่ผิวข้างทั้งหมดของปริซึม

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. หาพื้นที่ผิวของปริซึมได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P1)
2. การเชื่อมโยง (P3)

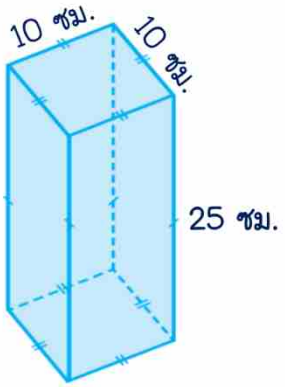
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)
2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)

สาระการเรียนรู้

พื้นที่ผิวของปริซึม เท่ากับสองเท่าของพื้นที่ฐานรวมกับพื้นที่ผิวข้าง ซึ่งพื้นที่ผิวข้าง เท่ากับผลคูณของความยาวเส้นรอบฐานกับความสูงของปริซึม

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้าน แต่ละด้านยาว 10 เซนติเมตร เมื่อปริซึมแท่งนี้มีความสูง 25 เซนติเมตร



จากโจทย์ พื้นที่ผิวของปริซึมประกอบด้วย
พื้นที่ฐานซึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 2 รูปและพื้นที่ผิวข้าง
เนื่องจาก พื้นที่ผิวของปริซึม = (ความยาวเส้นรอบฐาน x ความสูง)+2(พื้นที่ฐาน)

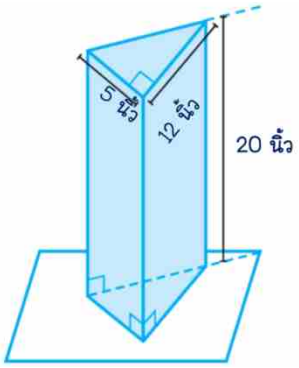
= [(10 + 10 + 10 + 10) x 25] + 2(10 x 10)

= (40 x 25) + 2(100)

= 1,200 ตารางเซนติเมตร

ดังนั้น พื้นที่ผิวของปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัสเท่ากับ 1,200 ตารางเซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านประกอบมุมฉากยาว 5 นิ้ว และ 12 นิ้ว เมื่อปริซึมแท่งนี้มีความสูง 20 นิ้ว



จากโจทย์ พื้นที่ผิวของปริซึมประกอบด้วย
พื้นที่ฐานซึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 2 รูป และพื้นที่ผิวข้าง
จะได้ พื้นที่ฐาน $= \frac{1}{2} \times 5 \times 12$

= 30 ตารางนิ้ว

จากฐานเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก หาความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก (x)
โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ $x^2 = 5^2 + 12^2$

$= 25 + 144$

$= 169$

$x = 13$

เนื่องจาก พื้นที่ผิวข้าง = ความยาวเส้นรอบฐาน x ความสูง

พื้นที่ผิวข้าง = (15 + 12 + 13) x 20

= 30x20

= 600

เนื่องจาก พื้นที่ผิวของปริซึม = พื้นที่ผิวข้าง + 2(พื้นที่ฐาน)

= 600 + 2(30)

= 600+60

= 660 ตารางนิ้ว

ดังนั้น พื้นที่ผิวของปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉากเท่ากับ 660 ตารางนิ้ว

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูกล่าวทักทายนักเรียนและทบทวนความหมายรูปคลี่

- รูปคลี่ของรูปเรขาคณิต 3 มิติ คือ รูปที่พิจารณาด้านทุกด้านแล้วสามารถพับเป็นรูปเรขาคณิต 3 มิติ นั้นได้

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูติดบัตรภาพปริซึมสามเหลี่ยม ปริซึมสี่เหลี่ยม ปริซึมห้าเหลี่ยม และปริซึมหกเหลี่ยมลงบนกระดาน จากนั้นครูสุ่มนักเรียน 3-4 คน ออกมาวาดรูปคลี่ของปริซึมฐานต่าง ๆ โดยครูและนักเรียนที่เหลือร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

2.2 ครูกล่าวกับนักเรียนว่าวันนี้จะเรียนเรื่องพื้นที่ผิวของปริซึม ซึ่งการหาพื้นที่ผิวของปริซึมเท่ากับผลรวมของพื้นที่แต่ละหน้าของรูปคลี่

2.3 ครูให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนศึกษาเรื่องพื้นที่ผิวของปริซึม ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.) หน้า 110-113

2.4 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเรื่องพื้นที่ผิวของปริซึม ดังนี้

- พื้นที่ผิวของปริซึมเท่ากับผลรวมของพื้นที่แต่ละหน้าของรูปคลี่ ดังนั้นในการหาพื้นที่ผิวของปริซึมควรจะคลี่รูปปริซึมเพื่อหาพื้นที่ผิวแต่ละหน้าก่อน แล้วนำมารวมกัน หรืออาจจะสรุปได้ว่า

พื้นที่ผิวของปริซึม = พื้นที่ผิวข้าง + (2 × พื้นที่ฐาน)

= (ความยาวเส้นรอบฐาน × ความสูง) + (2 × พื้นที่ฐาน)

2.5 ครูตั้งคำถามกับนักเรียน ดังนี้

- ปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉากมีด้านประกอบมุมฉากยาว 8 นิ้ว และ 15 นิ้ว พื้นที่ฐานของปริซึมเท่ากับเท่าใด

  (แนวตอบ พื้นที่ฐาน = $\frac{1}{2} \times 8 \times 15 = 60$ ตารางนิ้ว)

- พื้นที่ผิวข้างของปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉากเท่ากับเท่าใด เมื่อปริซึมนี้มีความสูง 9 นิ้ว

  (แนวตอบ เนื่องจากฐานเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก หาความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก (x) โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

  จะได้ $x^2 = 8^2 + 15^2$

  $= 64 + 225$

  $= 289$

  $X = 17$ นิ้ว

  พื้นที่ผิวข้าง = ความยาวเส้นรอบฐาน x ความสูง

  $= (8 + 15 + 17) \times 9$

  $= 40 \times 9$

  $= 360$ ตารางนิ้ว)

- พื้นที่ผิวของปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉากนี้เท่ากับเท่าใด

  (แนวตอบ แทนค่าหาพื้นที่ของปริซึม โดย พื้นที่ฐานของปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉากเท่ากับ 60 ตารางนิ้ว และพื้นที่ผิวข้างเท่ากับ 360 ตารางนิ้ว

  พื้นที่ของปริซึม = พื้นที่ผิวข้าง + (2 x พื้นที่ฐาน)

  $= 360 + (2 \times 60)$

  $= 360 + 120$

  $= 480$ ตารางนิ้ว)

3. ขั้นสรุป

3.1 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ดังนี้ พื้นที่ผิวของปริซึมเท่ากับผลรวมของพื้นที่แต่ละหน้าของ รูปคลี่ ดังนั้นในการหาพื้นที่ผิวของปริซึมควรจะคลี่รูปปริซึมเพื่อหาพื้นที่ผิวแต่ละหน้าก่อน แล้วนำมารวมกัน หรือใช้สูตรได้ ดังนี้

- พื้นที่ผิวข้าง = ความยาวเส้นรอบฐาน × ความสูง
- พื้นที่ผิวของปริซึม = พื้นที่ผิวข้าง + (2 × พื้นที่ฐาน)

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 3.2 การหาพื้นที่ผิวของปริซึม

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนจับคู่ช่วยกันตั้งโจทย์การหาพื้นที่ผิวของรูปทรงปริซึมคู่ละ 1 ข้อ

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะที่ 3.2 การหาพื้นที่ผิวของปริซึม

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. บัตรภาพปริซึม
2. แบบฝึกทักษะที่ 3.2 การหาพื้นที่ผิวของปริซึม
3. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถหาพื้นที่ผิวของปริซึมได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 3.1 เรื่องลักษณะของปริซึม	- แบบฝึกทักษะที่ 3.1 เรื่องลักษณะของปริซึม	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P1) 2. การเชื่อมโยง (P3)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2) 2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

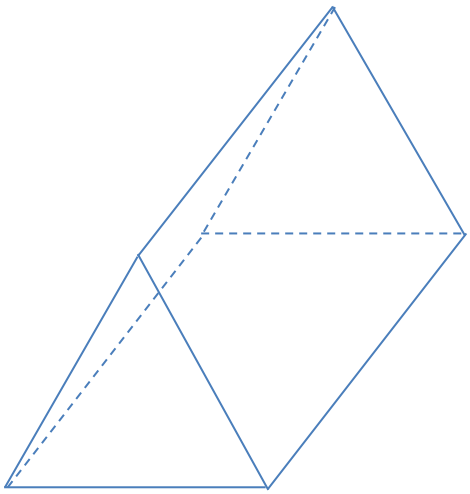
ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

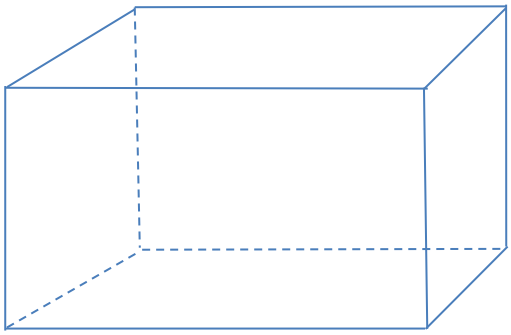
ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

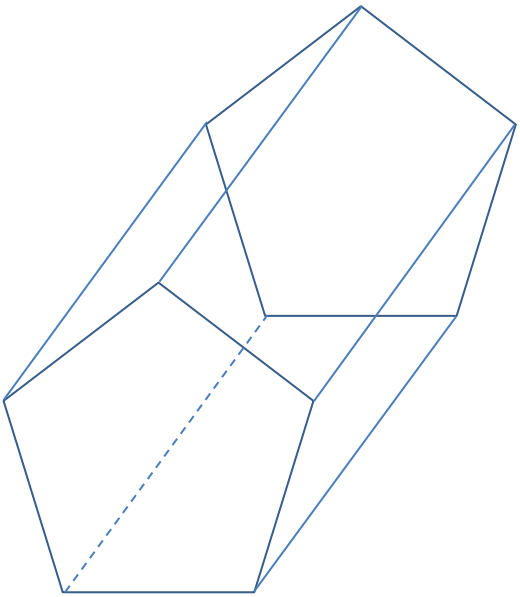
ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

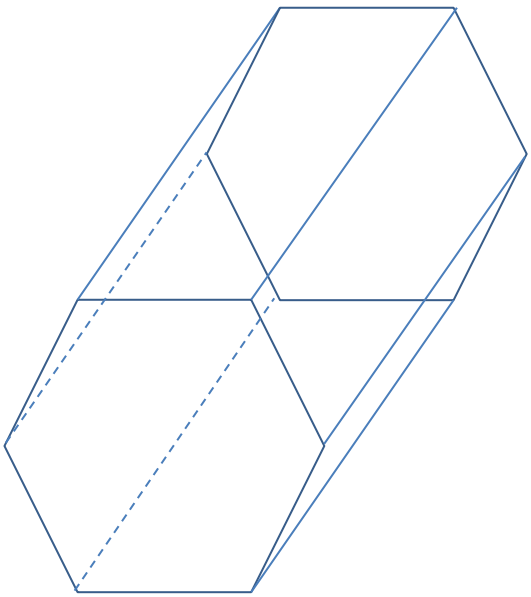
ภาคผนวก

บัตรภาพปริซึมฐานต่าง ๆ









แบบฝึกทักษะที่ 3.2

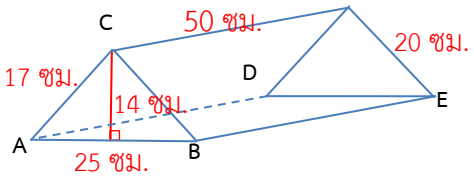
เรื่อง การหาพื้นที่ผิวของปริซึม

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง : ให้นักเรียนแสดงวิธีทำจากโจทย์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. แท่งแก้วแท่งหนึ่งมีลักษณะเป็นปริซึมสามเหลี่ยมมีลักษณะและขนาดตามรูปภาพ โดยตัวเลขกำกับรูปภาพ มีหน่วยเป็นเซนติเมตร จงหาพื้นที่ผิวของแท่งแก้วนี้



.....

.....

.....

.....

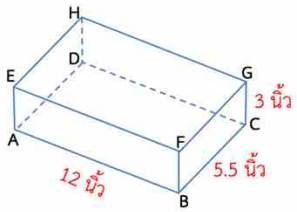
.....

.....

.....

.....

2. จงหาพื้นที่ผิวของกระบะปิดในรูปภาพ โดยมีตัวเลขที่กำกับในรูปมีหน่วยเป็นนิ้ว



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 3.2

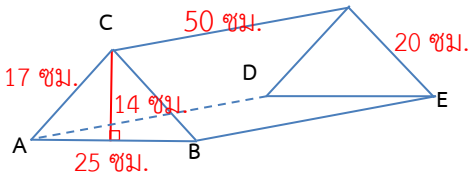
เรื่อง การหาพื้นที่ผิวของปริซึม

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง : ให้นักเรียนแสดงวิธีทำจากโจทย์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. แท่งแก้วแท่งหนึ่งมีลักษณะเป็นปริซึมสามเหลี่ยมมีลักษณะและขนาดตามรูปภาพ โดยตัวเลขกำกับรูปภาพ มีหน่วยเป็นเซนติเมตร จงหาพื้นที่ผิวของแท่งแก้วนี้



วิธีทำ โจทย์กำหนดให้ ฐาน = 25 เซนติเมตร, สูง = 14 เซนติเมตร

พื้นที่ฐาน = $\frac{1}{2}$ x ฐาน x สูง

พื้นที่ฐาน = $\frac{1}{2}$ x 25 x 14 = 175 ตารางเซนติเมตร

พื้นที่ผิวของปริซึม = (ความยาวเส้นรอบฐาน x ความสูง) + (2 x พื้นที่ฐาน)

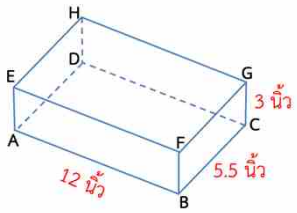
= (62 x 50) + (2 x 175)

= 3,100 + 350

= 3,450 ตารางเซนติเมตร

ดังนั้น พื้นที่ผิวของแท่งแก้วนี้เท่ากับ 3,450 ตารางเซนติเมตร

2. จงหาพื้นที่ผิวของกระบะปิดในรูปภาพ โดยมีตัวเลขที่กำกับในรูปมีหน่วยเป็นนิ้ว



วิธีทำ พื้นที่ฐาน = ความกว้าง x ความยาว

= 5.5 x 12 = 66 ตารางนิ้ว

พื้นที่ผิวของปริซึม = (ความยาวเส้นรอบฐาน x ความสูง) + (2 x พื้นที่ฐาน)

= [(12 + 5.5 + 12 + 5.5) x 3] + (2 x 66)

= (35 x 3) + 132

= 105 + 132

= 237 ตารางนิ้ว

ดังนั้น พื้นที่ผิวของกระบะปิดใบนี้เท่ากับ 237 ตารางนิ้ว

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 25

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ปริซึมและทรงกระบอก **จำนวน 8 ชั่วโมง**

เรื่อง การหาปริมาตรของปริซึม **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.1 ม.2/1 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของปริซึม และทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

ค 2.1 ม.2/2 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึม และทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การหาปริมาตรของปริซึม คือการหาความจุของปริซึม ซึ่งหาได้จาก ผลคูณของพื้นที่ฐาน กับ ความสูงของปริซึม

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. หาปริมาตรของปริซึมได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P1)
2. การเชื่อมโยง (P3)

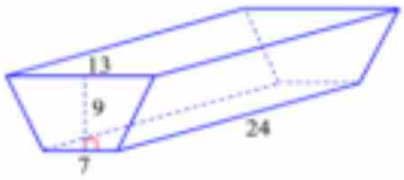
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)
2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)

สาระการเรียนรู้

ปริมาตรของปริซึมใด ๆ = พื้นที่ฐาน x ความสูง

ตัวอย่าง จงหาปริมาตรของปริซึมสี่เหลี่ยมคางหมู ที่มีขนาดดังรูปต่อไปนี้



จากรูป จะได้ พื้นที่ฐานของปริซึมสี่เหลี่ยมคางหมู $= \frac{1}{2}$ x (7+13) x 9

= 90 หน่วย

เนื่องจากปริมาตรของปริซึม = พื้นที่ฐาน x ความสูง

ดังนั้น ปริมาตรของปริซึมสี่เหลี่ยมคางหมู เท่ากับ 90 x 24 = 2,160 ลบ.หน่วย

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูกล่าวทักทายนักเรียนและทบทวนความรู้เดิมโดยการตั้งคำถามกับนักเรียน ดังนี้

- ปริซึมคืออะไร

  (แนวตอบ ปริซึมคือ รูปเรขาคณิต 3 มิติ ที่มีหน้าตัดหรือฐานเป็นรูปหลายเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการและอยู่บนระนาบที่ขนานกัน หน้าข้างแต่ละหน้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า)

- ปริซึมแบ่งออกเป็นกี่ลักษณะ อะไรบ้าง

  (แนวตอบ 2 ลักษณะ ได้แก่ ปริซึมตรง และปริซึมเอียง)

- ปริซึมที่มีหน้าข้างของแต่ละหน้าตั้งฉากกับฐานเป็นปริซึมลักษณะใด

  (แนวตอบ ปริซึมตรง)

- ปริซึมเอียงมีลักษณะอย่างไร

  (แนวตอบ เป็นปริซึมที่หน้าข้างแต่ละหน้าไม่ตั้งฉากกับฐาน)

- การเรียกชื่อปริซึมจะเรียกตามลักษณะของอะไร พร้อมยกตัวอย่างประกอบ

  (แนวตอบ เรียกชื่อตามลักษณะของฐานของปริซึม เช่น ฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เรียกว่า ปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส ฐานเป็นรูปห้าเหลี่ยม เรียกว่า ปริซึมห้าเหลี่ยม)

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนศึกษาเรื่องปริมาตรของปริซึมในหนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.) หน้า 114-115 พร้อมเปิดโอกาสให้นักเรียนสอบถามในส่วนที่ไม่เข้าใจ

2.2 ครูนำยางลบแท่งสี่เหลี่ยมมุมฉากมา 1 ก้อน จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาตัดยางลบแท่งสี่เหลี่ยมมุมฉากตามแนวเส้นทแยงมุม แล้วให้นักเรียนที่เหลือร่วมกันสังเกตแต่ละชิ้นส่วนของยางลบ จากนั้นครูตั้งคำถามกับนักเรียน ดังนี้

- ยางลบที่ตัดแต่ละส่วนเป็นรูปเรขาคณิตชนิดใด

  (แนวตอบ ปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉาก 2 รูป)
- ปริมาตรของยางลบที่ตัดออกมาเกี่ยวข้องกับปริมาตรของยางลบทั้งก้อนหรือไม่ อย่างไร

  (แนวตอบ เกี่ยวข้องกับปริมาตรของยางลบทั้งก้อน โดยปริมาตรของยางลบที่ตัดออกเป็นครึ่งหนึ่งของปริมาตรของยางลบทั้งก้อน)
- ปริมาตรของยางลบทั้งก้อนหาได้หรือไม่

  (แนวตอบ สามารถหาปริมาตรของยางลบทั้งก้อนได้ โดยใช้สูตร

  ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก = ความกว้าง x ความยาว x ความสูง)
- ถ้ากำหนดให้ a แทนความกว้างของยางลบ b แทนความยาวของยางลบ และ h แทนความสูงของยางลบ แล้วปริมาตรของยางลบที่ตัดออกเท่ากับเท่าใด

  (แนวตอบ ปริมาตรของยางลบที่ตัดออก = $\frac{1}{2} \times a \times b \times h$)
- ถ้าฐานของปริซึมไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากนักเรียนคิดว่า จะหาปริมาตรของปริซึมนี้ได้หรือไม่ อย่างไร

  (แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐาน)

3. ขั้นสรุป

3.1 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสูตรการหาปริมาตรของปริซึม ดังนี้

- ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก = ความกว้าง × ความยาว × ความสูง)
- ปริมาตรของทรงสามเหลี่ยมมุมฉาก = $\frac{1}{2}$ × ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก
- ปริมาตรของปริซึม = พื้นที่ฐาน × ความสูง

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 3.3 การหาปริมาตรของปริซึม

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนจับคู่ช่วยกันตั้งโจทย์การหาปริมาตรของปริซึมของรูปทรงปริซึมคู่ละ 1 ข้อ

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะที่ 3.3 การหาปริมาตรของปริซึม

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. ยางลบแท่งสี่เหลี่ยมมุมฉาก
2. แบบฝึกทักษะที่ 3.3 การหาปริมาตรของปริซึม
3. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะและสมบัติของปริซึมได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 3.1 เรื่องลักษณะของปริซึม	- แบบฝึกทักษะที่ 3.1 เรื่องลักษณะของปริซึม	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P1) 2. การเชื่อมโยง (P3)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2) 2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

กิจกรรมเสนอแนะเพิ่มเติม

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 3.3

เรื่อง การหาปริมาตรของปริซึม

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง : ให้นักเรียนแสดงวิธีทำจากโจทย์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. ปีบน้ำมันพืชทรงสี่เหลี่ยมใบหนึ่งมีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 30 เซนติเมตร สูง 55 เซนติเมตร บรรจุน้ำมันพืชเต็มปีบ ถ้าแบ่งน้ำมันพืชใส่ถุง ถุงละ 0.75 ลิตร จนหมดปีบ จะได้น้ำมันพืชอย่างมากกี่ถุง พร้อมวาดภาพประกอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. แปลงปลูกต้นไม้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว 4.5 เมตร กว้าง 1.8 เมตร ต้องการทำทางเดินกว้าง 1 เมตร รอบนอกแปลงและให้สูงจากพื้นเดิม 10 เซนติเมตร อยากทราบว่าจะต้องใช้ดินปริมาตรเท่าไร พร้อมวาดภาพประกอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 3.3

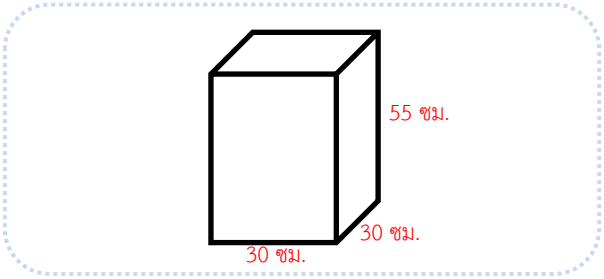
เรื่อง การหาปริมาตรของปริซึม

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง : ให้นักเรียนแสดงวิธีทำจากโจทย์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. ปีบน้ำมันพืชทรงสี่เหลี่ยมใบหนึ่งมีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 30 เซนติเมตร สูง 55 เซนติเมตร บรรจุน้ำมันพืชเต็มปีบ ถ้าแบ่งน้ำมันพืชใส่ถุง ถุงละ 0.75 ลิตร จนหมดปีบ จะได้น้ำมันพืชอย่างมากกี่ถุง พร้อมวาดภาพประกอบ



วิธีทำ ปริมาตรของปริซึม = พื้นที่ฐาน x ความสูง

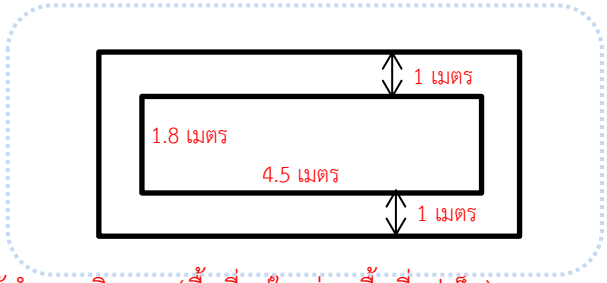
= 30 x 30 x 55

= 49,500 ลูกบาศก์เซนติเมตร

แบ่งน้ำมันใส่ถุง ถุงละ 0.75 ลิตร จะได้ $\frac{49,500}{750} = 66$ ถุง

ดังนั้น จะแบ่งน้ำมันพืชได้อย่างมาก 66 ถุง

2. แปลงปลูกต้นไม้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว 4.5 เมตร กว้าง 1.8 เมตร ต้องการทำทางเดินกว้าง 1 เมตร รอบนอกแปลงและให้สูงจากพื้นเดิม 10 เซนติเมตร อยากทราบว่าจะต้องใช้ดินปริมาตรเท่าไร พร้อมวาดภาพประกอบ



วิธีทำ ปริมาตรดินที่ใช้ทำทางเดิน = (พื้นที่รูปใหญ่ – พื้นที่รูปเล็ก) x ความสูง

= [(3.8 x 6.5) – (1.8 x 4.5)] x 0.1

= (24.7 – 8.1) x 0.1

= 16.6 x 0.1

= 1.66 ลูกบาศก์เมตร

ดังนั้น จะต้องใช้ดินปริมาตร 1.66 ลูกบาศก์เมตร

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 26

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ปริซึมและทรงกระบอก **จำนวน 8 ชั่วโมง**

เรื่อง การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.1 ม.2/1 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของปริซึม และทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

ค 2.1 ม.2/2 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึม และทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

ปริซึม คือ รูปทรงเรขาคณิต 3 มิติที่มีพื้นที่หน้าตัดหัวและท้ายเป็นรูปหลายเหลี่ยม (สามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม ห้าเหลี่ยม ..... รูป n เหลี่ยม) และมีพื้นที่หน้าตัดด้านข้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมเสมอ

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. นำความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึมไปใช้ในการ แก้ปัญหาได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. การเชื่อมโยง (P3)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลายๆกรณี (A1)
2. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)

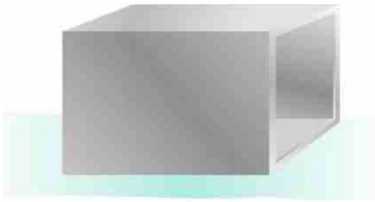
สาระการเรียนรู้

พื้นที่ผิวทั้งหมดของปริซึม = 2(พื้นที่ฐาน) + พื้นที่ผิวข้างของปริซึม

พื้นที่ผิวข้างของปริซึม = เส้นรอบรูปฐาน x ความสูง

ปริมาตรของปริซึมใด ๆ = พื้นที่ฐาน x ความสูง

ตัวอย่าง ท่อระบายน้ำมีหน้าตัดภายในเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาว ด้านละ 2 เมตร มีน้ำไหล ผ่านสูงครึ่งท่อด้วยอัตราเร็ว 1.5 เมตรต่อวินาที จงหาปริมาตรของน้ำที่ไหลออกจากท่อใน เวลา 30 นาที



เนื่องจากน้ำไหลผ่านท่อด้วยอัตราเร็ว 1.5 เมตรต่อวินาที

ปริมาตรของน้ำซึ่งสูงครึ่งท่อที่ไหลออกจากท่อในเวลา 1 วินาที

คือ ปริมาตรของน้าในปริซึมสี่เหลี่ยม ซึ่งมีพื้นที่ฐานเท่ากับ 1 x 2 = 2 ตร.ม. และยาว 1.5 ม.

เนื่องจาก ปริมาตรของปริซึม = พื้นที่ฐาน x ความสูง

ดังนั้น ปริมาตรของน้าที่ไหลออกในเวลา 1 วินาที เท่ากับ 2 x 1.5 = 3 ลูกบาศก์เมตร

ในเวลา 30 นาที จะมีน้าไหลออก เท่ากับ 3 x (30 x 60) = 5,400 ลูกบาศก์เมตร

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูกล่าวทักทายและทบทวนความรู้เดิม โดยการตั้งคำถามกับนักเรียน ดังนี้

- สูตรการหาปริมาตรของทรงลูกบาศก์และปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากคืออะไร

  (แนวตอบ ความกว้าง x ความยาว x ความสูง)

- สูตรการหาปริมาตรของปริซึมคืออะไร

  (แนวตอบ ปริมาตรของปริซึม = พื้นที่ฐาน x ความสูง)

- สูตรการหาพื้นที่ผิวของปริซึมคืออะไร

  (แนวตอบ พื้นที่ผิวของปริซึม = พื้นที่ผิวข้าง + (2 x พื้นที่ฐาน))

  (แนวตอบ เรียกชื่อตามลักษณะของฐานของปริซึม เช่น ฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เรียกว่า ปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส ฐานเป็นรูปห้าเหลี่ยม เรียกว่า ปริซึมห้าเหลี่ยม)

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน (คละความสามารถทางคณิตศาสตร์) ครูแจกรูปคลี่ของปริซึมฐานต่าง ๆ ให้นักเรียนกลุ่มละ 1 รูป โดยมีรูปคลี่ปริซึมสามเหลี่ยม รูปคลี่ปริซึมสี่เหลี่ยม รูปคลี่ปริซึมห้าเหลี่ยม และรูปคลี่ปริซึมหกเหลี่ยม จากนั้นครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันตั้งโจทย์ขึ้นโดยระบุความยาว ความกว้างของฐาน และความสูง ของปริซึมนั้น ๆ โดยเขียนไว้ใส่กระดาษที่ครูแจก และหาพื้นที่ผิวของปริซึมของกลุ่มตนเอง และประกอบรูปคลี่เป็นปริซึมและหาปริมาตรของปริซึมนั้น

2.2 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมานำเสนอชิ้นงานและวิธีการหาคำตอบของกลุ่มตนเอง โดยครูและนักเรียน ที่เหลือร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

3. ขั้นสรุป

3.1 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสูตรการหาปริมาตรและพื้นที่ผิวของปริซึม ดังนี้

- ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก = ความกว้าง × ความยาว × ความสูง
- ปริมาตรของปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉาก = $\frac{1}{2}$ × ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก
- ปริมาตรของปริซึม = พื้นที่ฐาน × ความสูง
- พื้นที่ผิวข้างของปริซึม = ความยาวเส้นรอบฐาน × ความสูง
- พื้นที่ผิวของปริซึม = พื้นที่ผิวข้าง + (2 × พื้นที่ฐาน)

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 3.4 การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม

5.ขั้นนำไปใช้

นักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงได้

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะที่ 3.4 การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. รูปคลี่ของปริซึมฐานต่าง ๆ
2. กระดาษปรู๊ฟ
3. แบบฝึกทักษะที่ 3.4 การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม
4. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึมไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 3.4 การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม	- แบบฝึกทักษะที่ 3.4 การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. การเชื่อมโยง (P3)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1) 2. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

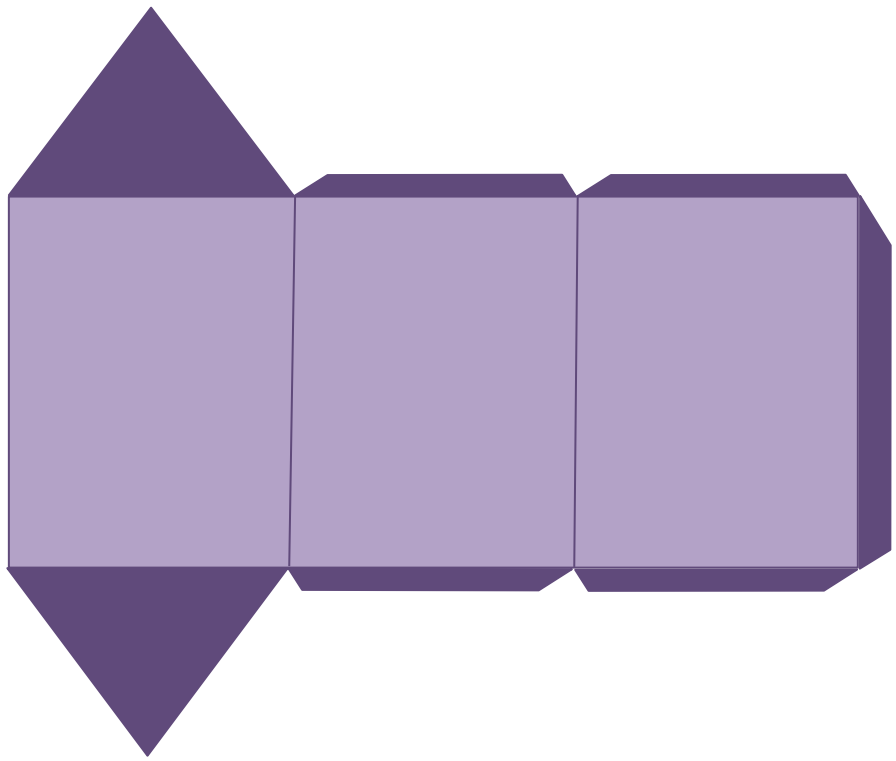
ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

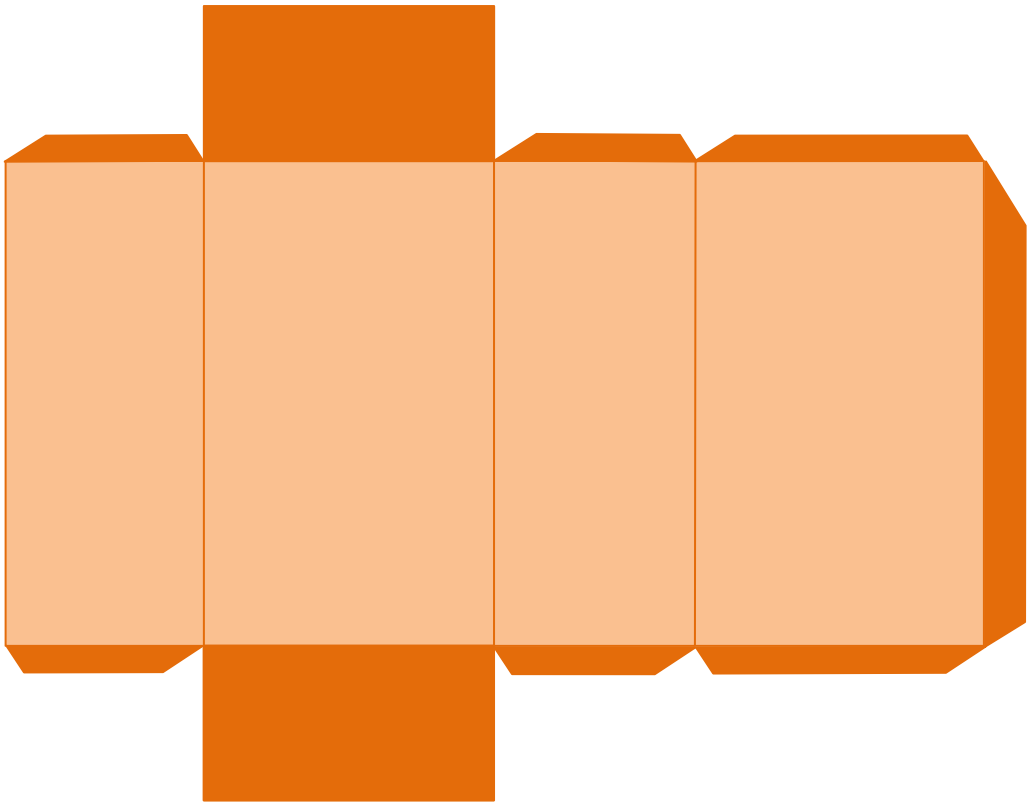
ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

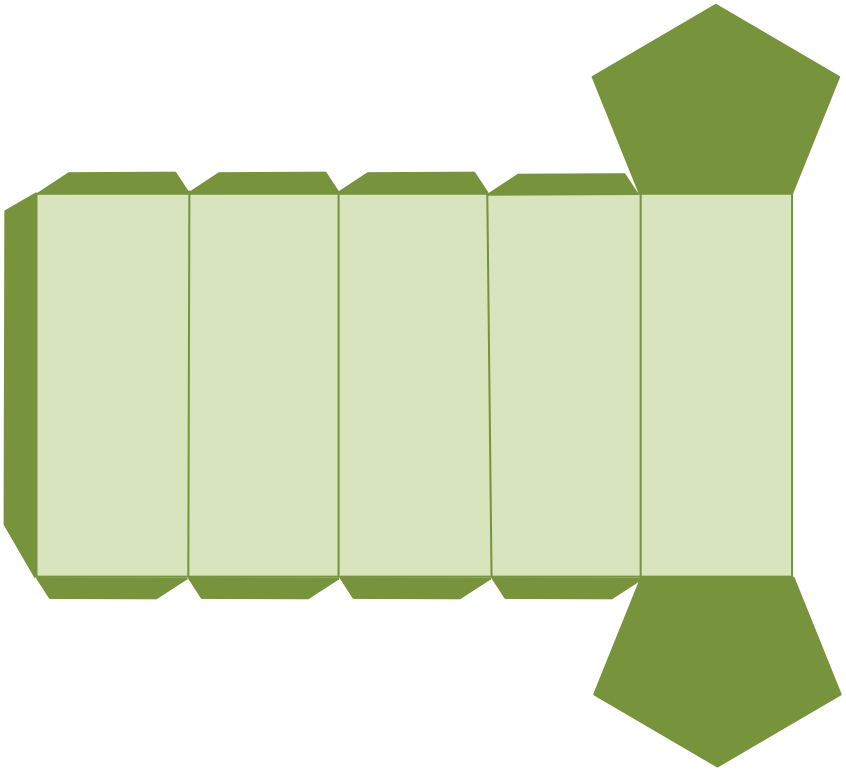
ภาคผนวก

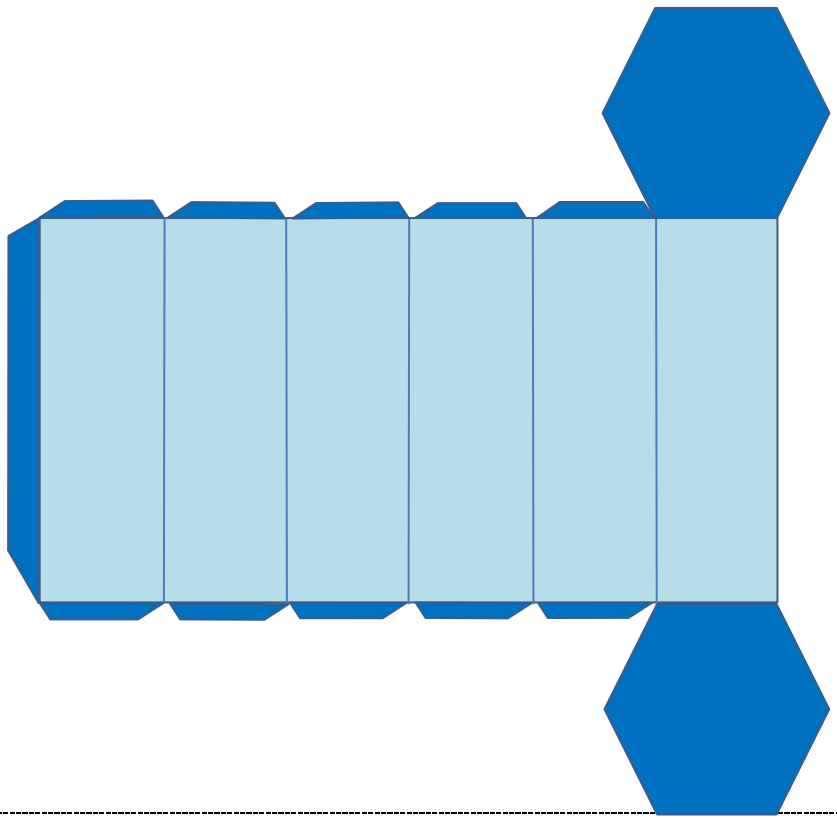
รูปคลี่ของปริซึมฐานต่าง ๆ





รูปคลี่ของปริซึมฐานต่าง ๆ





แบบฝึกทักษะที่ 3.4

เรื่อง การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง : ให้นักเรียนแสดงวิธีทำจากโจทย์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1.ปีบน้ำมันพืชทรงสี่เหลี่ยมใบหนึ่งมีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 30 เซนติเมตร ปีบสูง 55 เซนติเมตร บรรจุน้ำมันพืชเต็มปีบ ถ้าแบ่งน้ำมันพืชใส่ถุง ถุงละ 0.75 ลิตร จนหมดปีบ จะได้น้ำมันพืชอย่างมากกี่ถุง

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

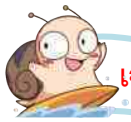
.....

.....

.....

2. ขวดบรรจุน้ำดื่มทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยที่ก้นขวดกว้าง 5 เซนติเมตร ยาว 6 เซนติเมตร ใส่น้ำสูง 30 เซนติเมตร จะมีน้ำในขวดเป็นเท่าใด

วิธีทำ



เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 3.4

เรื่อง การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง : ให้นักเรียนแสดงวิธีทำจากโจทย์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1.ปีบน้ำมันพืชทรงสี่เหลี่ยมใบหนึ่งมีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 30 เซนติเมตร ปีบสูง 55 เซนติเมตร บรรจุน้ำมันพืชเต็มปีบ ถ้าแบ่งน้ำมันพืชใส่ถุง ถุงละ 0.75 ลิตร

วิธีทำ เนื่องจากปีบมีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 30 เซนติเมตร

ดั้งนั้น พื้นที่ฐาน ของปริซึม = ด้าน ×ด้าน

= 30 × 30

= 900 ตร.ซม.

เนื่องจากปริมาตรของปริซึม = พื้นที่ฐาน×สูง

ดังนั้น ปริมาตรของปีบน้ำมันพืช=900 ×55

= 49,500 ลบ.ซม.

1 ลิตร = 1,000 ลบ.

ดังนั้น คิดเป็นน้ำมันพืช $\frac{49,500}{1,000}$=49.5 ลิตร

นำน้ำมันพืชมาแบ่งใส่ถุง ถุงละ 0.75 ลิตร

จะแบ่งน้ำมันพืชได้อย่างมาก $\frac{49.5}{0.75}$ = 66 ถุง

นั่นคือ จะได้น้ำมันพืชอย่างมาก 66 ถุง

2. ขวดบรรจุน้ำดื่มทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยที่ก้นขวดกว้าง 5 เซนติเมตร ยาว 6 เซนติเมตร ใส่น้ำสูง 30 เซนติเมตร จะมีน้ำในขวดเป็นเท่าใด

วิธีทำ เนื่องจากขวดบรรจุน้ำดื่มทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยที่ก้นขวดกว้าง 5 เซนติเมตร ยาว 6 เซนติเมตร

ดังนั้น พื้นที่ฐาน ของปริซึม = 5 × 6

= 30 ตร.ซม.

เนื่องจากปริมาตรของปริซึม = พื้นที่ฐาน×สูง

ดังนั้น ปริมาตรของน้ำในขวด =30 ×30

= 900 ลบ.ซม.

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 27

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ปริซึมและทรงกระบอก **จำนวน 8 ชั่วโมง**

เรื่อง ลักษณะของทรงกระบอก **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.1 ม.2/1 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของปริซึม และทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

ค 2.1 ม.2/2 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึม และทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานสองฐานเป็นวงกลมที่เท่ากันทุกประการและอยู่บนระนาบที่ ขนานกัน เมื่อตัดรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นด้วยระนาบที่ขนานกับฐานแล้วจะได้หน้าตัดเป็นวงกลมที่ เท่ากันทุกประการกับฐานเสมอ เรียกว่า ทรงกระบอก เมื่อคลี่รูปทรงกระบอกออกเป็นรูปเรขาคณิต สองมิติจะประกอบด้วยวงกลมที่เท่ากันทุกประการสองรูปกับสี่เหลี่ยมผืนผ้าหนึ่งรูป

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะของทรงกระบอกได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

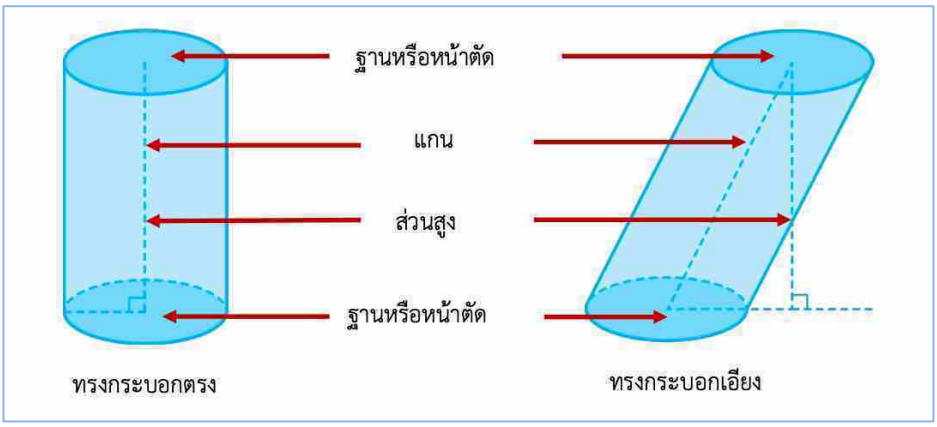
1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. การเชื่อมโยง (P3)

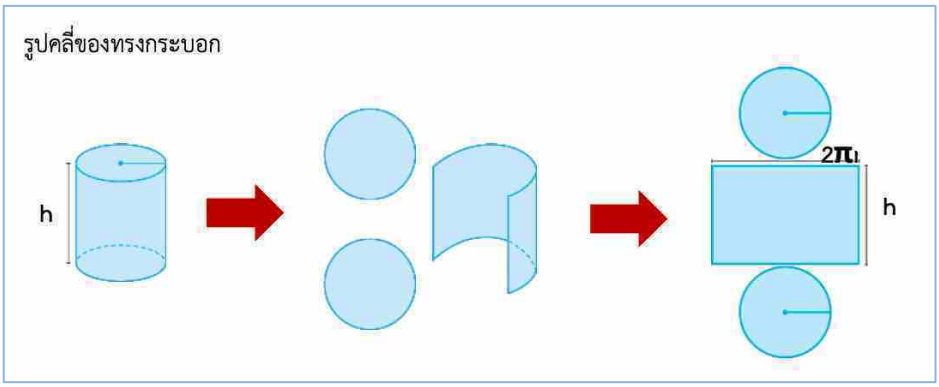
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลายๆกรณี (A1)
2. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)

สาระการเรียนรู้

รูปของทรงกระบอกและส่วนต่าง ๆ ของทรงกระบอก





กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูกล่าวทักทายนักเรียนและทบทวนความรู้เดิมโดยนำกล่องบรรจุภัณฑ์ที่เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก กระป๋องน้ำอัดลม กระป๋องสเปรย์ และกระป๋องนมที่สามารถแกะกระดาษที่ปิดกระป๋องได้สะดวก มาให้นักเรียนดู

1.2 ครูตั้งคำถามกับนักเรียน ดังนี้

- กล่องบรรจุภัณฑ์และกระป๋องเหล่านี้เหมือนกันหรือแตกต่างกันอย่างไร

  (แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานของนักเรียน เช่น เหมือนกัน คือ เป็นบรรจุภัณฑ์ที่มีความยาว ความกว้าง และความสูง ซึ่งรูปจำลองเป็นรูปเรขาคณิต 3 มิติ แตกต่างกัน คือ กล่องบรรจุภัณฑ์มีด้านข้างและหน้าตัดหัวท้ายเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า แต่กระป๋องต่าง ๆ มีหน้าตัดหัวท้ายเป็นวงกลม)

- นักเรียนคิดว่า กระป๋องน้ำอัดลม กระป๋องสเปรย์ เป็นปริซึมหรือไม่ เพราะเหตุใด

  (แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐาน เช่น ไม่เป็นเพราะด้านข้างของกระป๋องทั้งสองไม่เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก)

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูให้นักเรียนศึกษาเกี่ยวกับทรงกระบอก ในหนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.) หน้า 125 จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับส่วนประกอบของทรงกระบอก ซึ่งประกอบด้วย หน้าตัดหรือฐาน 2 หน้า แกนกลาง รัศมี และความสูง

2.2 ครูตั้งคำถามกับนักเรียน ดังนี้

- ทรงกระบอกแบ่งออกเป็นกี่ลักษณะ อะไรบ้าง

  (แนวตอบ 2 ลักษณะ ได้แก่ ทรงกระบอกตรงและทรงกระบอกเอียง)

- ส่วนประกอบของทรงกระบอกมีอะไรบ้าง

  (แนวตอบ หน้าตัดหรือฐาน 2 หน้า แกนกลาง รัศมี และความสูง)

- ยกตัวอย่างสิ่งของในชีวิตประจำวันที่มีลักษณะเป็นทรงกระบอก

  (แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐาน เช่น กระป๋องผลไม้ แท่งเหล็กทรงกระบอก แกนกระดาษชำระ)

2.3 ครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับทรงกระบอกว่า “ทรงกระบอก คือ รูปทรงเรขาคณิต 3 มิติ ที่มีพื้นที่ฐานเป็นวงกลมทั้งสองด้าน เมื่อตัดรูปกระบอกในระนาบที่ขนานกับฐาน จะได้รอยตัดเป็นรูปวงกลม เมื่อตัดทรงกระบอกในระนาบที่ตั้งฉากกับฐานจะได้รอยตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยม ทรงกระบอกตรงฐานแต่ละข้างจะตั้งฉากกับแกนของทรงกระบอก แต่ทรงกระบอกเอียงฐานจะไม่ตั้งฉากกับแกนของทรงกระบอก”

2.4 ครูตั้งคำถามกับนักเรียน ดังนี้

- รูปคลี่ของกล่องบรรจุภัณฑ์หรือกระป๋องที่ครูนำมาให้นักเรียนดูเมื่อต้นชั่วโมงมีลักษณะเหมือนกันหรือแตกต่างกันอย่างไร

  (แนวตอบ รูปคลี่แตกต่างกัน โดยบรรจุภัณฑ์ที่เป็นกระป๋องพื้นที่ผิวข้างจะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 1 รูป ไม่มีรอยพับ แต่บรรจุภัณฑ์ที่เป็นกล่องพื้นที่ผิวข้างจะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหลายรูป โดยแต่ละรูปจะมีรอยพับ)

- รูปคลี่ของกระป๋องต่าง ๆ เป็นรูปเรขาคณิต 2 มิติ ชนิดใดบ้าง

  (แนวตอบ รูปวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า)

2.5 ครูแจกกระดาษ A4 ให้นักเรียนทุกคน แล้วให้นักเรียนออกแบบรูปคลี่ของทรงกระบอก พร้อมทั้งตกแต่งให้สวยงาม จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน ซึ่งครูจะสุ่มนักเรียนที่ได้รูปคลี่แตกต่างกัน เพื่อให้นักเรียนเห็นความหลากหลายของรูปคลี่ของทรงกระบอก โดยครูคอยตรวจสอบความถูกต้อง

2.6 ครูให้นักเรียนประกอบรูปคลี่ของตนเองให้เป็นทรงกระบอก นักเรียนคนใดที่ประกอบแล้วไม่เป็นทรงกระบอก ให้นักเรียนออกแบบรูปคลี่ของทรงกระบอกใหม่อีกครั้ง

3. ขั้นสรุป

3.1 ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับทรงกระบอก ดังนี้

- ทรงกระบอก คือ รูปทรงเรขาคณิต 3 มิติ ที่มีพื้นที่ฐานเป็นวงกลมทั้งสองด้าน เมื่อตัดรูปทรงกระบอกในระนาบที่ขนานกับฐาน จะได้รอยตัดเป็นรูปวงกลม เมื่อตัดทรงกระบอกในระนาบที่ตั้งฉากกับฐานจะได้รอยตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยม
- ทรงกระบอกแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ ได้แก่ ทรงกระบอกตรง ฐานแต่ละข้างจะตั้งฉากกับแกนของทรงกระบอก แต่ทรงกระบอกเอียงฐานจะไม่ตั้งฉากกับแกนของทรงกระบอก
- ทรงกระบอกประกอบด้วยหน้าตัดหรือฐาน 2 หน้า แกนกลาง รัศมี และความสูง

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 3.5 ลักษณะของทรงกระบอก

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนยกตัวอย่างสิ่งต่าง ๆ ที่พบเห็นในชีวิตประจำวันที่ลักษณะเป็นทรงกระบอกคนละ 2-3 อย่าง

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะที่ 3.5 ลักษณะของทรงกระบอก

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. รูปคลี่ของทรงกระบอก
2. กระดาษ A4
3. แบบฝึกทักษะที่ 3.5 ลักษณะของทรงกระบอก
4. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะของทรงกระบอกได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 3.5 ลักษณะของทรงกระบอก	- แบบฝึกทักษะที่ 3.5 ลักษณะของทรงกระบอก	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. การเชื่อมโยง (P3)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1) 2. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

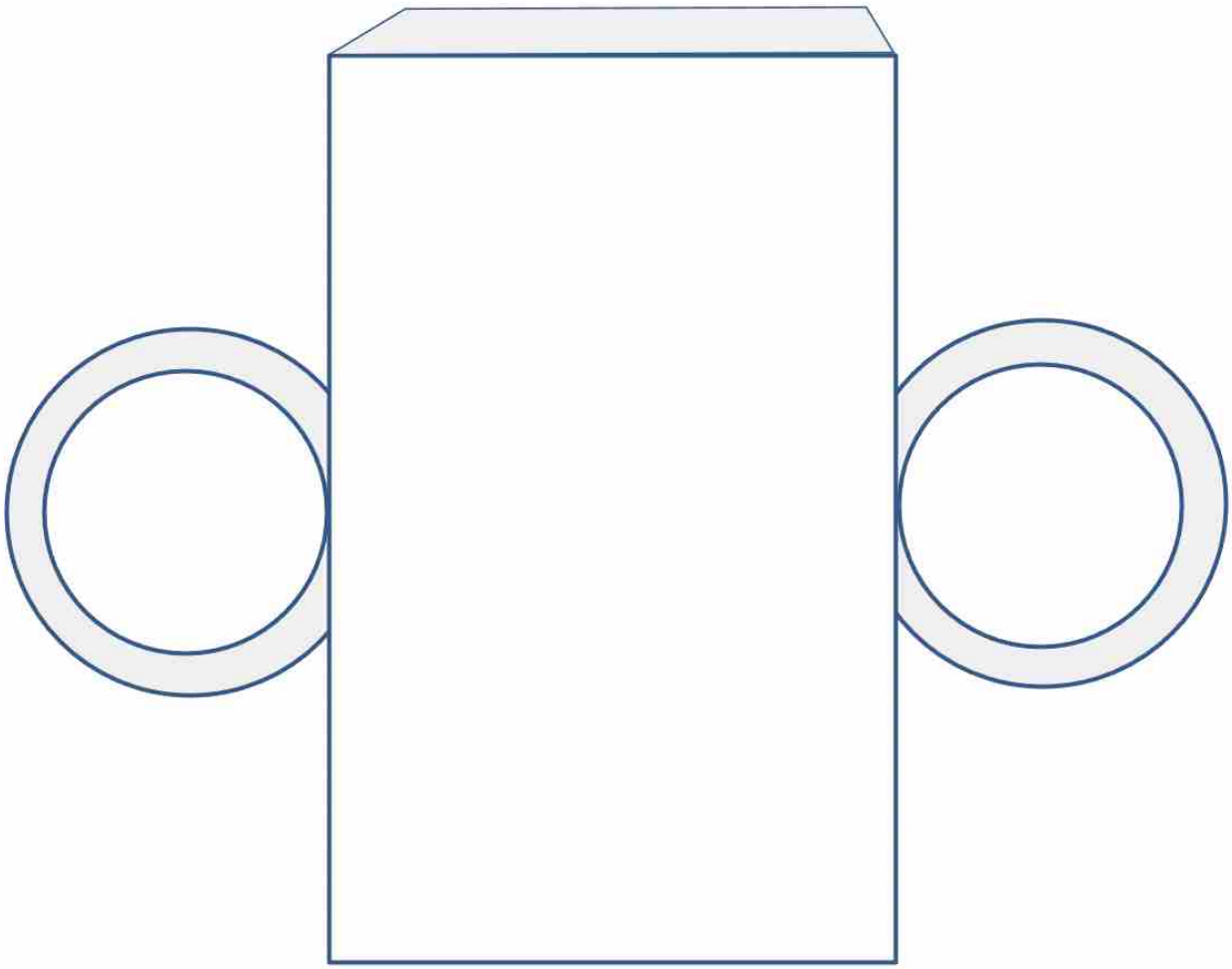
ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

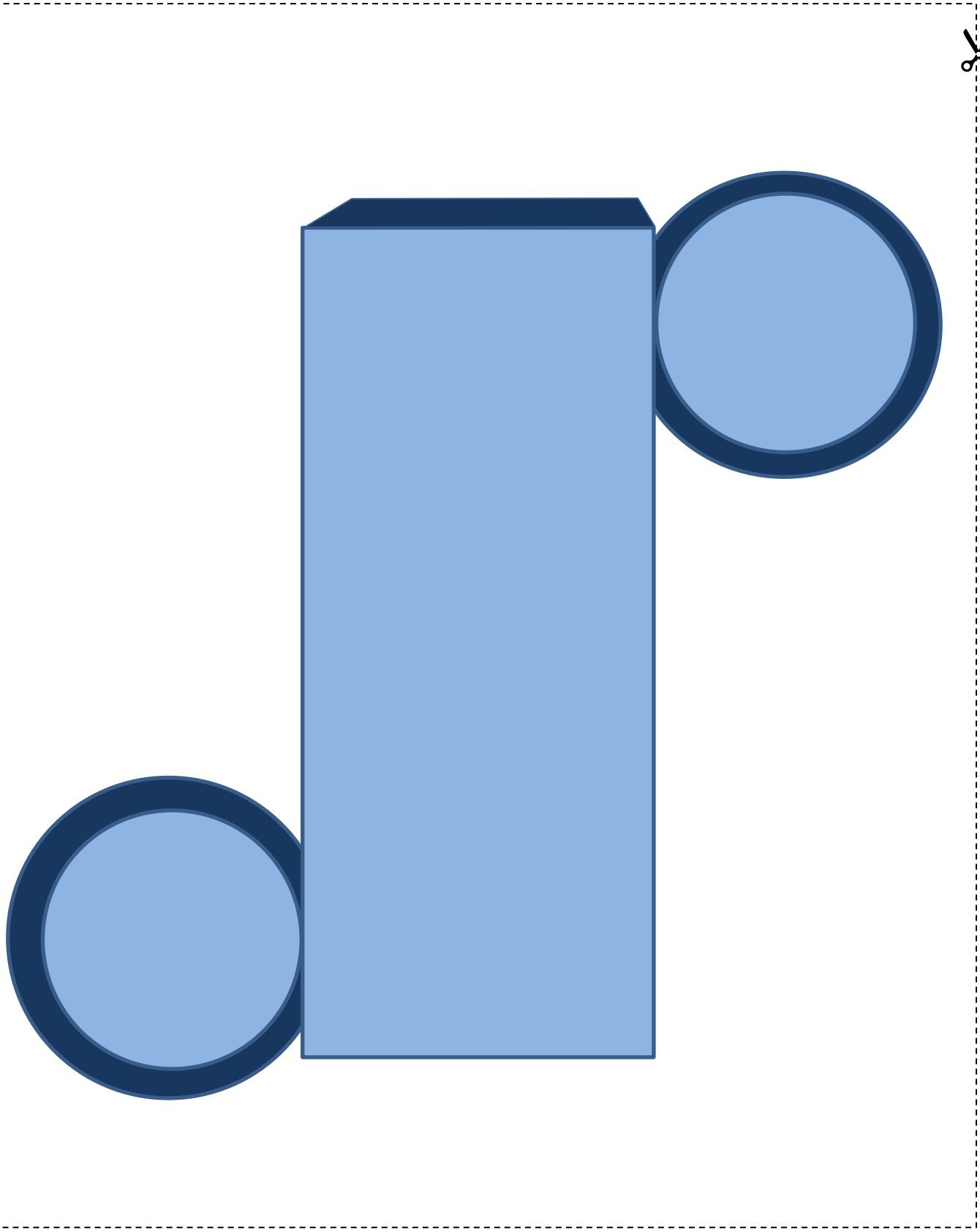
ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

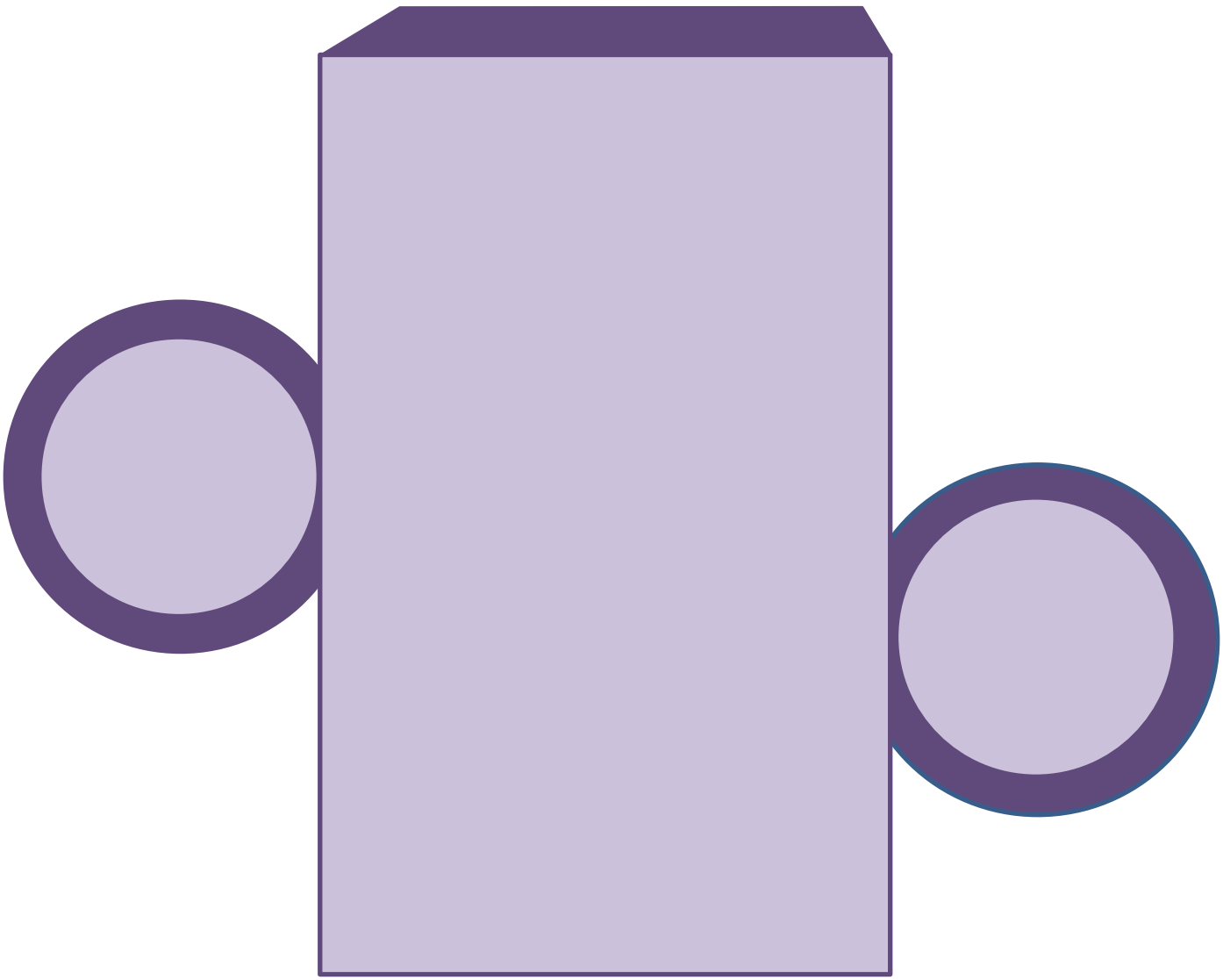
ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

รูปคลี่ของทรงกระบอก







แบบฝึกทักษะที่ 3.5

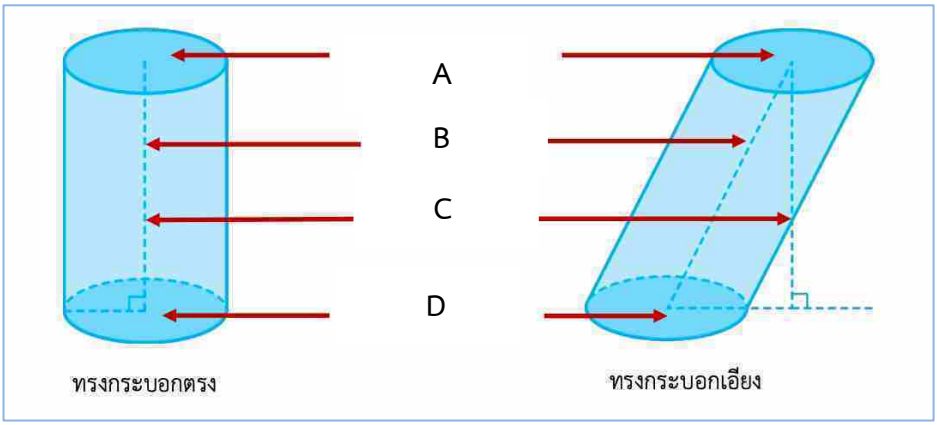
เรื่อง ลักษณะของทรงกระบอก

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำสั่ง จงเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่าง

1. จากรูป



จงบอกส่วนประกอบของทรงกระบอก ตามหัวข้อต่อไปนี้

A เรียกว่า.....

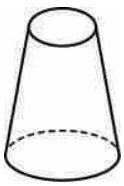
B เรียกว่า.....

C เรียกว่า.....

D เรียกว่า.....

2. รูปในข้อต่อไปนี้เป็นทรงกระบอกหรือไม่

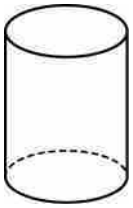
2.1



.....

.....

2.2



.....

.....

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 3.5

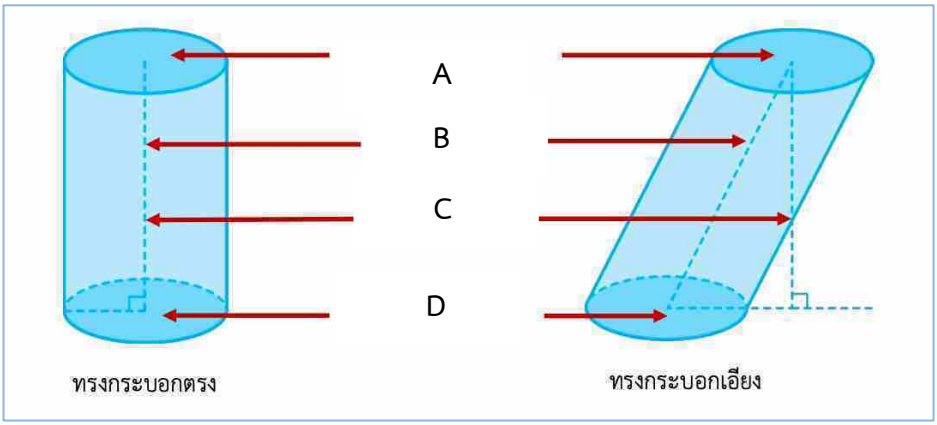
เรื่อง ลักษณะของทรงกระบอก

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำสั่ง จงเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่าง

1. จากรูป



จงบอกส่วนประกอบของทรงกระบอก ตามหัวข้อต่อไปนี้

A เรียกว่า.....หน้าตัดหรือฐาน.....

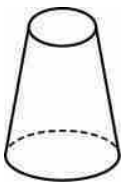
B เรียกว่า.....แกน.....

C เรียกว่า.....ส่วนสูง.....

D เรียกว่า.....หน้าตัดหรือฐาน.....

2. รูปในข้อต่อไปนี้เป็นทรงกระบอกหรือไม่

2.1

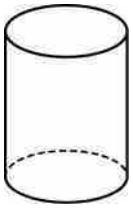


.....

ไม่เป็น

.....

2.2



.....

เป็น

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 28

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ปริซึมและทรงกระบอก **จำนวน 8 ชั่วโมง**

เรื่อง การหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.1 ม.2/1 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของปริซึม และทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

ค 2.1 ม.2/2 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึม และทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

พื้นที่ผิวของทรงกระบอก คือ ผลรวมของพื้นที่ฐานและพื้นที่ผิวข้างทั้งหมดของทรงกระบอก

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. หาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P1)
2. การเชื่อมโยง (P3)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)
2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)

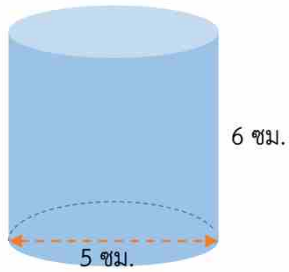
สาระการเรียนรู้

พื้นที่ผิวของทรงกระบอก = $2\pi r2 + 2\pi rh$

เมื่อ r แทนรัศมีของฐานทรงกระบอก

และ h แทนความสูงของทรงกระบอก

ตัวอย่าง จงหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานเท่ากับ 5 เซนติเมตร และสูง 6 เซนติเมตร (กาหนดให้ π มีค่าประมาณ 3.14)



จากโจทย์ รัศมีเท่ากับ $\frac{1}{2}$ ของเส้นผ่านศูนย์กลาง จะได้รัศมี = $\frac{1}{2} \times 5$

รัศมี = $\frac{5}{2}$ เซนติเมตร

จากพื้นที่ผิวทรงกระบอก = $2\pi r^2 + 2\pi rh$

2 พื้นที่ผิวของทรงกระบอก = $2(3.14)(\frac{5^2}{2}) + 2(3.14)(\frac{5}{2})(6)$

$\approx$ 133.57 ตารางเซนติเมตร

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนเกี่ยวกับการหาพื้นที่ผิวของปริซึม ดังนี้

- การหาพื้นที่ผิวของปริซึมเท่ากับผลรวมของพื้นที่แต่ละหน้าของรูปคลี่ของปริซึม

1.2 ครูตั้งคำถามกับนักเรียนว่า “นักเรียนสามารถใช้แนวคิดการหาพื้นที่ผิวของปริซึมมาใช้ในการหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกได้หรือไม่”

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานของนักเรียน)

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูนำกระดาษแข็งทรงกระบอกขึ้นมาให้นักเรียนดู แล้วขอตัวแทนนักเรียนออกมาตัดกระดาษทรงกระบอกหน้าชั้นเรียน โดยตัดไม่ให้ชิ้นส่วนขาดออกจากกัน จากนั้นครูให้นักเรียนที่เหลือพิจารณารูปคลี่ของทรงกระบอกว่าประกอบไปด้วยรูปเรขาคณิตชนิดใดบ้าง

2.2 ครูให้นักเรียนศึกษาเรื่องพื้นที่ผิวของทรงกระบอก ในหนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.) หน้า 127

2.3 ครูตั้งคำถามกับนักเรียนว่า “การหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก ใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ของรูปเรขาคณิต 2 มิติ ชนิดใดบ้าง”

(แนวตอบ รูปวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า)

2.4 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสูตรพื้นที่ผิวของทรงกระบอก ดังนี้

พื้นที่ผิวของทรงกระบอก = (2 x พื้นที่ฐาน) + พื้นที่ผิวข้าง

$= 2\pi r^2 + 2\pi rh$

2.5 ครูนำกระป๋องนมทรงกระบอก 1 ใบ ขึ้นมา จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกจากสูตรการหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก

3. ขั้นสรุป

3.1 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลจากการจัดกิจกรรม เพื่อหาข้อสรุปร่วมกันว่า การหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก ทำได้โดยหาพื้นที่ของด้านข้างทั้งหมดรวมกับพื้นที่ของฐานที่เป็นวงกลมที่เท่ากันทุกประการ และอยู่บนระนาบที่ขนานกันทั้งสอง

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 3.6 การหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก

5.ขั้นนำไปใช้

กำหนดสถานการณ์ที่เกี่ยวกับการหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกที่เกี่ยวข้องในชีวิตประจำวันให้นักเรียนแก้ปัญหา

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะที่ 3.6 การหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. รูปคลี่ของทรงกระบอก
2. กระดาษ A4
3. แบบฝึกทักษะที่ 3.6 การหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก
4. กระป๋องนมทรงกระบอก
5. กระดาษแข็ง
6. กระดาษแข็งทรงกระบอก
7. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 3.6 การหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก	- แบบฝึกทักษะที่ 3.6 การหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P1) 2. การเชื่อมโยง (P3)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2) 2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 3.6

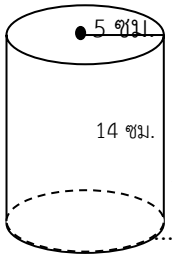
เรื่อง การหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง : ให้นักเรียนหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (กำหนดให้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)

1. หาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกต่อไปนี้



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

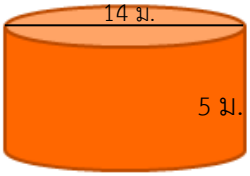
.....

.....

.....

.....

2. หาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกที่มีความสูง 5 เมตร และมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 14 เมตร



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 3.6

เรื่อง การหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก

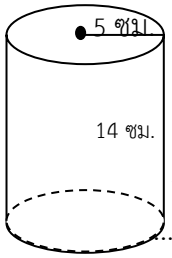
ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง : ให้นักเรียนหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (กำหนดให้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)

1. หาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกต่อไปนี้



พื้นที่ผิวข้างของทรงกระบอก = $2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 5 \times 14$

$= 440$ ตารางเซนติเมตร

พื้นที่ผิวของทรงกระบอก = พื้นที่ผิวข้าง + (2 x พื้นที่ฐาน)

$= 2\pi rh + 2\pi r^2$

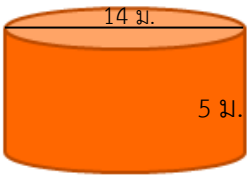
$= 440 + (2 \times \frac{22}{7} \times 5 \times 5)$

$\approx 440 + 157.14$

$= 597.14$ ตารางเซนติเมตร

ดังนั้น พื้นที่ผิวของทรงกระบอกประมาณ 597.14 ตารางเซนติเมตร

2. หาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกที่มีความสูง 5 เมตร และมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 14 เมตร



พื้นที่ผิวข้างของทรงกระบอก = $2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 5$

$= 220$ ตารางเมตร

พื้นที่ผิวของทรงกระบอก = พื้นที่ผิวข้าง + (2 x พื้นที่ฐาน)

$= 2\pi rh + 2\pi rh$

$= 220 + (2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7)$

$= 220 + 308$

$= 528$ ตารางเมตร

ดังนั้น พื้นที่ผิวของทรงกระบอกเท่ากับ 528 ตารางเมตร

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 29

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ปริซึมและทรงกระบอก **จำนวน 8 ชั่วโมง**

เรื่อง การหาปริมาตรของทรงกระบอก **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.1 ม.2/1 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของปริซึม และทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

ค 2.1 ม.2/2 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึม และทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

ปริมาตรของทรงกระบอกหาได้จาก การนำพื้นที่ฐานของทรงกระบอกคูณด้วยความสูงของ ทรงกระบอก

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. หาปริมาตรของทรงกระบอกได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P1)
2. การเชื่อมโยง (P3)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)
2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)

สาระการเรียนรู้

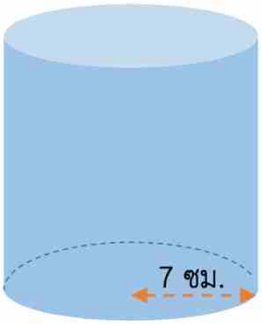
ปริมาตรของทรงกระบอก = พื้นที่ฐาน X ความสูง

หรือ ปริมาตรของทรงกระบอก = $\pi r2h$

เมื่อ r แทนรัศมีของวงกลมที่เป็นฐาน

และ h แทนความสูงของทรงกระบอก

ตัวอย่าง จงหาปริมาตรทรงกระบอกดังรูปต่อไปนี้



ปริมาตรของทรงกระบอก = พื้นที่ฐาน X สูง

จะได้ $\pi r^2 h = (\frac{22}{7}) \times (7)^2 \times 10$

$= 1,540$ ตร.ซม.

ดังนั้น ปริมาตรของทรงกระบอกนี้ เท่ากับ 1,540 ตารางเซนติเมตร

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนความรู้โดยให้นักเรียนอธิบายสมบัติ ลักษณะ และส่วนประกอบของทรงกระบอก

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนศึกษา เรื่องปริมาตรของทรงกระบอก ในหนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.) หน้า 131

2.2 ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ทรงกระบอกคล้ายกับปริซึม แต่ทรงกระบอกนั้นไม่ใช่ปริซึม เนื่องจากหน้าตัดของปริซึมจะต้องเป็นรูปหลายเหลี่ยม แต่หน้าตัดของทรงกระบอกจะเป็นวงกลม อย่างไรก็ตาม รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่าสามารถกลายเป็นรูปวงกลมได้ถ้าจำนวนด้านในรูปหลายเหลี่ยมนั้นเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ไม่มีที่สิ้นสุด”

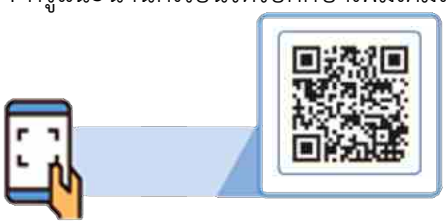
2.3 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปว่า

ปริมาตรของทรงกระบอก = พื้นที่ฐาน × ความสูง

$= \pi r^2 h$

เมื่อ r = รัศมีของฐาน และ h = ความสูงของทรงกระบอก

2.4 ครูแนะนำนักเรียนให้ไปศึกษาเพิ่มเติมเกี่ยวกับหาปริมาตรของทรงกระบอกได้ที่สแกน QR Code



2.5 ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5-6 คน ให้แต่ละกลุ่มรูปวาดทรงกระบอกกลุ่มละ 1 รูป พร้อมกับกำหนดเส้นผ่านศูนย์กลาง ความสูงของทรงกระบอกและให้ทุกคนในกลุ่มช่วยกันคำนวณหาพื้นที่ฐานของทรงกระบอก แล้วให้นักเรียนเอาความสูงของทรงกระบอกมาคูณกับพื้นที่ฐานของทรงกระบอก จากนั้นให้แต่ละกลุ่มออกมาอภิปรายหน้าชั้นเรียน

3. ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปจากการทำกิจกรรมเพื่อให้ได้ข้อสรุปของการหาปริมาตรของทรงกระบอก ว่า **ปริมาตรของทรงกระบอกหาได้โดย พื้นที่ฐาน × ความสูง**

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 3.7 เรื่องการหาปริมาตรของทรงกระบอก ครูและนักเรียนร่วมกันตรวจคำตอบ

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาปริมาตรของทรงกระบอกมากลุ่มละ 1 ข้อ พร้อมทั้งแสดงวิธีหาคำตอบ

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะที่ 3.7 เรื่องการหาปริมาตรของทรงกระบอก

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. กระดาษปรู๊ฟ
2. แบบฝึกทักษะที่ 3.7 เรื่องการหาปริมาตรของทรงกระบอก
3. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 3.6 การหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก	- แบบฝึกทักษะที่ 3.6 การหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P1) 2. การเชื่อมโยง (P3)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2) 2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 3.7

เรื่อง การหาปริมาตรของทรงกระบอก

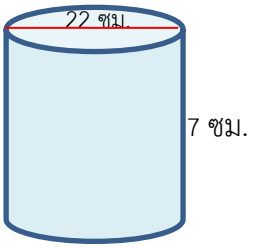
ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง : ให้นักเรียนหาปริมาตรของทรงกระบอกที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. หาปริมาตรของทรงกระบอกที่มีความสูง 7 เซนติเมตร และมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 22 เซนติเมตร ดังรูป

   (กำหนดให้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. สระน้ำพุกลางสวนสาธารณะแห่งหนึ่งมีลักษณะเป็นทรงกระบอก วัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในได้ 4 เมตร และวัดความลึกจากก้นสระถึงขอบสระได้ 80 เซนติเมตร สระน้ำนี้จะจุน้ำเต็มที่ในวันฝนตกหนักได้เท่าใด (กำหนดให้ $\pi \approx 3.14$)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 3.7

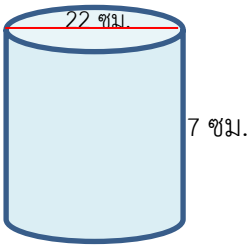
เรื่อง การหาปริมาตรของทรงกระบอก

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง : ให้นักเรียนหาปริมาตรของทรงกระบอกที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. หาปริมาตรของทรงกระบอกที่มีความสูง 7 เซนติเมตร และมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 22 เซนติเมตร ดังรูป (กำหนดให้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)



จาก ปริมาตรของทรงกระบอก $= \pi r^2 h$

แทนค่า ปริมาตรของทรงกระบอก $= \frac{22}{7} \times 11^2 \times 7$

$= 2,662$ ลูกบาศก์เซนติเมตร

ดังนั้น ปริมาตรของทรงกระบอกเท่ากับ 2,662 ลูกบาศก์เซนติเมตร

2. สระน้ำพุกลางสวนสาธารณะแห่งหนึ่งมีลักษณะเป็นทรงกระบอก วัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในได้ 4 เมตร และวัดความลึกจากก้นสระถึงขอบสระได้ 80 เซนติเมตร สระน้ำนี้จะจุน้ำเต็มที่ในวันฝนตกหนักได้เท่าใด (กำหนดให้ $\pi \approx 3.14$)

สระน้ำพุมีรัศมีเท่ากับ $\frac{4}{2} = 2$ เมตร

สระน้ำลึก 80 เซนติเมตร หรือ 0.8 เมตร

เนื่องจาก ปริมาตรของทรงกระบอก $= \pi r^2 h$

$= 3.14 \times 2^2 \times 0.8$

≈ 10.05 ลูกบาศก์เมตร

ดังนั้น สระน้ำนี้จะจุน้ำเต็มที่ประมาณ 10.05 ลูกบาศก์เมตร

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 30

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ปริซึมและทรงกระบอก **จำนวน 8 ชั่วโมง**

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาของทรงกระบอก **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.1 ม.2/1 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของปริซึม และทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

ค 2.1 ม.2/2 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึม และทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การแก้โจทย์ปัญหาของทรงกระบอก สามารถทำได้โดยกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา 4 ขั้นตอน คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นการวางแผน ขั้นดำเนินการตามแผนและขั้นตรวจสอบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. หาปริมาตรของทรงกระบอกได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P1)
2. การเชื่อมโยง (P3)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)
2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)

สาระการเรียนรู้

การหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก

พื้นที่ผิวของทรงกระบอก = $2\pi r^2 + 2\pi rh$

เมื่อ r แทนรัศมีของฐานทรงกระบอก

และ h แทนความสูงของทรงกระบอก

การหาปริมาตรของทรงกระบอก

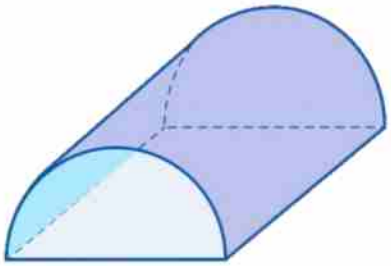
ปริมาตรของทรงกระบอก = พื้นที่ฐานของทรงกระบอก x ความสูง

การหาปริมาตรเมื่อมีสิ่งของบรรจุในทรงกระบอก

ปริมาตรเมื่อมีสิ่งของบรรจุในทรงกระบอก = ปริมาตรของทรงกระบอก–ปริมาตรของวัตถุที่บรรจุในทรงกระบอก

ปริมาตรของวัตถุที่บรรจุในทรงกระบอก = ปริมาตรของทรงกระบอก ÷ จำนวนวัตถุที่บรรจุทั้งหมด

ตัวอย่าง หลังคาผ้าใบของเต็นท์มีลักษณะเป็นทรงกระบอกผ่าครึ่ง คลุมพื้นดินได้กว้าง 5 เมตร ยาว 10 เมตร จะต้องใช้ผ้าใบทำหลังคาอย่างน้อยกี่ตารางเมตร



ความยาวของโค้งครึ่งวงกลม = $\frac{1}{2} \times 2\pi r = \pi r$

เมื่อ r แทนรัศมีของเต็นท์

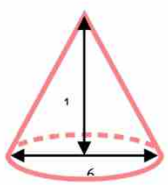
พื้นที่ของผ้าใบ = ความยาวของโค้งครึ่งวงกลม x ความยาวของเต็นท์

$\approx (3.14 \times \frac{5}{2}) \times 10$

≈ 78.5 ตารางเมตร

ดังนั้น จะต้องใช้ผ้าใบทำหลังคาอย่างน้อย 78.5 ตารางเมตร #

ตัวอย่าง กรวยกลมและทรงกระบอกมีฐานเท่ากันและมีส่วนสูงเท่ากัน โดยที่ ทรงกระบอกสูง 14 เซนติเมตร และฐานของทรงกระบอกยาว 6 เซนติเมตร ถ้าปริมาตรของทรงกระบอกเป็น 3 เท่าของกรวย แล้วกรวยกลมมีปริมาตรเท่าไร



วิธีทำ ปริมาตรทรงกระบอก $= \pi r^2 h$

ปริมาตรของกรวยกลม $= \frac{1}{3}(\frac{22}{7} \times 3^2 \times 14)$

$= 132$

ดังนั้น กรวยมีปริมาตร 132 ลูกบาศก์เซนติเมตร

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูกล่าวทักทายและทบทวนความรู้เดิม โดยการตั้งคำถามกับนักเรียน ดังนี้

- สูตรการหาปริมาตรของทรงกระบอกคืออะไร

  (แนวตอบ ปริมาตรของทรงกระบอก = $\pi r^2 h$)

- สูตรการหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกคืออะไร

  (แนวตอบ พื้นที่ผิวของทรงกระบอก = $2\pi r^2 + 2\pi rh$)

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูนำกระป๋องทรงกระบอกมาให้นักเรียนดู จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมาอ่านปริมาตรที่ระบุไว้ข้างกระป๋อง จากนั้นครูตั้งคำถามกับนักเรียน ดังนี้

- นักเรียนสามารถบอกสูตรหรือที่มาของปริมาตรของกระป๋องทรงกระบอกใบนี้ได้หรือไม่ อย่างไร

  (แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานของนักเรียน เช่น หาปริมาตรของทรงกระบอกได้จากนำพื้นที่ฐาน x ความสูง)

- นักเรียนสามารถหาพื้นที่ผิวของกระป๋องทรงกระบอกใบนี้ได้หรือไม่ อย่างไร

  (แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานของนักเรียน เช่น ได้ โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับการวัดมาใช้ในการวัดความสูงและรัศมีของฝากระป๋อง จากนั้นใช้สูตร พื้นที่ผิวของทรงกระบอก = $2\pi r^2 + 2\pi rh$)

2.2 ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน (คละความสามารถทางคณิตศาสตร์) ครูแจกรูปคลี่ของทรงกระบอกให้นักเรียนกลุ่มละ 1 รูป ซึ่งแต่ละรูปจะมีความสูงและรัศมีแตกต่างกัน จากนั้นครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก และประกอบรูปคลี่เป็นทรงกระบอกและหาปริมาตรของทรงกระบอกนั้น

2.3 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมานำเสนอชิ้นงานและวิธีการหาคำตอบของกลุ่มตนเอง โดยครูและนักเรียน ที่เหลือร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

3. ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลจากการจัดกิจกรรม เพื่อหาข้อสรุปร่วมกันเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาของทรงกระบอก ว่าการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับทรงกระบอก เป็นการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาพื้นที่ผิว และการหาปริมาตรของทรงกระบอก สามารถทำได้ตามขั้นตอนของโพลยา คือ ทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผน ตรวจคำตอบ

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 3.8 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาของทรงกระบอก

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับหาพื้นที่ผิวและการหาปริมาตรของทรงกระบอกมากลุ่มละ 1 ข้อพร้อมทั้งแสดงวิธีหาคำตอบ

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะที่ 3.8 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาของทรงกระบอก

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. รูปคลี่ของทรงกระบอก
2. กระดาษปรู๊ฟ
3. กระป๋องทรงกระบอก
4. แบบฝึกทักษะที่ 3.8 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาของทรงกระบอก
5. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถหาปริมาตรของทรงกระบอกได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 3.8 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาของทรงกระบอก	- แบบฝึกทักษะที่ 3.8 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาของทรงกระบอก	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P1) 2. การเชื่อมโยง (P3)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2) 2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

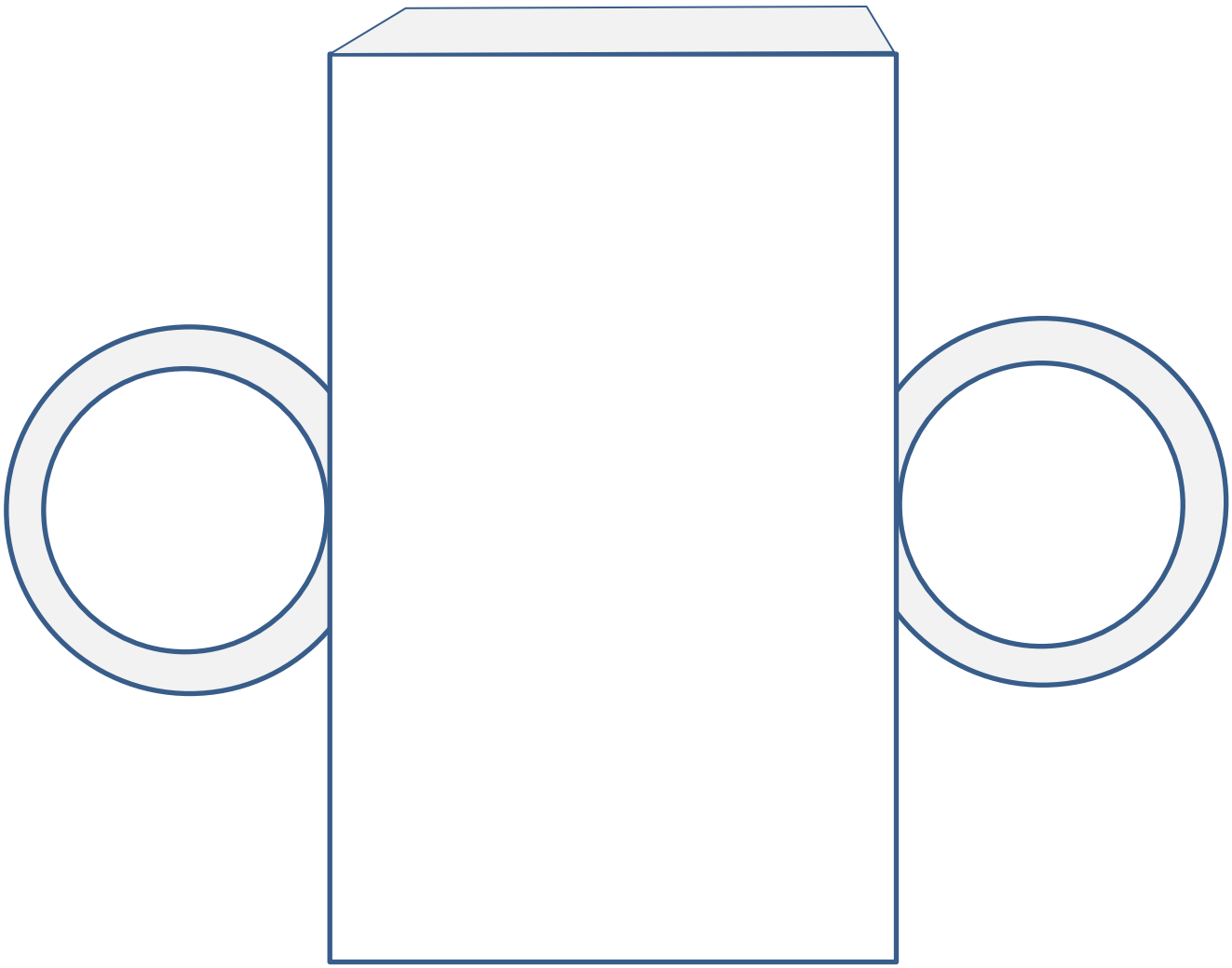
ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

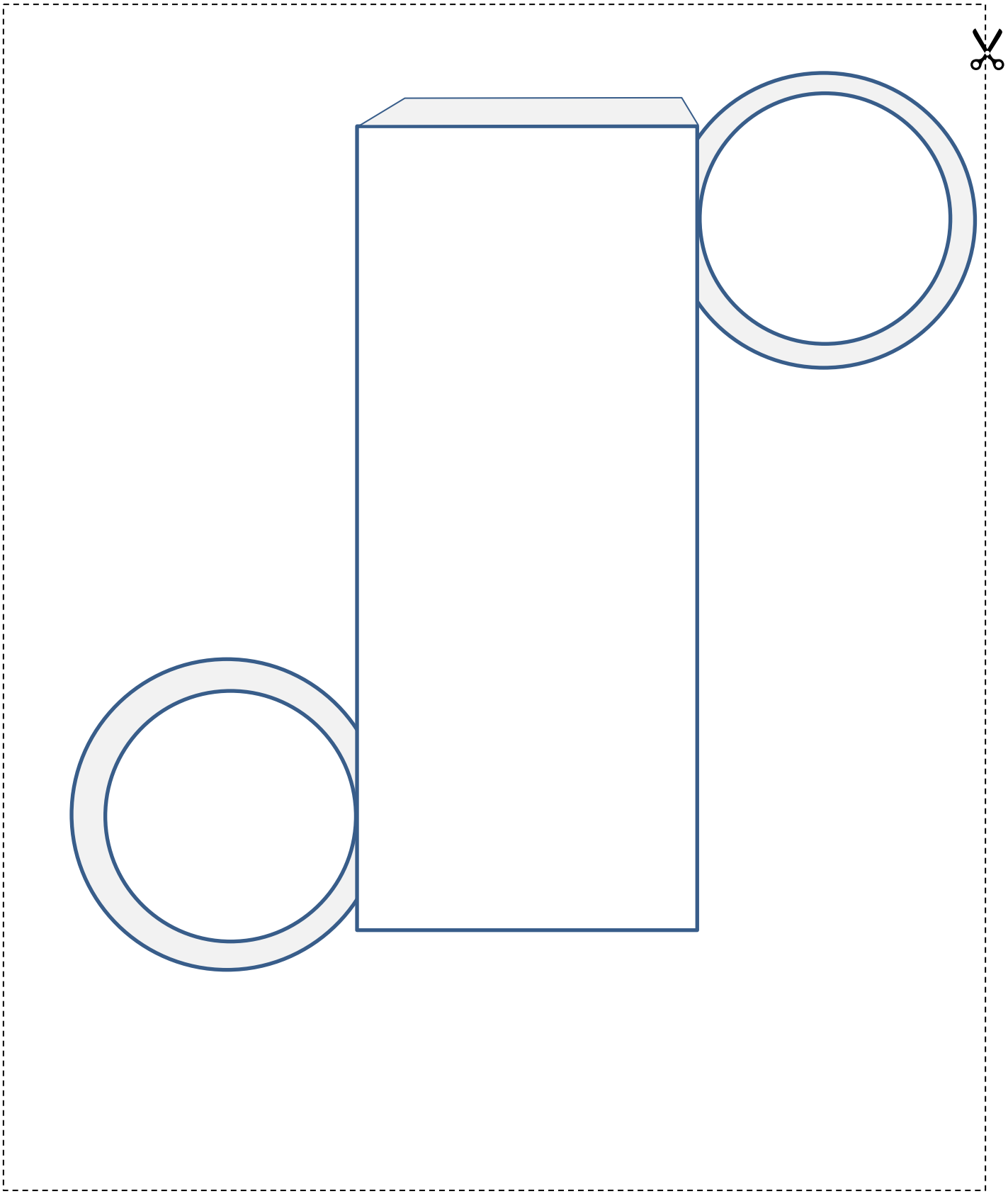
ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

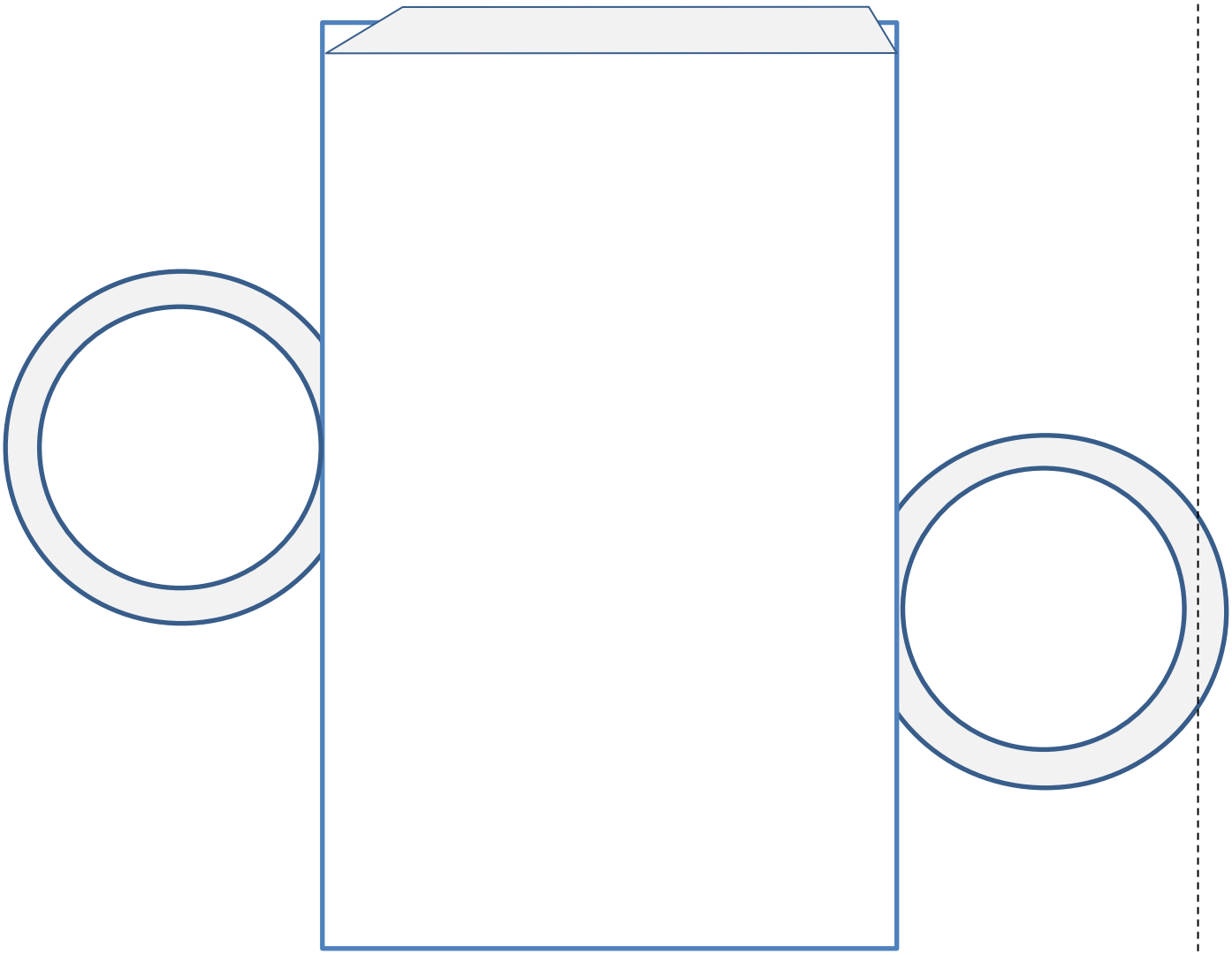
ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

รูปคลี่ของทรงกระบอก







แบบฝึกทักษะที่ 3.8

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาของทรงกระบอก

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำ

1.สระน้ำพุกลางสวนสาธารณะแห่งหนึ่งมีลักษณะเป็นทรงกระบอก วัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในได้ 4 เมตร และวัดความลึกจากก้นสระได้ 80 เซนติเมตร สระนี้จะจุน้ำเต็มที่ในวันฝนตกหนักได้เท่าใด (กำหนดให้ $\pi \approx 3.14$)

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ท่อน้ำทรงกระบอกอันหนึ่งมีปริมาตร 1,848 ลูกบาศก์เซนติเมตร สูง 3 เซนติเมตร จงหารัศมีของฐานและพื้นที่ผิวของท่อน้ำ (กำหนด $\pi=\frac{22}{7}$)

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

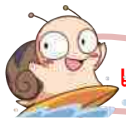
.....

.....

.....

.....

.....



เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 3.8

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาของทรงกระบอก

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำ

1.สระน้ำพุกลางสวนสาธารณะแห่งหนึ่งมีลักษณะเป็นทรงกระบอก วัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในได้ 4 เมตร และวัดความลึกจากก้นสระได้ 80 เซนติเมตร สระนี้จะจุน้ำเต็มที่ในวันฝนตกหนักได้เท่าใด (กำหนดให้ $\pi \approx 3.14$)

วิธีทำ สระน้ำพุมีรัศมีเท่ากับ $\frac{4}{2}$ = 2 เมตร

สระน้ำลึก 80 เซนติเมตร หรือ 0.8 เมตร

เนื่องจากปริมาตรของทรงกระบอก = พื้นที่ฐาน × สูง

ดังนั้น ปริมาตรของสระน้ำพุ $= \pi(2)^2 \times 0.8$

$\approx 3.14 \times 2^2 \times 0.8$

≈ 10.05 ลูกบาศก์เมตร

นั่นคือ สระนี้จุน้ำได้เต็มที่ประมาณ 10.05 ลูกบาศก์เมตร

2. ท่อน้ำทรงกระบอกอันหนึ่งมีปริมาตร 1,848 ลูกบาศก์เซนติเมตร สูง 3 เซนติเมตร จงหารัศมีของฐานและพื้นที่ผิวของท่อน้ำ (กำหนด $\pi = \frac{22}{7}$)

วิธีทำ ท่อน้ำทรงกระบอกมีปริมาตร1,848 ลูกบาศก์เซนติเมตร

สูง 3 เซนติเมตร

ปริมาตรทรงกระบอก = $\pi r^2 h$

1,848 = $\frac{22}{7} \times 3 \times r^2$

$r^2 = \frac{1,848 \times 7}{22 \times 3}$

$r^2 = 196$

$r = 14$

พื้นที่ผิวทรงกระบอก = $2\pi r^2 + 2\pi rh$

$= \left(2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14\right) + \left(2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 3\right)$

= 1,232+264

= 1,496

ดังนั้น ท่อน้ำมีรัศมีที่ฐาน 14 เซนติเมตร พื้นที่ผิวของท่อน้ำ 1,496 ตารางเซนติเมตร

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 41

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22101) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต **จำนวน 12 ชั่วโมง**

เรื่อง ลักษณะของการแปลงทางเรขาคณิต **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/3 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การแปลงทางเรขาคณิต คือ การดำเนินการซึ่งทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในเรื่องตำแหน่ง รูปร่าง หรือขนาด ซึ่งเป็นการส่งจุดทุกจุดบนรูปต้นแบบไปยังภาพใหม่ที่เกิดจากการแปลง แบบจุดต่อจุด

สิ่งสำคัญของการแปลง คือ จุดทุกจุดอยู่ที่เดิม (หรือขนาดเดิม) จะต้องมีการส่งไปยังวัตถุที่ตำแหน่งใหม่ (หรือขนาดใหม่) ทุกจุด จุดต่อจุด

รูปเรขาคณิตก่อนการแปลง เรียกว่า รูปต้นแบบ

รูปเรขาคณิตหลังการแปลง เรียกว่า ภาพที่ได้จากการแปลง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. อธิบายลักษณะของการแปลงทางเรขาคณิตได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การเชื่อมโยง (P3)
2. การให้เหตุผล (P4)
3. การคิดสร้างสรรค์ (P5)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

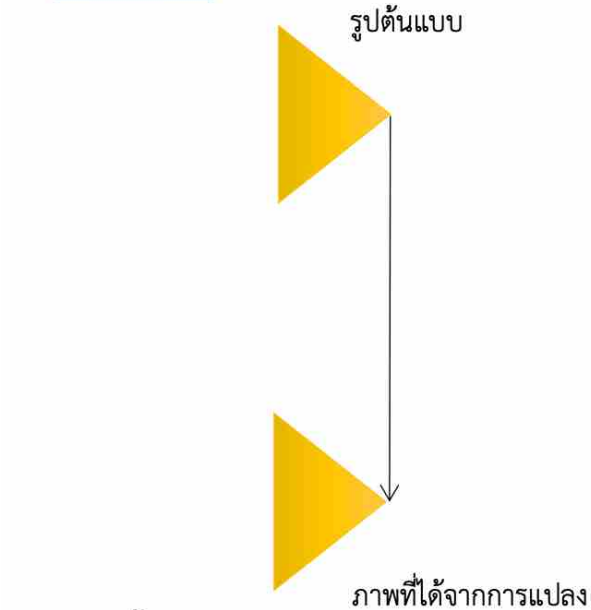
1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

3. ค้นหาลักษณะที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ และประยุกต์ใช้ลักษณะดังกล่าวเพื่อทำความเข้าใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ (A5)

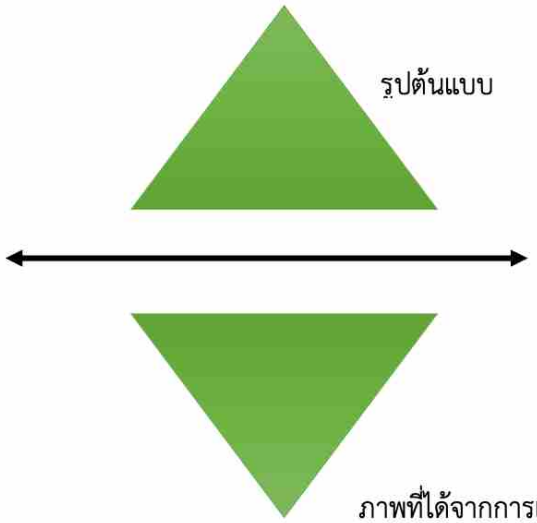
สาระการเรียนรู้

การแปลงทางเรขาคณิต เป็นการจับคู่ของจุดที่สมนัยกันบนระนาบระหว่างจุดบนรูป ต้นแบบกับจุดบนภาพที่ได้จากการแปลง ในที่นี้จะกล่าวถึงการแปลงทางเรขาคณิต 3 แบบ ได้แก่ การสะท้อน การเลื่อนขนาน การหมุน เราเรียกรูปเรขาคณิตก่อนการแปลงว่า รูปต้นแบบ และเรียกรูปเรขาคณิตหลังการแปลงว่า ภาพที่ได้จากการแปลง

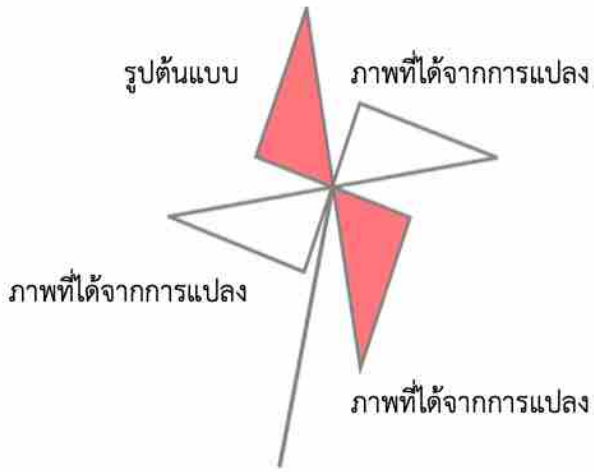
การเลื่อนขนาน



การสะท้อน



การหมุน



กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

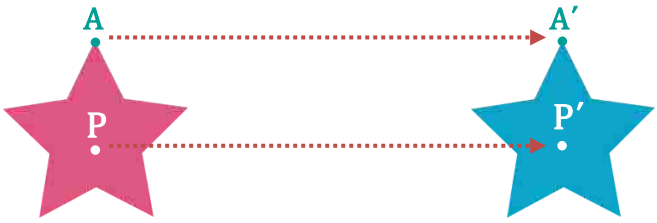
1.1 ครูกล่าวทักทายกับนักเรียน แล้วแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตให้นักเรียนทราบ

1.2 ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเกี่ยวกับการบอกทิศทางมุม รูปที่มีแกนสมมาตร และคู่อันดับ

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูอธิบายการแปลงทางเรขาคณิตว่า เป็นการดำเนินการเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตซึ่งทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงจากตำแหน่งหนึ่งไปยังอีกตำแหน่งหนึ่ง โดยขนาดและรูปร่างอาจมีการเปลี่ยนแปลง แต่การเรียนในระดับชั้นนี้จะเรียนเฉพาะการแปลงที่ทำให้ภาพที่ได้มีรูปร่างและขนาดเท่าเดิมเท่านั้น

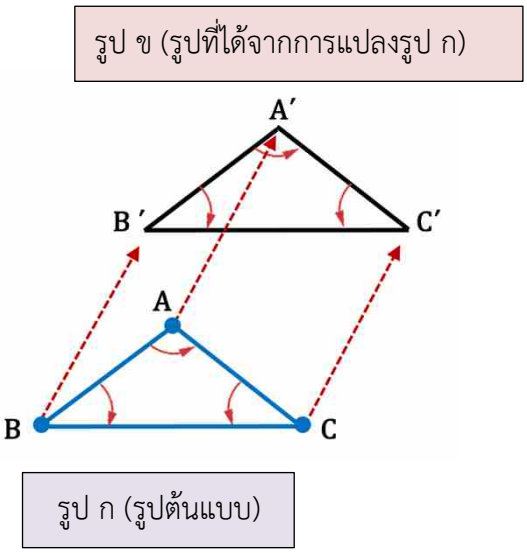
2.2 ครูยกตัวอย่างการแปลงทางเรขาคณิต ดังนี้



เรียกจุด A′ (อ่านว่า เอไพร์ม) ว่าเป็นจุดที่ได้จากการแปลงจุด A และเรียกจุด A และ A′ ว่าเป็นจุดที่สมนัยกัน

เรียกจุด P′ (อ่านว่า พีไพร์ม) ว่าเป็นจุดที่ได้จากการแปลงจุด P และเรียกจุด P และ P′ ว่าเป็นจุดที่สมนัยกัน

2.3 นักเรียนพิจารณารูปที่ครูสร้างขึ้น และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับรูปการแปลงที่กำหนดให้ดังนี้



กำหนดรูป ก เป็นรูปต้นแบบและรูป ข เป็นภาพที่ได้จากการแปลงรูป ก

โดยมี จุด A และจุด A′ เป็นจุดที่สมนัยกัน

จุด B และจุด B′ เป็นจุดที่สมนัยกัน

จุด C และจุด C′ เป็นจุดที่สมนัยกัน

ทำให้ AB = A′B′ , BC = B′C′ , และ CA = C′A′

เนื่องจากเป็นด้านคู่ที่สมนัยกัน และ $A\hat{B}C = A'\hat{B}'C'$, $B\hat{C}A = B'\hat{C}'A'$,และ $C\hat{A}B = C'\hat{A}'B$ เนื่องจากเป็นมุมคู่ที่สมนัยกัน

จะเห็นว่ามุมคู่ที่สมนัยกัน จะมีแขนของมุมเป็นด้านที่สมนัยกัน รูป $\triangle ABC$ และรูป $\triangle A'B'C'$ มีด้านคู่ที่สมนัยกัน 3 คู่ ซึ่งกล่าวได้ว่ารูป $\triangle ABC$ และรูป $\triangle A'B'C'$ มีขนาดเท่ากัน และมีรูปร่างเหมือนกัน

2.4 นักเรียนศึกษาความรู้ในหนังสือเรียนเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต ในหนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.) หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การแปลงทางเรขาคณิต

2.5 นักเรียนและครูร่วมกันสรุปความหมายของการแปลงดังนี้

- การแปลง หมายถึง การดำเนินการซึ่งทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในเรื่องตำแหน่งและ/หรือรูปทรง และ/หรือ ขนาดของวัตถุและเป็นการจับคู่ระหว่างจุดทุกจุดบนรูปต้นแบบกับภาพที่เกิดจากการเปลี่ยนตำแหน่ง

2.6 ครูอธิบายกับนักเรียนว่า “ในระดับชั้นนี้จะให้นักเรียนศึกษาการแปลงทางเรขาคณิตที่มีรูปร่าง

ขนาด และลักษณะคงเดิม แต่จะเปลี่ยนแปลงเฉพาะตำแหน่งเท่านั้นในที่นี้จะกล่าวถึงการแปลงทางเรขาคณิต 3 แบบ ได้แก่ การเลื่อนขนาน การสะท้อน และ การหมุน ซึ่งการแปลงทางเรขาคณิตทั้งสามแบบนี้จะมีรูปร่างและขนาดเหมือนกับรูปต้นแบบเสมอ”

2.7 นักเรียนพิจารณาตัวอย่างการแปลงทั้ง 3 แบบและร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับรูปการแปลงที่กำหนดให้ ในหนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.) หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การแปลงทางเรขาคณิต

3. ขั้นสรุป

3.1 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความคิดรวบยอดของเรื่องการแปลงที่ได้ศึกษากัน โดยใช้คำถามดังนี้

- การแปลงทางเรขาคณิตหมายถึงอย่างไร

  (แนวตอบ การแปลงทางเราขาคณิตเป็นการดำเนินการเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตซึ่งทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลง จากตำแหน่งหนึ่งไปยังอีกตำแหน่งหนึ่ง โดยอาจมีการเปลี่ยนแปลงขนาดและรูปร่าง)
- การแปลงทางเรขาคณิตที่มีรูปร่าง ขนาด และลักษณะคงเดิม แต่จะเปลี่ยนแปลงเฉพาะตำแหน่งเท่านั้น ได้แก่การแปลงทางเรขาคณิตแบบใดบ้าง

  (แนวตอบ การเลื่อนขนาน การสะท้อน และ การหมุน)
- การแปลงเรียกรูปก่อนแปลงว่าอย่างไร และเรียกรูปหลังการแปลงว่าอย่างไร

  (แนวตอบ รูปก่อนแปลงเรียกว่า รูปต้นแบบ และรูปหลังการแปลงเรียกว่า ภาพ)

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 4.1 เรื่อง ลักษณะของการแปลงทางเรขาคณิต

5.ขั้นนำไปใช้

5.1 นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คนจากนั้นครูให้นักเรียนร่วมกันยกตัวอย่างการแปลงทางเรขาคณิตทั้ง 3 แบบ ได้แก่ การเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนที่เกี่ยวข้องกับชีวิตในประจำวันของนักเรียนมาแบบละ 1 ตัวอย่างพร้อมทั้งระบุด้วยว่าเป็นการแปลงแบบใดเพราะเหตุใด

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะที่ 4.1 เรื่อง ลักษณะของการแปลงทางเรขาคณิต

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 4.1 เรื่อง ลักษณะของการแปลงทางเรขาคณิต
2. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)
3. แอพพลิเคชั่น Good Note
4. โปรแกรม google meet

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะของการแปลงทางเรขาคณิตได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 4.1 เรื่อง ลักษณะของการแปลงทางเรขาคณิต	- แบบฝึกทักษะที่ 4.1 เรื่อง ลักษณะของการแปลงทางเรขาคณิต	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การเชื่อมโยง (P3) 2. การให้เหตุผล (P4) 3. การคิดสร้างสรรค์ (P5)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4) 3. ค้นหาลักษณะที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ และประยุกต์ใช้ลักษณะดังกล่าวเพื่อทำความเข้าใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ (A5)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 4.1

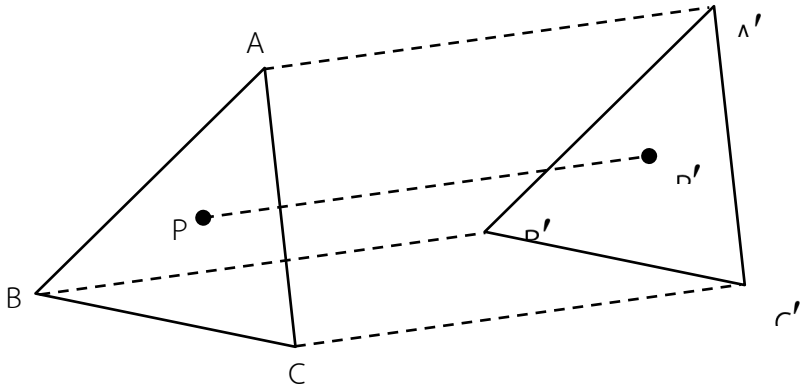
เรื่อง ลักษณะของการแปลงทางเรขาคณิต

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

<u>คำชี้แจง</u> : ให้นักเรียนพิจารณาการแปลงดังรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

ถ้ากำหนดให้ ΔAB เป็นสัญลักษณ์แทนรูปสามเหลี่ยม ABC เมื่อเลื่อนขนานแล้ว $\Delta A'B'C'$ เป็นสัญลักษณ์แทนภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน จุดและด้านใดบ้างที่สมนัยกัน



<u>จุดที่สมนัยกัน</u>

<u>ด้านที่สมนัยกัน</u>

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 4.1

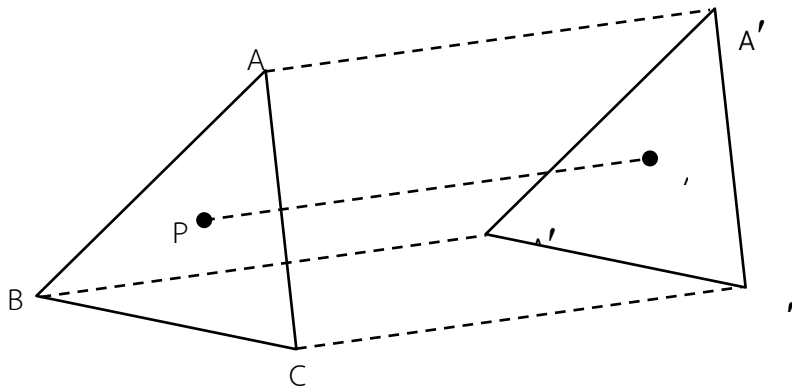
เรื่อง ลักษณะของการแปลงทางเรขาคณิต

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

<u>คำชี้แจง</u> : ให้นักเรียนพิจารณาการแปลงดังรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

ถ้ากำหนดให้ ΔAB เป็นสัญลักษณ์แทนรูปสามเหลี่ยม ABC เมื่อเลื่อนขนานแล้ว $\Delta A'B'C'$ เป็นสัญลักษณ์แทนภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน จุดและด้านใดบ้างที่สมนัยกัน



<u>จุดที่สมนัยกัน</u>

<u>จุดที่สมนัยกัน</u> จุด A และ จุด A' เป็นจุดที่สมนัยกัน
จุด B และ จุด A' เป็นจุดที่สมนัยกัน
จุด C และ จุด A' เป็นจุดที่สมนัยกัน
จุด P และ จุด A' เป็นจุดที่สมนัยกัน

<u>ด้านที่สมนัยกัน</u>

<u>ด้านที่สมนัยกัน</u> $\overline{AC}$กับ $\overline{A'C'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน
$\overline{AB}$กับ $\overline{A'B'}$เป็นด้านที่สมนัยกัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 32

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต **จำนวน 12 ชั่วโมง**

เรื่อง การเลื่อนขนานบนระนาบ **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/3 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การเลื่อนขนานบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการเลื่อนจุดทุกจุดไปบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะเท่ากันตามที่กำหนด

สมบัติการเลื่อนขนาน

1. รูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานสามารถทับกันได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจะเท่ากันทุกประการ

2. ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของส่วนของเส้นตรงนั้นจะขนานกัน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. อธิบายลักษณะของการเลื่อนขนานบนระนาบได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การเชื่อมโยง (P3)
2. การให้เหตุผล (P4)
3. การคิดสร้างสรรค์ (P5)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

3. ค้นหาลักษณะที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ และประยุกต์ใช้ลักษณะดังกล่าวเพื่อทำความเข้าใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ (A5)

สาระการเรียนรู้

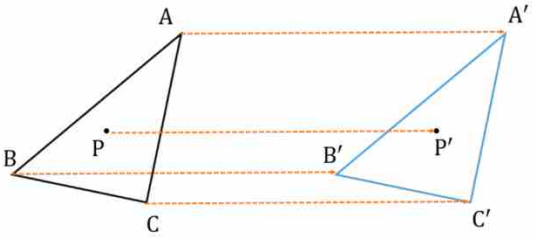
การเลื่อนขนานบนระนาบ เป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการเลื่อนจุกดทุกจุดไปบนระนาบ ตามแนวเส้นแนวตรงในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะเท่ากันตามที่กำหนด

การขึ้น - ลงของลิฟต์

ใจแอ้นดรอป

กระเช้าลอยฟ้า

ตัวอย่าง กำหนดให้ △ ABC เป็นรูปต้นแบบ เมื่อเลื่อนขนาน △ ABC ไปในทิศทางและระยะทางตามกำหนดดังรูป แล้ว △ A'B'C' เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน



จากรูป จะเห็นว่า มีการเลื่อนจุด A ไปที่จุด A' เลื่อนจุด B ไปที่จุด B' และเลื่อนจุด C ไปที่จุด C' ในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะเท่ากัน จะได้ว่า $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ และ $\overline{CC'}$ ขนานกันและยาวเท่ากัน ถ้า P เป็นจุดใด ๆ บน △ABC แล้วจะมี P' บน △A'B'C' เป็นจุดที่สมนัยกับจุด P และ $\overline{PP'}$ จะขนานและยาวเท่ากับความยาวของ ว่า $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ และ $\overline{CC'}$ ด้วย

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูกล่าวทักทายกับนักเรียนจากนั้นครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเกี่ยวกับการการแปลงเพื่อใช้ในการศึกษาเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตที่กำลังจะศึกษาดังนี้

- การแปลงทางเรขาคณิตหมายถึงอย่างไร

(แนวตอบ การแปลงทางเรขาคณิตเป็นการดำเนินการเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตซึ่งทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงจากตำแหน่งหนึ่งไปยังอีกตำแหน่งหนึ่ง โดยอาจมีการเปลี่ยนแปลงขนาดและรูปร่าง)

- รูปเรขาคณิตก่อนการแปลงและหลังการแปลงเป็นอย่างไร

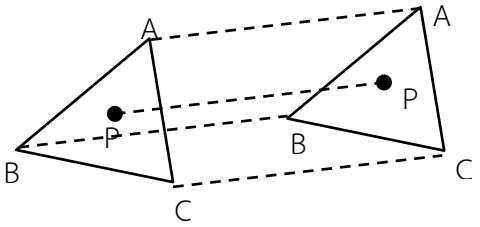
(แนวตอบ รูปต้นแบบ และ ภาพที่ได้จากการแปลง)

1.2 ครูถามคำถามกับนักเรียนว่า “ยกตัวอย่างการเลื่อนขนานในชีวิตประวันมานั้นมีอะไรบ้าง” แล้วให้นักเรียนร่วมกันตอบ

(แนวตอบ บันไดเลื่อน ลิฟต์ ล้อรถแทรกเตอร์ กีฬาหมากฮอส หมากรุก ฯลฯ)

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

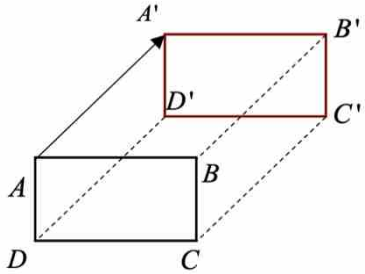
2.1 นักเรียนศึกษาภาพเกี่ยวกับการเลื่อนขนานจาก **โปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP)** โดยนักเรียนสังเกตรูปต้นแบบและรูปที่ได้จากการเลื่อนขนานแล้วร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับรูปการแปลงที่กำหนดดังนี้



- จากรูป ΔABC เมื่อเลื่อนขนานแล้วเป็น $\Delta A'B'C'$
- ถ้ากำหนดให้ P เป็นจุดใด ๆ บน ΔABC แล้วจะมี P' บน $\Delta A'B'C'$ เป็นจุดที่สมนัยกับจุด P และ $\overline{PP'}$ จะขนานและยาวเท่ากับ $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ และ $\overline{CC'}$

2.2 นักเรียนศึกษาภาพเกี่ยวกับการเลื่อนขนานของรูปสี่เหลี่ยมจากโปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP) โดยนักเรียนสังเกตรูปต้นแบบและรูปที่ได้จากการเลื่อนขนานดังนี้

- สี่เหลี่ยมABCD เป็นรูปต้นแบบและสี่เหลี่ยม $A'B'C'D'$ เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานสี่เหลี่ยม ABCD ด้วย $\overline{AA'}$



ดังนั้น AA', BB', CC' และ DD' ขนานกันและยาวเท่ากัน

2.3 นักเรียนสำรวจการเลื่อนขนานจากรูปภาพข้างต้นและให้นักเรียนตอบคำถามดังนี้

- $\overline{AB} \,//\, \overline{A'B'}$, $\overline{BC} \,//\, \overline{B'C'}$, $\overline{CD} \,//\, \overline{C'D'}$ และ $\overline{DA} \,//\, \overline{D'A'}$ เกิดจากการเลื่อนขนานกันใช่หรือไม่

  (แนวตอบ ใช่)

- นักเรียนคิดว่าแต่ละด้านของรูปต้นแบบกับภาพของแต่ละด้านที่ได้จากการเลื่อนขนานนั้นต้องขนานกันหรือไม่

  (แนวตอบ จำเป็นต้องขนานกัน)

- ถ้าใช้กระดาษลอกลายลอกสี่เหลี่ยมABCDแล้วเลื่อนไปทับสี่เหลี่ยม $A'B'C'D'$ ได้สนิทหรือไม่

  (แนวตอบ ทับสี่เหลี่ยม $A'B'C'D'$ ได้สนิท)

2.4 นักเรียนศึกษาความรู้ในหนังสือเรียน และศึกษาบทนิยามเกี่ยวกับการเลื่อนขนาน ในหนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.) หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การแปลงทางเรขาคณิต

2.5 นักเรียนสรุปเกี่ยวกับการเลื่อนขนานว่า “การเลื่อนขนานเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการเลื่อนจุด ทุกจุดไปบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทางเดียวกันและเป็นระยะทางที่เท่ากันตามที่กำหนด”

3. ขั้นสรุป

3.1 นักเรียนสรุปสมบัติของการเลื่อนขนานพร้อมทั้งจดลงในสมุดดังนี้

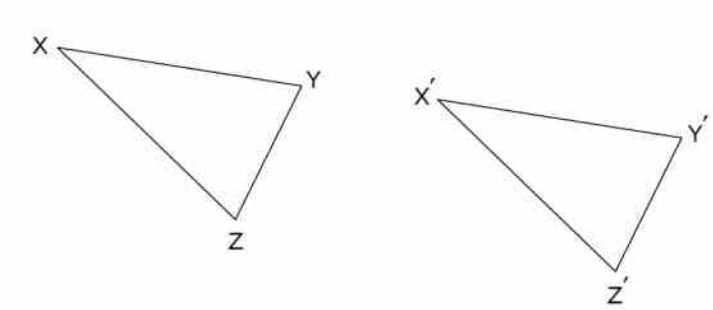
- ภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานมีขนาดและรูปร่างเหมือนกับรูปต้นแบบ
- จุดแต่ละจุดบนภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจะห่างจากจุดที่สมนัยกับรูปต้นแบบเป็นระยะทางเท่ากัน และระยะทางห่างนั้นเท่ากับระยะทางที่กำหนดให้เลื่อนขนานรูปต้นแบบ
- สามารถเลื่อนรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูปกล่าวได้ว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจะเท่ากันทุกประการ
- ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของส่วนของเส้นตรงจะขนานกัน

4. ขั้นฝึกทักษะ

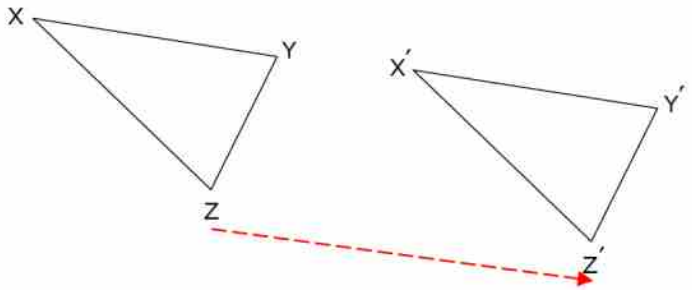
ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 4.2 เรื่อง การเลื่อนขนานบนระนาบ

5.ขั้นนำไปใช้

กำหนดให้ $\Delta X'Y'Z'$ เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน ΔXYZ จงหาเวกเตอร์ ของการเลื่อนขนาน ΔXYZ



(แนวตอบ วิธีทำ ลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันคู่ใดคู่หนึ่งของ Δ XYZ กับ Δ X′Y′Z′ เช่น ลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุด A และ A′ จะได้ $\overrightarrow{AA'}$ ที่บอก ทิศทางและระยะทางของการเลื่อนขนาน Δ XYZ แล้วได้ภาพของการเลื่อนขนาน เป็น Δ X′Y′Z′



)

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะที่ 4.2 เรื่อง การเลื่อนขนานบนระนาบ

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 4.2 เรื่อง การเลื่อนขนานบนระนาบ
2. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)
3. โปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะของการแปลงทางเรขาคณิตได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 4.1 เรื่อง ลักษณะของการแปลงทางเรขาคณิต	- แบบฝึกทักษะที่ 4.1 เรื่อง ลักษณะของการแปลงทางเรขาคณิต	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P1) 2. การเชื่อมโยง (P3)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2) 2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 4.2

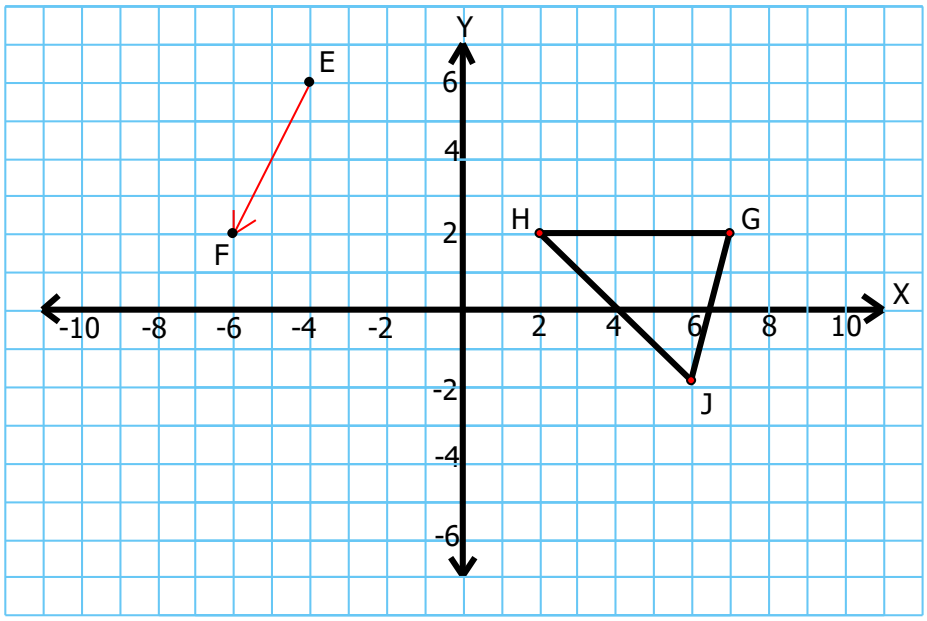
เรื่อง การเลื่อนขนานบนระนาบ

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

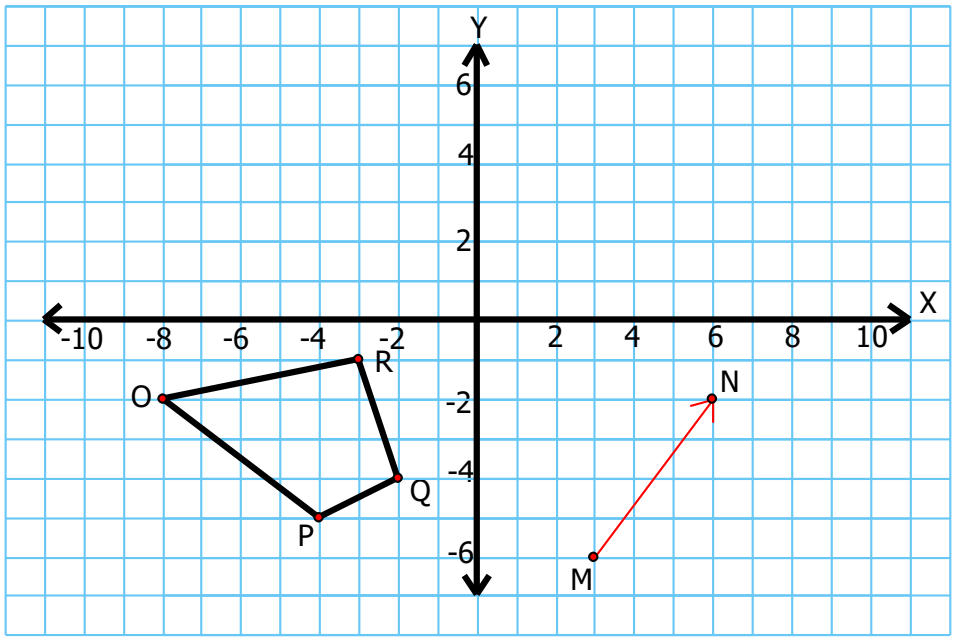
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

<u>คำชี้แจง</u> : ให้นักเรียนพิจารณาการเลื่อนขนานดังรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. กำหนด รูปสามเหลี่ยม HGJ จงหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน รูปสามเหลี่ยม HGJ ด้วย $\overrightarrow{EF}$



2. กำหนดรูปสี่เหลี่ยม OPQR จงหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูปสี่เหลี่ยม OPQR ด้วย $\overrightarrow{MN}$



เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 4.2

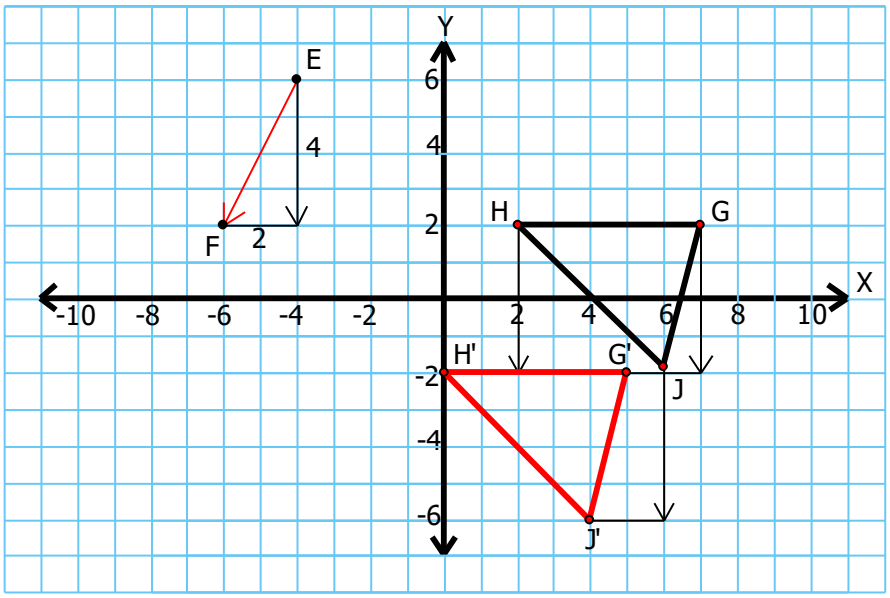
เรื่อง การเลื่อนขนานบนระนาบ

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

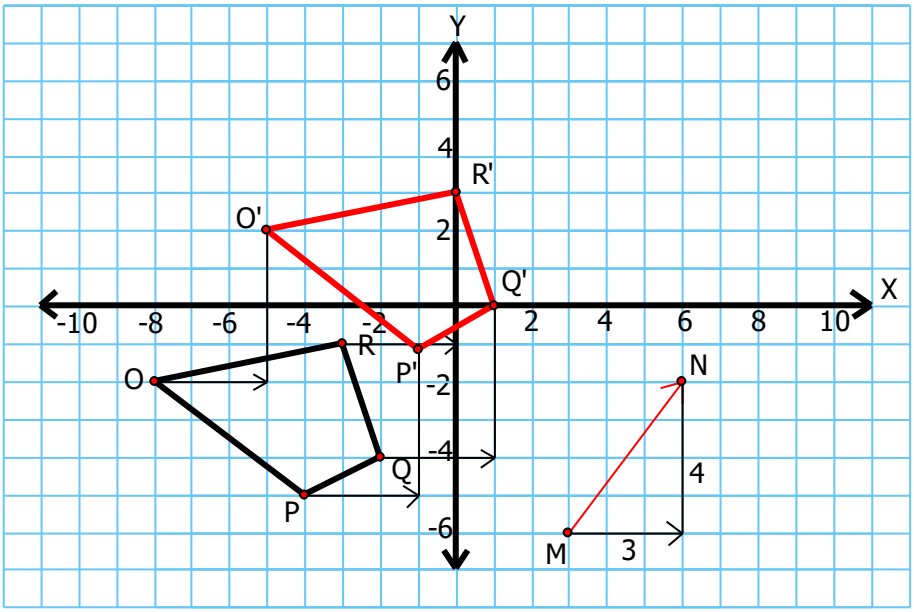
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

<u>คำชี้แจง</u> : ให้นักเรียนพิจารณาการเลื่อนขนานดังรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. กำหนด รูปสามเหลี่ยม HGJ จงหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน รูปสามเหลี่ยม HGJ ด้วย $\overrightarrow{EF}$



2. กำหนดรูปสี่เหลี่ยม $OPQR$ จงหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูปสี่เหลี่ยม $OPQR$ ด้วย $\overrightarrow{MN}$



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 33

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต **จำนวน 12 ชั่วโมง**

เรื่อง การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/3 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การเลื่อนขนานบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการเลื่อนจุดทุกจุดไปบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะเท่ากันตามที่กำหนด

ความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดของจุดบนรูปต้นแบบ (A) พิกัดของจุดบนภาพที่เกิดจากการเลื่อนขนาน (A′) และเวกเตอร์ของการเลื่อนขนาน เป็นดังนี้

- พิกัด x ของจุด A′ = พิกัด x ของจุด A + ความยาวของเวกเตอร์ตามแนวแกน X (โดยคิดทิศทาง)

- พิกัด y ของจุด A′ = พิกัด y ของจุด A + ความยาวของเวกเตอร์ตามแนวแกน Y (โดยคิดทิศทาง)

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. เลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉากได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การเชื่อมโยง (P3)
2. การให้เหตุผล (P4)
3. การคิดสร้างสรรค์ (P5)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

3. ค้นหาลักษณะที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ และประยุกต์ใช้ลักษณะดังกล่าวเพื่อทำความเข้าใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ (A5)

สาระการเรียนรู้

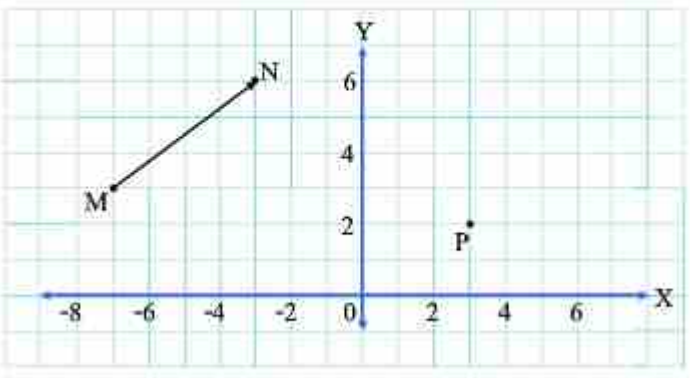
การเลื่อนขนานบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการเลื่อนจุดทุกจุดไปบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะเท่ากันตามที่กำหนด

ความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดของจุดบนรูปต้นแบบ (A) พิกัดของจุดบนภาพที่เกิดจากการเลื่อนขนาน (A′) และเวกเตอร์ของการเลื่อนขนาน เป็นดังนี้

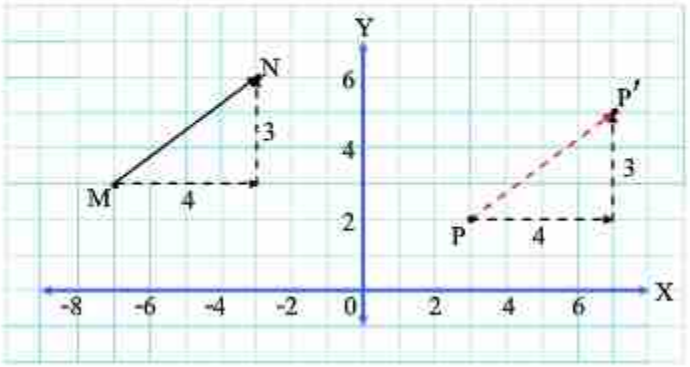
- พิกัด x ของจุด A′ = พิกัด x ของจุด A + ความยาวของเวกเตอร์ตามแนวแกน X (โดยคิดทิศทาง)

- พิกัด y ของจุด A′ = พิกัด y ของจุด A + ความยาวของเวกเตอร์ตามแนวแกน Y (โดยคิดทิศทาง)

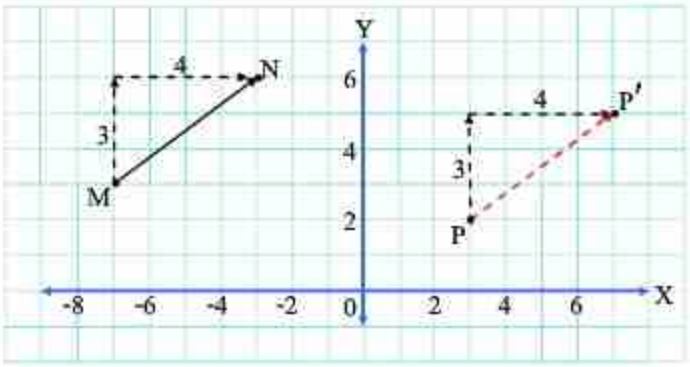
ให้นักเรียนพิจารณาการเลื่อนขนานจุด P ด้วย $\overrightarrow{MN}$ ต่อไปนี้



วิธีที่ 1 เลื่อนจุด P ไปทางขวาตามแนวแกน X 4 หน่วยและเลื่อนขึ้นไปตามแนวแกน Y 3 หน่วย จะได้ตำแหน่งของ P’ ดังรูป



วิธีที่ 2 เลื่อนจุด P ขึ้นไปตามแนวแกน Y 3 หน่วยและเลื่อนไปทางขวาตามแนวแกน X 4 หน่วย จะได้ตำแหน่งของ P’ ดังรูป



กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนความรู้ของนักเรียนเกี่ยวกับเรื่องความหมายและสมบัติของการเลื่อนขนาน โดยถามตอบดังนี้

- การเลื่อนขนานหมายถึงอย่างไร

  (แนวตอบ การเลื่อนขนานเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการเลื่อนจุดทุกจุดไปบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทางเดียวกันและเป็นระยะทางที่เท่ากันตามที่กำหนด)

- สมบัติของการเลื่อนขนานมีอะไรบ้าง

  (แนวตอบ

  1. ภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานมีขนาดและรูปร่างคงเดิมเหมือนกับรูปต้นแบบ

  2. จุดแต่ละจุดบนภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจะห่างจากจุดที่สมนัยกับรูปต้นแบบเป็นระยะทางเท่ากัน และระยะทางห่างนั้นเท่ากับระยะทางที่กำหนดให้เลื่อนขนานรูปต้นแบบ

  3. สามารถเลื่อนรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจะเท่ากันทุกประการ

  4. ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของส่วนของเส้นตรงนั้นจะขนานกัน)

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

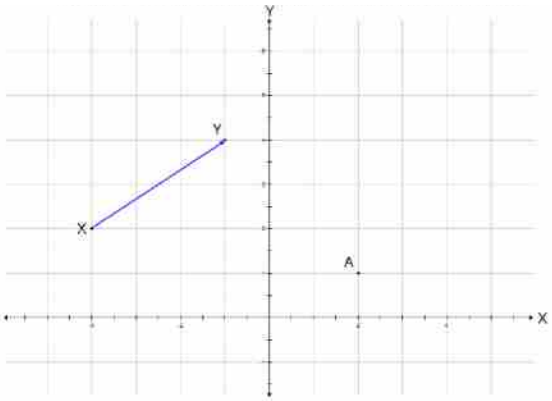
2.1 ครูติดแผ่นตารางที่แสดงระบบพิกัดฉากแกน X แกน Y บนกระดาน

2.2 ครูอธิบายการเลื่อนขนานบนระนาบในระบบพิกัดฉากว่า จุดต่าง ๆ สามารถแทนได้ด้วย (x, y) โดย คือ x ระยะห่างจากแกน Y และ y คือ ระยะห่างจากแกน X ทำให้การเลื่อนขนานบนระนาบพิกัดฉาก

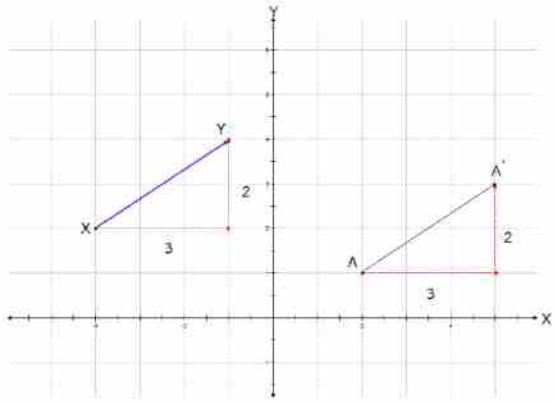
แบ่งออกเป็นการเคลื่อนที่สองส่วน คือ การเคลื่อนที่ในแนวนอน (แกน X) และการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง (แกน Y)

2.3 ครูยกตัวอย่างการเลื่อนขนานบนระนาบบนระบบพิกัดฉากของรูปเรขาคณิต ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดจุด A(2,1) เป็นรูปต้นแบบ จงหาพิกัดของจุด A′ ด้วยเวกเตอร์ XY

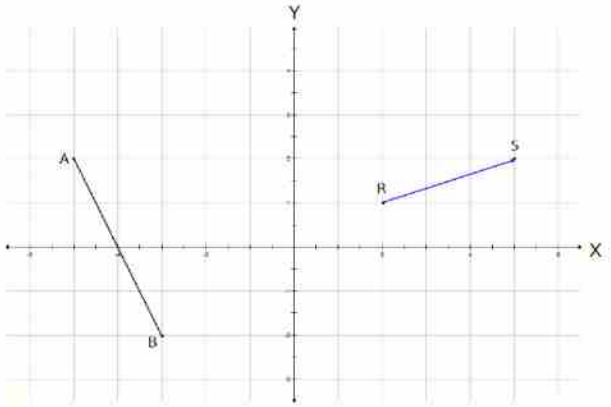


วิธีทำ เลื่อนจุด A ไปทางขวาตามแนวแกน X 3 หน่วย และเลื่อนขึ้นไปตามแนวแกน Y 2 หน่วย จะได้ตำแหน่งของจุด A′



ดังนั้น พิกัดของจุด A′ คือ (5 , 3)

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดจุด $\overline{AB}$ และ $\overrightarrow{RS}$ จงหาพิกัดของ A′ และ B′ โดยที่ $\overline{A'B'}$ เป็นภาพที่ เกิดจากการเลื่อนขนาน $\overline{AB}$ ด้วยเวกเตอร์ RS



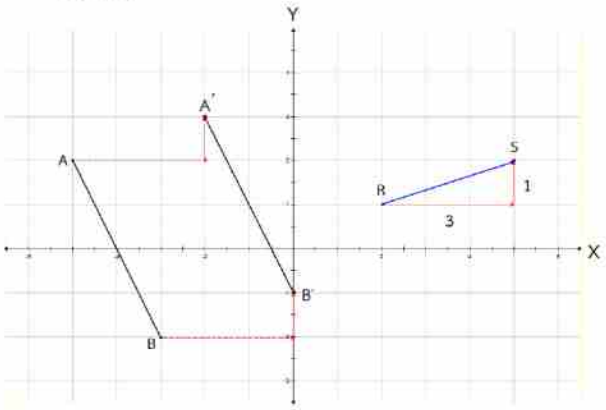
วิธีทำ

1. เนื่องจาก $\overrightarrow{RS}$ มีความยาวตามแนวแกน X 3 หน่วย และมีความยาวตามแนวแกน Y 1 หน่วย

2. ต้องการหาจุด A′ หาได้จากการเลื่อนจุด A ไปทางขวาตามแนวแกน X 3 หน่วย และเลื่อนขึ้นไปตามแนวแกน Y 1 หน่วย จะได้ตำแหน่งของจุด A′

3. ต้องการหาจุด B′ หาได้จากการเลื่อนจุด B ไปทางขวาตามแนวแกน X 3 หน่วย และเลื่อนขึ้นไปตามแนวแกน Y 1 หน่วย จะได้ตำแหน่งของจุด B′

4. ลาก $\overline{A'B'}$



ดังนั้น พิกัดของจุด A′ คือ (-2 , 3) และพิกัดของจุด B′ คือ (0 , -1)

3. ขั้นสรุป

การเลื่อนขนานบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการเลื่อนจุดทุกจุดไปบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะเท่ากันตามที่กำหนด

ความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดของจุดบนรูปต้นแบบ (A) พิกัดของจุดบนภาพที่เกิดจากการเลื่อนขนาน (A′) และเวกเตอร์ของการเลื่อนขนาน เป็นดังนี้

- พิกัด x ของจุด A′ = พิกัด x ของจุด A + ความยาวของเวกเตอร์ตามแนวแกน X (โดยคิดทิศทาง)

- พิกัด y ของจุด A′ = พิกัด y ของจุด A + ความยาวของเวกเตอร์ตามแนวแกน Y (โดยคิดทิศทาง)

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 4.3 การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก

5.ขั้นนำไปใช้

ครูยกตัวอย่างแล้วถามคำถามเกี่ยวกับลำดับของการเลื่อนขนานและให้นักเรียนจดลงสมุดดังนี้

- จงหาพิกัดบนภาพ เมื่อกำหนดพิกัดของจุดต้นแบบและลำดับของการเลื่อน

พิกัดของจุดต้นแบบ	ลำดับของการเลื่อน	พิกัดบนภาพ	ความสัมพันธ์
A(-2, 2)	(4, 2)	A′(2, 4)	-2 + 4 = 2 2 + 2 = 4
B(-1, -1)	(4, 2)	B′(3, 1)	-1 + 4 = 3 -1 + 2 = 1
C(1 ,-1)	(4, 2)	C′(5, 1)	1 + 4 = 5 -1 + 2 = 1

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะที่ 4.3 การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. แผ่นตารางแสดงระบบพิกัดฉาก
2. แบบฝึกทักษะที่ 4.3 การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก
3. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉากได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 4.3 การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก	- แบบฝึกทักษะที่ 4.3 การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การเชื่อมโยง (P3) 2. การให้เหตุผล (P4) 3. การคิดสร้างสรรค์ (P5)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4) 3. ค้นหาลักษณะที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ และประยุกต์ใช้ลักษณะดังกล่าวเพื่อทำความเข้าใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ (A5)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

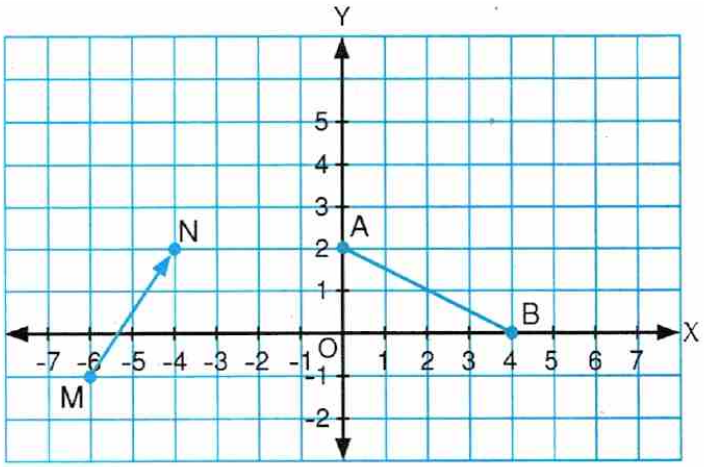
แบบฝึกทักษะที่ 4.3

เรื่อง การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

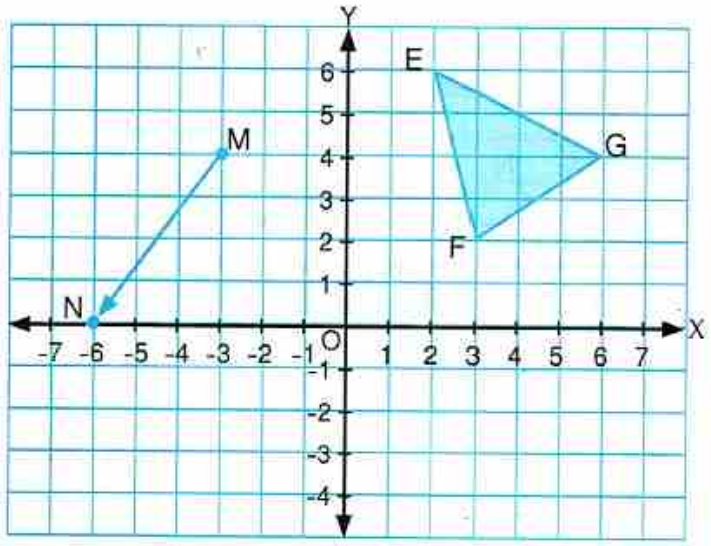
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

1. กำหนดส่วนของเส้นตรง AB ดังรูป ให้สร้างส่วนของเส้นตรง A'B' ที่ได้จากการเลื่อนขนานตาม $\overrightarrow{MN}$ แล้วหาพิกัดของจุด A'และจุด B'



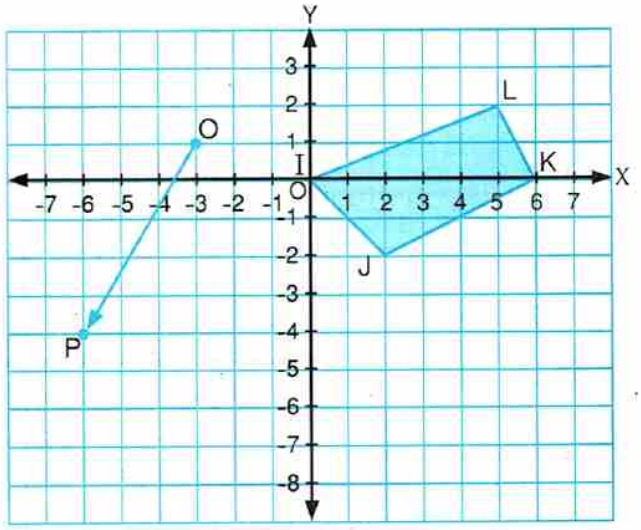
พิกัดบนรูปต้นแบบ	พิกัดบนภาพที่เกิดจากการเลื่อนขนาน
A(....., ...)	A'(....., ...)
B(....., ...)	B'(....., ...)

2. กำหนดรูปสามเหลี่ยม EFG เป็นรูปต้นแบบ สร้างภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูปสามเหลี่ยม EFG ตาม $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดมุมของรูปสามเหลี่ยม



พิกัดบนรูปต้นแบบ	พิกัดบนภาพที่เกิดจากการเลื่อนขนาน
E(....., ...)	E'(....., ...)
F(....., ...)	F'(....., ...)
G(....., ...)	G'(....., ...)

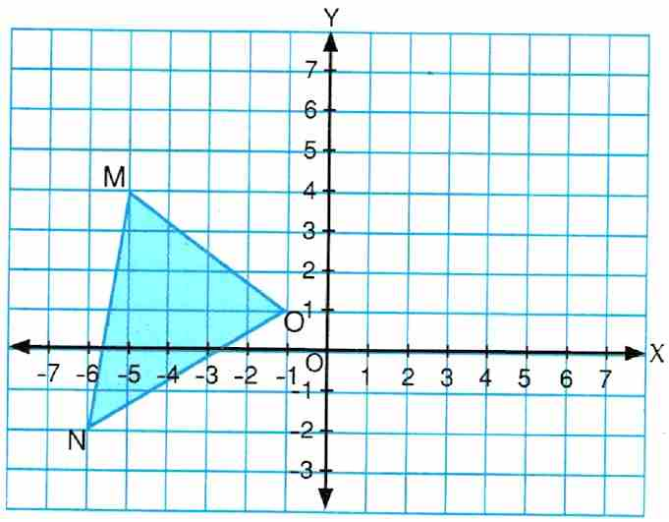
3. รูปสี่เหลี่ยม IJKL เป็นรูปต้นแบบ สร้างภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูปสี่เหลี่ยม ILKJ ตาม $\overrightarrow{OP}$ และหาพิกัดของจุดยอดมุมของรูปสี่เหลี่ยม



พิกัดบนรูปต้นแบบ	พิกัดบนภาพที่เกิดจากการเลื่อนขนาน
I(....., ...)	I'(....., ...)
L(....., ...)	L'(....., ...)
K(....., ...)	K'(....., ...)
J(....., ...)	J'(....., ...)

4. จงหาพิกัดของจุดยอดของรูปและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูปสามเหลี่ยม MNO

รูปสามเหลี่ยม MNO เลื่อนขนานกับแกน X ไปทางขวา 7 หน่วย และขนานกันแกน Y ขึ้นไปด้านบน 3 หน่วย



พิกัดบนรูปต้นแบบ	พิกัดบนภาพที่เกิดจากการเลื่อนขนาน
M(....., ...)	M'(....., ...)
N(....., ...)	N'(....., ...)
O(....., ...)	O'(....., ...)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 34

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต **จำนวน 12 ชั่วโมง**

เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้การเลื่อนขนาน **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/3 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การวิเคราะห์การแปลงทางเรขาคณิตว่าเป็นการแปลงที่เกิดจากการเลื่อนขนานหรือไม่นั้น สามารถพิจารณาได้ตามสมบัติของการเลื่อนขนาน 2 ข้อ ดังนี้

1. สามารถเลื่อนรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทโดยไม่มีการพลิกรูป

2. ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันแต่ละคู่จะขนานกันและยาวเท่ากันทุกเส้น หรือส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของส่วนของเส้นตรงนั้นจะขนานกัน

ถ้าผลของการแปลงไม่สอดคล้องกับสมบัติข้อใดข้อหนึ่งแล้ว การแปลงนั้นไม่เป็นการเลื่อนขนาน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่ารูปคู่ใดแสดงการเลื่อนขนาน

2. ใช้ความรู้เกี่ยวกับการเลื่อนขนานในการแก้ปัญหาได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P1)

2. การเชื่อมโยง (P3)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)

2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)

สาระการเรียนรู้

สมบัติของการเลื่อนขนานมี 2 ข้อ ดังนี้

1. สามารถเลื่อนรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทโดยไม่มีการพลิกรูป

2. ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันแต่ละคู่จะขนานกันและยาวเท่ากันทุกเส้น หรือส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของส่วนของเส้นตรงนั้นจะขนานกัน

กิจกรรมการเรียนรู้

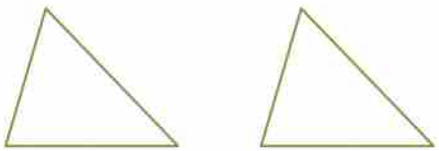
1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนสมบัติของการเลื่อนขนาน ดังนี้

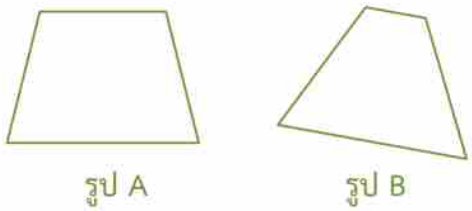
1) รูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานสามารถทับกันได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจะเท่ากันทุกประการ

2) ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของส่วนของเส้นตรงนั้นจะขนานกัน

1.2 ครูให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมสองรูป แล้วให้นักเรียนคิดว่า รูป B เป็นรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A หรือไม่ โดยให้นักเรียนช่วยกันให้เหตุผลประกอบ



1.3 ครูให้นักเรียนพิจารณารูปสี่เหลี่ยมสองรูป แล้วให้นักเรียนคิดว่า รูป A เป็นรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูป B หรือไม่ โดยให้นักเรียนช่วยกันให้เหตุผลประกอบ

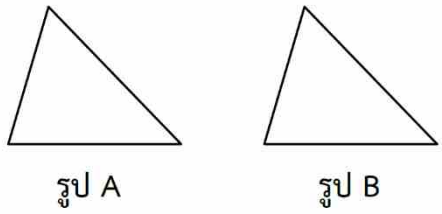


2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

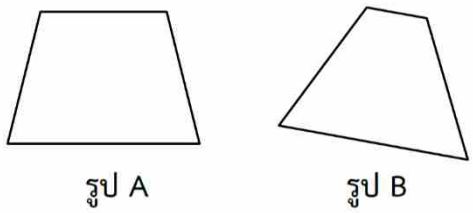
2.1 ครูยกตัวอย่างการพิจารณาและการให้เหตุผล ว่ารูป B เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูป A หรือไม่ จากรูปภาพที่ให้นักเรียนดูข้างต้น

ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาว่ารูป B เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูป A หรือไม่ จงอธิบาย

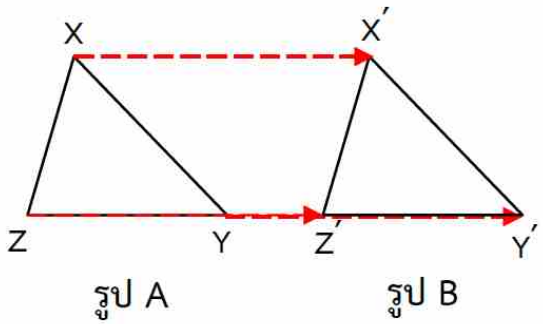
1)



2)



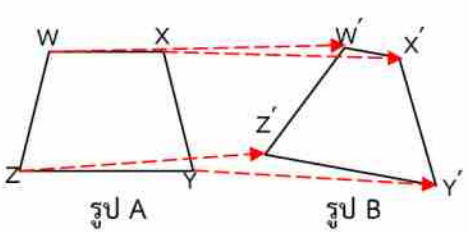
วิธีทำ 1) รูป B เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูป A เพราะว่า



(1) สามารถ $\overrightarrow{AA'}$ เลื่อนรูป A ไปทับรูป B ได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป

(2) ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยแต่ละคู่ขนานกันและยาวเท่ากันทุกเส้น คือ $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ และ $\overline{CC'}$ ขนานกันและยาวเท่ากัน

2) รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูป A เพราะว่า



(1) เมื่อเลื่อนรูป A ไปตาม $\overrightarrow{WW'}$ แล้วไม่สามารถทับกับรูป B ได้สนิท

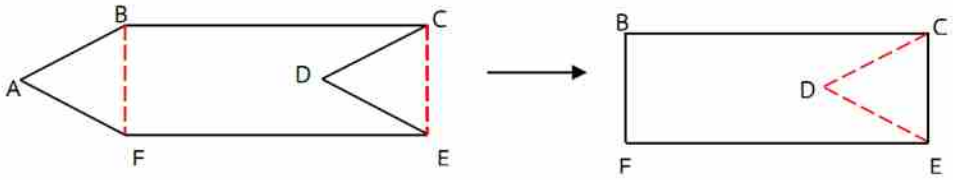
(2) ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยแต่ละคู่ไม่ขนานกันและยาวไม่ เท่ากัน

2.2 ครูแนะนำว่า ถ้าพิจารณาตามสมบัติของการเลื่อนขนานแล้วไม่สอดคล้องกับสมบัติข้อใดข้อหนึ่งแล้ว การแปลงนั้นไม่เป็นการเลื่อนขนาน

2.3 ครูอธิบายต่อว่าเราสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการเลื่อนขนานมาช่วยในการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์ได้ เช่น การหาพื้นที่โดยประมาณของรูปต่าง ๆ ครูยกตัวอย่างโดยครูและนักเรียนร่วมกันแสดงวิธีทำ

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพื้นที่โดยประมาณของรูปที่กำหนดให้เมื่อ $\overline{BC}$ และ $\overline{FE}$ ยาวเท่ากัน

วิธีทำ เลื่อนขนาน ΔABF ด้วย $\overrightarrow{BC}$ จะได้รูปสี่เหลี่ยม BCEF



จากรูปสี่เหลี่ยม BCEF มีความกว้าง 2 เซนติเมตร และความยาว 4 เซนติเมตร
พื้นที่ของสี่เหลี่ยม BCEF = 4 × 2 = 8 ตารางเซนติเมตร

ดังนั้นรูปที่กำหนดให้มีพื้นที่ประมาณ 8 ตารางเซนติเมตร

3. ขั้นสรุป

3.1 ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและช่วยกันสรุปการแก้ปัญหาโดยการเลื่อนขนาน ดังนี้

การวิเคราะห์การแปลงทางเรขาคณิตว่าเป็นการแปลงที่เกิดจากการเลื่อนขนานหรือไม่นั้น สามารถพิจารณาได้ตามสมบัติของการเลื่อนขนาน 2 ข้อ ดังนี้

1. สามารถเลื่อนรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทโดยไม่มีการพลิกรูป

2. ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันแต่ละคู่จะขนานกันและยาวเท่ากันทุกเส้น หรือส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของส่วนของเส้นตรงนั้นจะขนานกัน ถ้าผลของการแปลงไม่สอดคล้องกับสมบัติข้อใดข้อหนึ่งแล้ว การแปลงนั้นไม่เป็นการเลื่อนขนาน

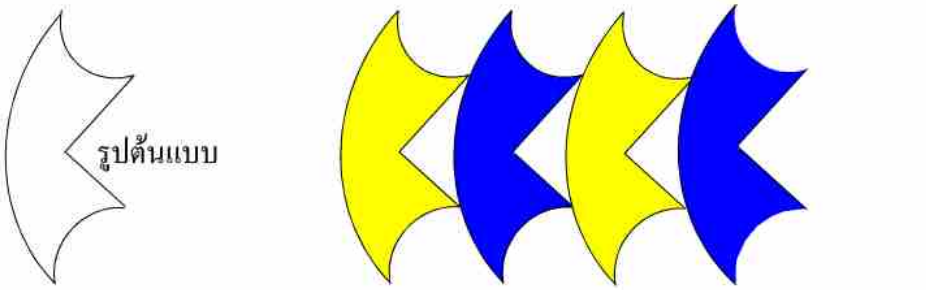
4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 4.4 การแก้ปัญหาโดยใช้การเลื่อนขนาน

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนสร้างรูปต้นแบบบนกระดาษแข็งตามที่นักเรียนต้องการ แล้วนำรูปนั้นไปทำเป็นลวดลาย โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับการเลื่อนขนาน

ตัวอย่าง



6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะที่ 4.4 การแก้ปัญหาโดยใช้การเลื่อนขนาน

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 4.4 การแก้ปัญหาโดยใช้การเลื่อนขนาน
2. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ 1. บอกได้ว่ารูปคู่ใดแสดงการเลื่อนขนาน 2. ใช้ความรู้เกี่ยวกับการเลื่อนขนานในการแก้ปัญหาได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 4.4 การแก้ปัญหาโดยใช้การเลื่อนขนาน	- แบบฝึกทักษะที่ 4.4 การแก้ปัญหาโดยใช้การเลื่อนขนาน	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P1) 2. การเชื่อมโยง (P3)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2) 2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 4.4

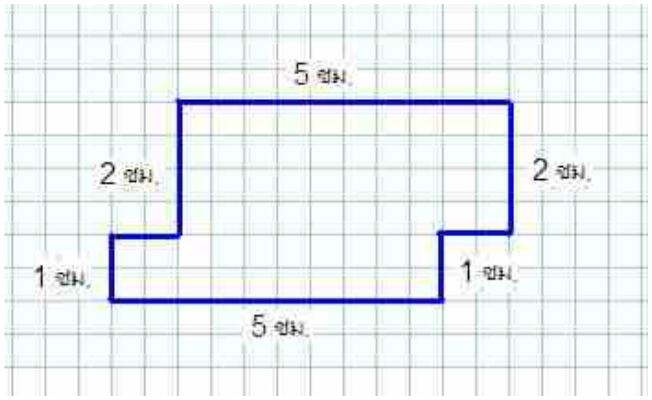
เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้การเลื่อนขนาน

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง จงใช้การเลื่อนขนานหาพื้นที่โดยประมาณ ของรูปที่กำหนดให้

1.



.....

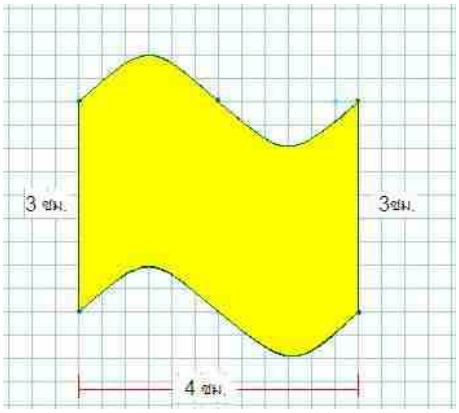
.....

.....

.....

.....

2.



.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 35

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต **จำนวน 12 ชั่วโมง**

เรื่อง ลักษณะของการสะท้อน **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/3 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การแปลงที่จุกทุกจุดของรูปต้นแบบเคลื่อนที่ข้ามเส้นตรงเส้นหนึ่งหรือเรียกว่า เส้นสะท้อน โดยที่เส้นสะท้อนจะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบ กับจุดแต่ละจุดบนภาพที่ได้จากการสะท้อนที่สมนัยกัน เรียกการแปลงในลักษณะเช่นนี้ว่า การสะท้อน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของการสะท้อน และบอกภาพที่เกิดจากการสะท้อนได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

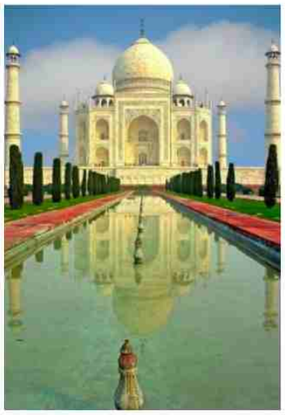
1. การเชื่อมโยง (P3)
2. การให้เหตุผล (P4)
3. การคิดสร้างสรรค์ (P5)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)
3. ค้นหาลักษณะที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ และประยุกต์ใช้ลักษณะดังกล่าวเพื่อทำความเข้าใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ (A5)

สาระการเรียนรู้

ตัวอย่างการสะท้อนในชีวิตประจำวัน



การสะท้อนเงาใต้น้ำ

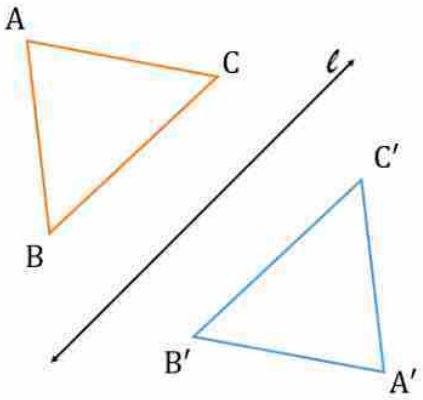
เงาสะท้อนจากกระจก

การสะท้อนกลับทั้งหมดของเต่าทะเล

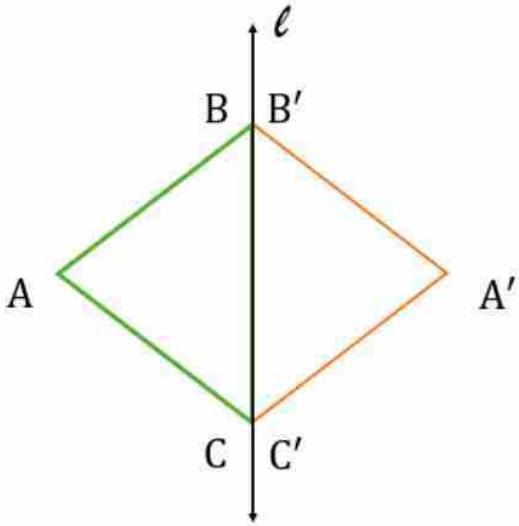
การสะท้อนบนระนาบ เป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่เส้นตรงเที่ตรึงเส้นหนึ่งเป็นเส้นสะท้อน แต่ละจุด P บนระนาบมีจุด P' เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนจุด P โดยที่

1. ถ้าจุด P ไม่อยู่บนเส้นตรง l แล้วเส้นตรง l จะแบ่งครึ่งตั้งฉากกับ $\overline{PP'}$
2. ถ้าจุด Pอยู่บนเส้นตรง l แล้วจุด P และจุด P' เป็นจุดเดียวกัน

กรณีที่ 1 ทุกจุดบนรูปต้นแบบไม่อยู่บนเส้นตรง l



กรณีที่ 2 มีบางจุดบนรูปต้นแบบอยู่บนเส้นตรง l



กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูกล่าวทักทายกับนักเรียนจากนั้นครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเกี่ยวกับการการแปลงเพื่อใช้ในการศึกษาเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตที่กำลังจะศึกษาดังนี้

- การแปลงทางเรขาคณิตหมายถึงอย่างไร

  (แนวตอบ การแปลงทางเรขาคณิตเป็นการดำเนินการเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตซึ่งทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงจากตำแหน่งหนึ่งไปยังอีกตำแหน่งหนึ่ง โดยอาจมีการเปลี่ยนแปลงขนาดและรูปร่าง)

- รูปเรขาคณิตก่อนการแปลงและหลังการแปลงเป็นอย่างไร

  (แนวตอบ รูปต้นแบบ และ ภาพที่ได้จากการแปลง)

- การเลื่อนขนานหมายถึงอย่างไร

  (แนวตอบ การเลื่อนขนานเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการเลื่อนจุดทุกจุดไปบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทางเดียวกันและเป็นระยะทางที่เท่ากันตามที่กำหนด)

- สมบัติของการเลื่อนขนานมีอะไรบ้าง

  (แนวตอบ

  1. ภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานมีขนาดและรูปร่างคงเดิมเหมือนกับรูปต้นแบบ

  2. จุดแต่ละจุดบนภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน จะห่างจากจุดที่สมนัยกับรูปต้นแบบเป็นระยะทางเท่ากัน และระยะทางห่างนั้นเท่ากับระยะทางที่กำหนดให้เลื่อนขนานรูปต้นแบบ

3. สามารถเลื่อนรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูปหรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจะเท่ากันทุกประการ

4. ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของส่วนของเส้นตรงนั้นจะขนานกัน)

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูถามคำถามนักเรียนเกี่ยวกับการสะท้อนที่พบเห็นในชีวิตประจำวันนั้นมีอะไรบ้าง

(แนวตอบ การส่องกระจก ภาพเงาสะท้อนในน้ำ ฯลฯ)

2.2 ครูถามคำถามนักเรียนว่า “ภาพที่ได้จากการส่องกระจกหรือภาพที่ได้จากการสะท้อนของน้ำมีลักษณะอย่างไรและเหมือนหรือแตกต่างจากเดิมหรือไม่”

(แนวตอบ มีลักษณะเหมือนเดิม)

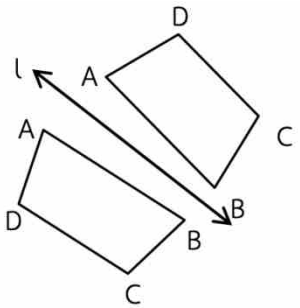
2.3 นักเรียนศึกษาความรู้ข้อมูล บทนิยาม เพื่อทำความเข้าใจเกี่ยวกับการสะท้อนในหนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.) หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การแปลงทางเรขาคณิต

2.4 นักเรียนร่วมกันสรุปความหมายของการสะท้อน ดังนี้

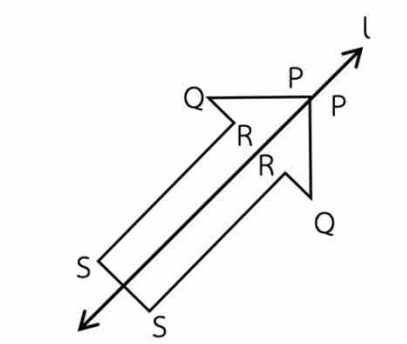
- “การสะท้อนเป็นการแปลงที่มีการจับคู่แต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนภาพที่เกิดจากการสะท้อน โดยจุดแต่ละคู่ที่สมนัยกันจะมีระยะห่างจากเส้นของการสะท้อนเป็นระยะทางเท่ากัน”

2.5 ครูยกตัวอย่างเกี่ยวกับการสะท้อน ว่าการสะท้อนจะมีในกรณีจุดบนรูปต้นแบบไม่อยู่บนเส้นสะท้อนกับมีจุดบางจุดอยู่บนเส้นสะท้อน ดังนี้

- **กรณีที่ 1** ทุกจุดบนรูปต้นแบบไม่อยู่บนเส้นตรง l

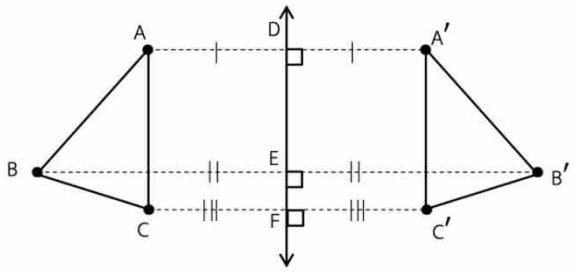


- **กรณีที่ 2** มีบางจุดบนรูปต้นแบบอยู่บนเส้นตรง l



2.6 ครูยกตัวอย่างเกี่ยวกับการสะท้อน โดยสร้างขึ้นจากการใช้โปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP) เพื่อดูภาพที่เกิดจากการสะท้อนด้วยเส้นสะท้อน ดังนี้

- กำหนด ΔABC เป็นรูปต้นแบบเมื่อสะท้อน ΔABCด้วยเส้นสะท้อน m และได้ $\Delta A'B'C'$เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน



- จะได้ $\Delta A'B'C'$เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนของ ΔABC ข้ามเส้นสะท้อน m ดังนี้

  1. $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$และ$\overline{CC'}$ ขนานกันแต่ยาวไม่เท่ากัน

  2. $\overline{AB}$และ $\overline{A'B'}$, $\overline{BC}$และ $\overline{B'C'}$, $\overline{AC}$และ $\overline{A'C'}$ไม่ขนานกันแสดงว่าด้านแต่ละด้านของรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการสะท้อนของด้านนั้นไม่จำเป็นต้องขนานกัน

  3. $\overline{AB}$= $\overline{A'B'}$, $\overline{BC}$= $\overline{B'C'}$, $\overline{AC}$= $\overline{A'C'}$

  4. เมื่อเลื่อน ΔABC ไปทับ $\Delta A'B'C'$รูปทั้งสองทับไม่สนิทแต่ถ้าลองพลิก ΔABC แล้วนำไปทับ $\Delta A'B'C'$ จะทับได้สนิท

3. ขั้นสรุป

3.1 นักเรียนสรุปสมบัติของการสะท้อนดังนี้

- สามารถเคลื่อนรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการสะท้อนได้สนิทโดยต้องพลิกรูปหรือกล่าวได้ว่ารูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการสะท้อนเท่ากันทุกประการ

- เส้นสะท้อนจะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับแต่ละจุดบนภาพที่สมนัยกัน นั้นคือ ระยะห่างระหว่างจุดบนรูปต้นแบบกับเส้นสะท้อนจะเท่ากับระยะห่างระหว่างจุดบนภาพที่ได้จากการสะท้อน
- ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดบนรูปต้นแบบกับจุดที่สมนัยกันบนภาพที่ได้จากการสะท้อนต้องขนานกัน แต่ไม่จำเป็นต้องยาวเท่ากัน
- ด้านคู่ที่สมนัยกันระหว่างรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการสะท้อน ไม่จำเป็นต้องขนานกัน

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 4.5 ลักษณะของการสะท้อน

5.ขั้นนำไปใช้

ครูสร้างสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการสะท้อนบนระนาบต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน และให้นักเรียนแข่งขันตอบคำถาม แล้วให้คะแนนสำหรับคนที่ตอบคำถามได้

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะที่ 4.5 ลักษณะของการสะท้อน

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 4.5 ลักษณะของการสะท้อน
2. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)
3. โปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถบอกความหมายของการสะท้อน และบอกภาพที่เกิดจากการสะท้อนได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 4.5 ลักษณะของการสะท้อน	- แบบฝึกทักษะที่ 4.5 ลักษณะของการสะท้อน	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การเชื่อมโยง (P3) 2. การให้เหตุผล (P4) 3. การคิดสร้างสรรค์ (P5)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4) 3. ค้นหาลักษณะที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ และประยุกต์ใช้ลักษณะดังกล่าวเพื่อทำความเข้าใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ (A5)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 4.4

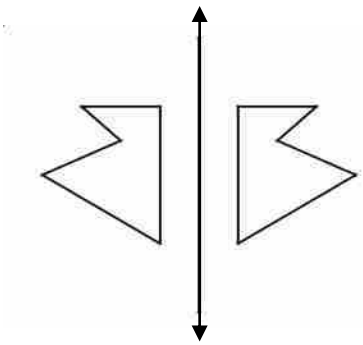
เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้การเลื่อนขนาน

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

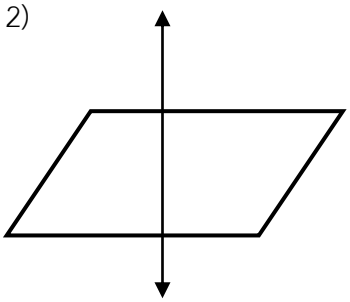
คำชี้แจง ให้นักเรียนสังเกตรูปที่กำหนดให้ว่าในแต่ละข้อเกิดจากการสะท้อนหรือไม่

1)



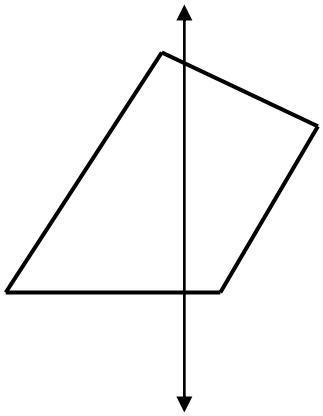
.....

2)



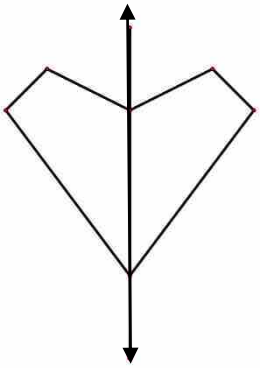
.....

3)



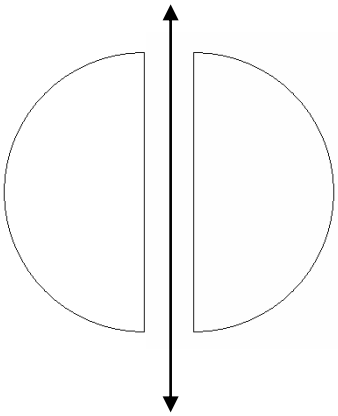
.....

4)



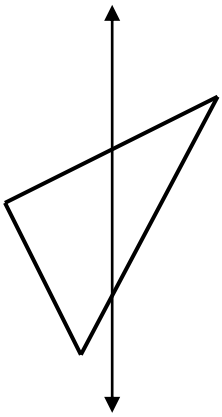
.....

5)



.....

6)



.....

แบบฝึกทักษะที่ 4.4

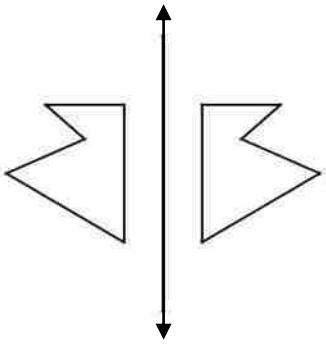
เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้การเลื่อนขนาน

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนสังเกตรูปที่กำหนดให้ว่าในแต่ละข้อเกิดจากการสะท้อนหรือไม่

1)

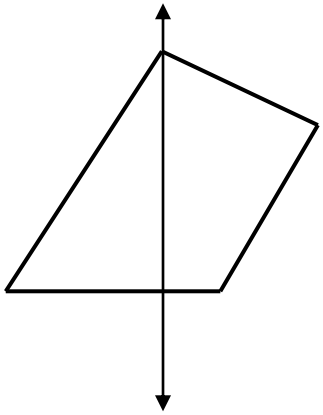


เกิดจากการสะท้อน

2)

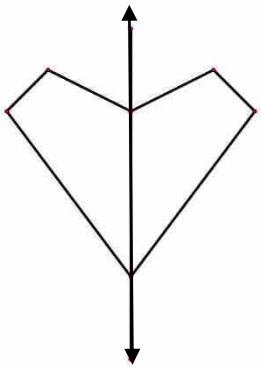
ไม่เกิดจากการสะท้อน

3)



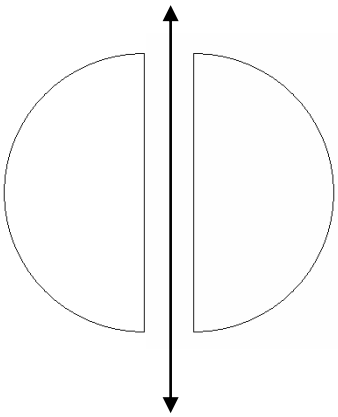
ไม่เกิดจากการสะท้อน

4)



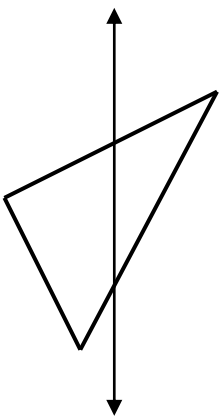
เกิดจากการสะท้อน

5)



เกิดจากการสะท้อน

6)



ไม่เกิดจากการสะท้อน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 36

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต **จำนวน 12 ชั่วโมง**

เรื่อง ลักษณะของภาพที่เกิดจากการสะท้อน **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/3 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การวาดภาพที่เกิดจากการสะท้อนทำได้โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับลักษณะของการสะท้อนและ การจับคู่ระหว่าง จุดสองจุดใด ๆ ซึ่งเป็นจุดที่สมนัยกัน คือ จุดบนรูปต้นแบบ กับจุดบนภาพที่ได้จาก การสะท้อนโดยมีเส้นตรงเส้นหนึ่งเรียกว่าเส้นสะท้อนซึ่งแบ่งครึ่งและตั้งฉากส่วนของเส้นตรงที่มีจุด คู่ที่สมนัยกันเป็นจุดปลาย

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. อธิบายลักษณะของการสะท้อนได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

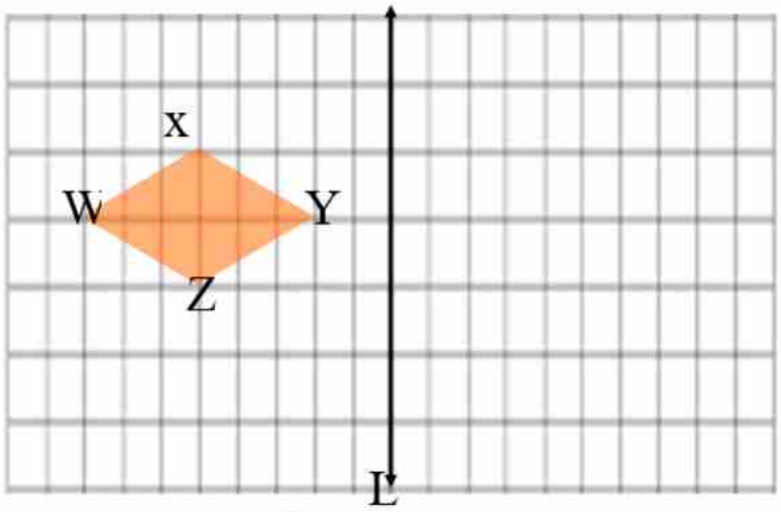
1. การเชื่อมโยง (P3)
2. การให้เหตุผล (P4)
3. การคิดสร้างสรรค์ (P5)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

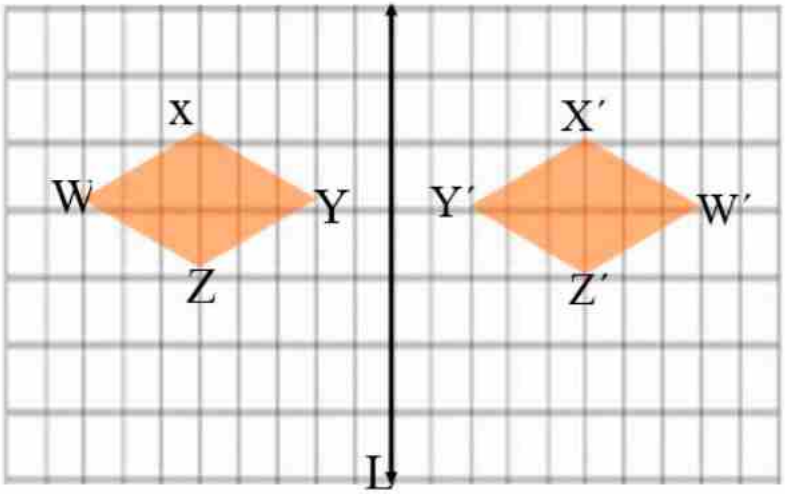
1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)
3. ค้นหาลักษณะที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ และประยุกต์ใช้ลักษณะดังกล่าวเพื่อทำความเข้าใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ (A5)

สาระการเรียนรู้

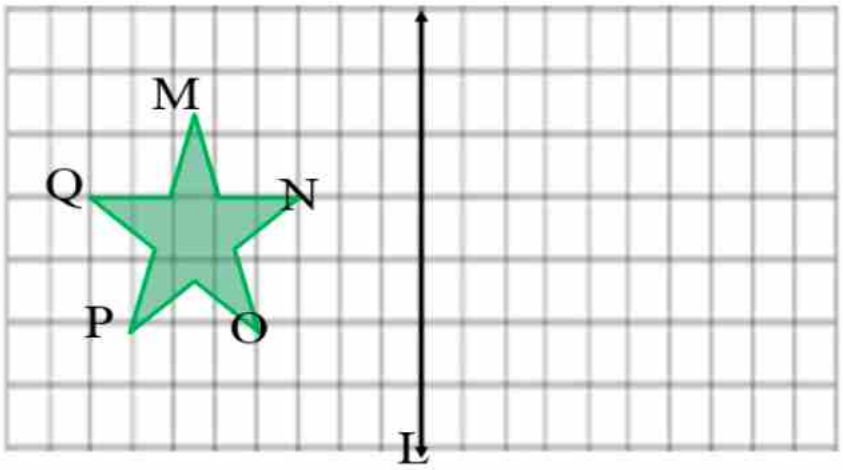
ตัวอย่างที่ 1 จากรูป ให้วาดภาพที่เกิดจากการสะท้อน



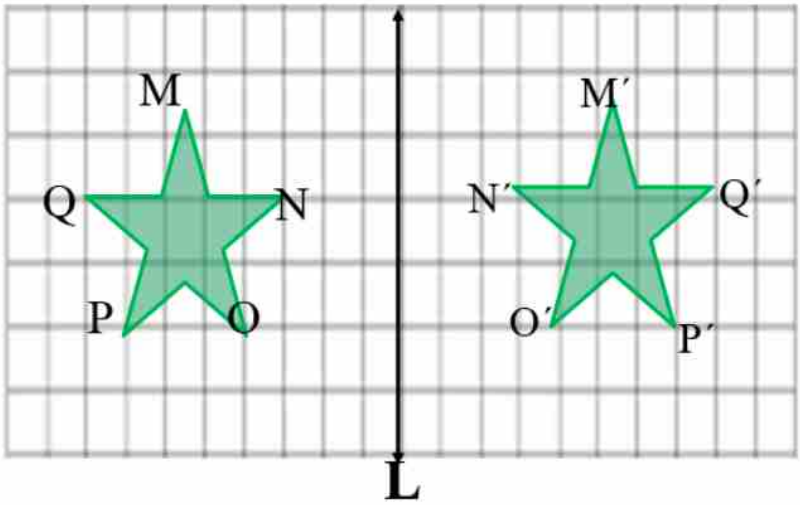
วิธีทำ จะได้ภาพที่เกิดจากการสะท้อนดังนี้



ตัวอย่างที่ 2 จากรูป ให้วาดภาพที่เกิดจากการสะท้อน



วิธีทำ จะได้ภาพที่เกิดจากการสะท้อนดังนี้



กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนความรู้ของนักเรียนเกี่ยวกับเรื่องความหมายและสมบัติของการสะท้อน โดยถามตอบดังนี้

- การสะท้อนมีความหมายอย่างไร

  (แนวตอบ การสะท้อนเป็นการแปลงที่มีการจับคู่แต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนภาพที่เกิดจากการสะท้อนโดยจุดแต่ละคู่ที่สมนัยกันจะมีระยะห่างจากเส้นของการสะท้อนเป็นระยะทางเท่ากัน)

- สมบัติของการสะท้อนมีอะไรบ้าง

  (แนวตอบ

  1.สามารถเคลื่อนรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการสะท้อนได้สนิทโดยต้องพลิกรูปหรือกล่าวได้ว่ารูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการสะท้อนเท่ากันทุกประการ

  2.เส้นสะท้อนจะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับแต่ละจุดบนภาพที่สมนัยกัน นั้นคือ ระยะห่างระหว่างจุดบนรูปต้นแบบกับเส้นสะท้อนจะเท่ากับระยะห่างระหว่างจุดบนภาพที่ได้จากการสะท้อน

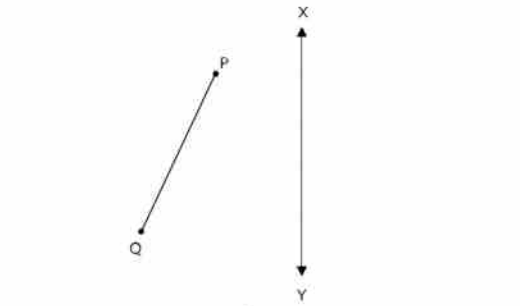
  3. ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดบนรูปต้นแบบกับจุดที่สมนัยกันบนภาพที่ได้จากการสะท้อนต้องขนานกันแต่ไม่จำเป็นต้องยาวเท่ากัน

  4. ด้านคู่ที่สมนัยกันระหว่างรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการสะท้อนไม่จำเป็นต้องขนานกัน)

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูยกตัวอย่างการสะท้อนบนระนาบของรูปเรขาคณิต ดังนี้

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> กำหนดส่วนของเส้นตรง PQ เป็นรูปต้นแบบ และมีเส้นตรง XY เป็นเส้นสะท้อน จงหาภาพที่ได้จากการสะท้อนส่วนของเส้นตรง PQ

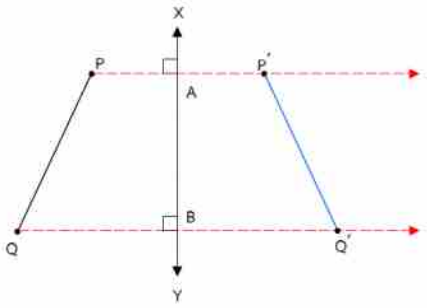


<u>วิธีทำ</u>

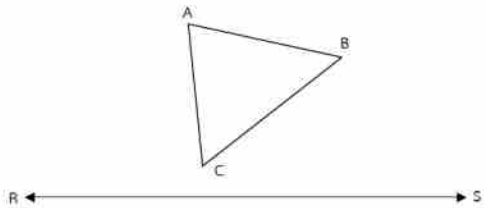
1) ลาก $\overrightarrow{PA}$ และ $\overrightarrow{QB}$ ตั้งฉากกับ $\overleftrightarrow{XY}$ ที่จุด A และ B ตามลำดับ

2) หาจุด P′ และ Q′ บน $\overrightarrow{PA}$ และ $\overrightarrow{QB}$ ตามลำดับ โดยให้ PA = AP′ และ QB = BQ′

3) ลาก $\overline{P'Q'}$



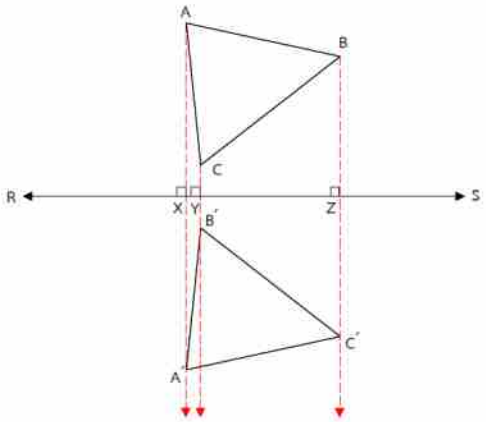
<u>ตัวอย่างที่ 2</u> กำหนด ΔABC เป็นรูปต้นแบบ และมีเส้นตรง RS เป็นเส้นสะท้อน จงหาภาพที่ ได้จากการสะท้อน ΔABC



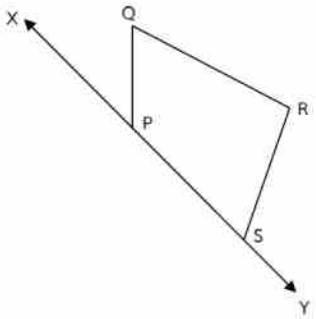
<u>วิธีทำ</u> 1) ลาก $\overrightarrow{AX}$, $\overrightarrow{BY}$ และ $\overrightarrow{CZ}$ ตั้งฉากกับ $\overleftrightarrow{RS}$ ที่จุด X , Y และ Z ตามลำดับ

2) หาจุด A′ , B’ และ C′ บน $\overrightarrow{AX}$, $\overrightarrow{BY}$ และ $\overrightarrow{CZ}$ ตามลำดับ โดยให้ AX = XA′ , BY = YB′ และ CZ = ZC’

3) ลาก $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$ และ $\overline{C'A'}$



<u>ตัวอย่างที่ 3</u> กำหนดรูปสี่เหลี่ยม PQRS เป็นรูปต้นแบบ และมีเส้นตรง AB เป็นเส้นสะท้อน จงหาภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปสี่เหลี่ยม PQRS

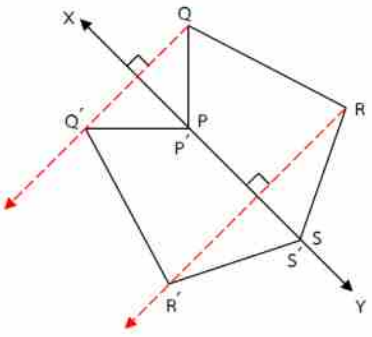


<u>วิธีทำ</u> 1) จากรูปจุด P และจุด P′ เป็นจุดเดียวกัน และจุด S และจุด S′เป็นจุดเดียวกัน

1) ลาก $\overrightarrow{QX}$ และ $\overrightarrow{RY}$ ตั้งฉากกับ $\overleftrightarrow{AB}$ ที่จุด X และ Y ตามลำดับ

2) หาจุด Q′ และ R′ บน $\overrightarrow{QX}$ และ $\overrightarrow{RY}$ ตามลำดับ โดยให้ QX = XQ′ และ RY = YR′

3) ลาก $\overline{P'Q'}$, $\overline{Q'R'}$, $\overline{R'S'}$ และ $\overline{S'P'}$



3. ขั้นสรุป

ให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย เพื่อสามารถสรุปเรื่องการสะท้อนได้ดังนี้

การสะท้อนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีเส้นตรง l เป็นเส้นสะท้อน แต่ละจุด P บนระนาบจะมีจุด P′ เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนจุด P โดยที่

1) ถ้าจุด P ไม่อยู่บนเส้นตรง l แล้วเส้นตรง l จะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ PP′

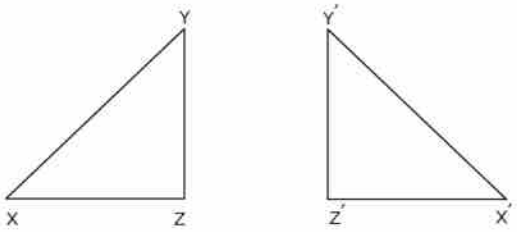
2) ถ้าจุด P อยู่บนเส้นตรง l แล้วจุด P และจุด P′ เป็นจุดเดียวกัน

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 4.6 ลักษณะของภาพที่เกิดจากการสะท้อน

5.ขั้นนำไปใช้

กำหนดให้ $\Delta X'Y'Z'$ เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน ΔXYZ จงหาเส้นสะท้อน

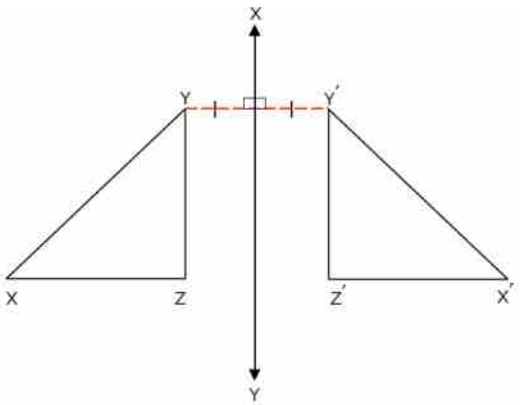


(แนวตอบ

วิธีทำ ลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันคู่ใดคู่หนึ่งของ ΔXYZ กับ $\Delta X'Y'Z'$ แล้วสร้างเส้นตรงให้แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงนั้น เส้นตรง นั้นจะเป็น เส้นสะท้อน

เช่น ลาก $\overline{YY'}$ แล้วสร้าง $\overleftrightarrow{XY}$ แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{YY'}$

จะได้ $\overleftrightarrow{XY}$ เป็นเส้นสะท้อน



)

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะที่ 4.6 ลักษณะของภาพที่เกิดจากการสะท้อน

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 4.6 ลักษณะของภาพที่เกิดจากการสะท้อน
2. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะของการสะท้อนได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่4.6 ลักษณะของภาพที่เกิดจากการสะท้อน	- แบบฝึกทักษะที่ 4.6 ลักษณะของภาพที่เกิดจากการสะท้อน	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การเชื่อมโยง (P3) 2. การให้เหตุผล (P4) 3. การคิดสร้างสรรค์ (P5)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4) 3. ค้นหาลักษณะที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ และประยุกต์ใช้ลักษณะดังกล่าวเพื่อทำความเข้าใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ (A5)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

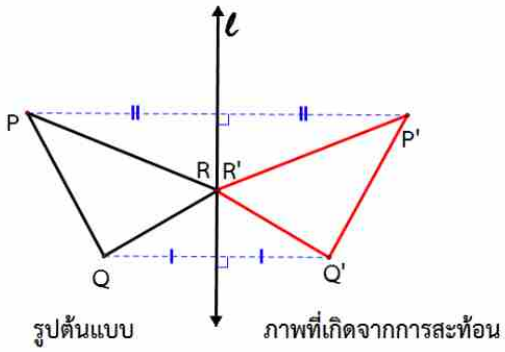
แบบฝึกทักษะที่ 4.6

เรื่อง ลักษณะของภาพที่เกิดจากการสะท้อน

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

1. ภาพต่อไปนี้เกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบ โดยมีเส้นตรง ℓ เป็นเส้นสะท้อน



1.1 เส้นตรง ℓ เป็นเส้นสะท้อน

1.2 รูปต้นแบบคือ ΔPQR ภาพที่เกิดจากการสะท้อนคือ Δ.....

1.3 หากนำรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการสะท้อนมาทับกัน จะ ☐ ทับกันได้สนิทโดยไม่พลิกรูป

☐ ทับกันได้สนิทแต่ต้องพลิกรูป

☐ ทับกันไม่สนิท

1.4 จุด P ไม่อยู่บนเส้นตรง ℓ แล้วเส้นตรง ℓ จะแบ่งครึ่งและตั้งฉาก $\overline{PP'}$

จุด Q ไม่อยู่บนเส้นตรง ℓ แล้วเส้นตรง ℓ จะแบ่งครึ่งและตั้งฉาก $\overline{QQ'}$

จุด R อยู่บนเส้นตรง ℓ แล้วจุด R และจุด R'เป็นจุดเดียวกัน

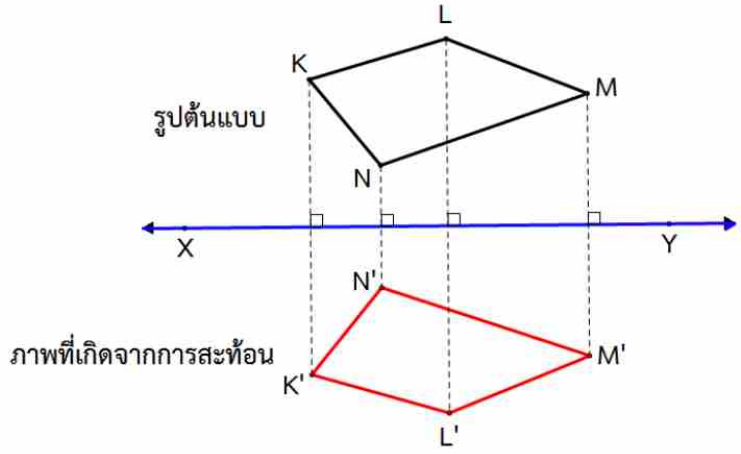
1.5 มี $\overline{PQ}$ กับ $\overline{P'Q'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน ยาวเท่ากัน แต่ไม่ขนานกัน

มี $\overline{PR}$ กับ ..... เป็นด้านที่สมนัยกัน .....

และ มี ..... กับ ..... เป็น.....

1.6 $\overline{PP'}$ ขนานกับ $\overline{QQ'}$ แต่ยาวไม่เท่ากัน

2. ภาพต่อไปนี้เกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบ โดยมีเส้นตรง XY เป็นเส้นสะท้อน



2.1 เส้นตรง ..... เป็นเส้นสะท้อน

2.2 รูปต้นแบบคือ ..... ภาพที่เกิดจากการสะท้อนคือ .....

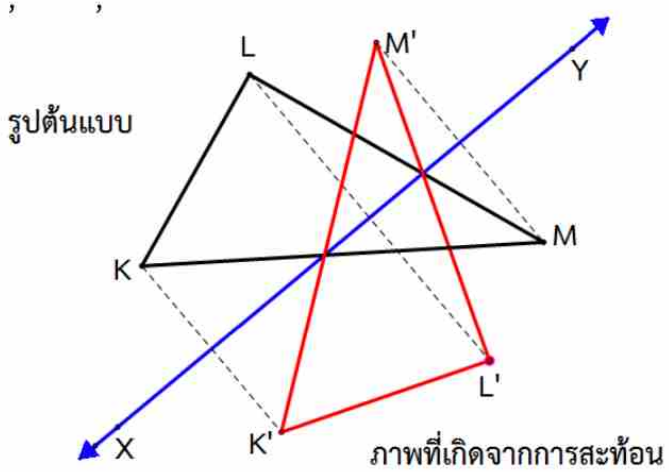
2.3 หากนำรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการสะท้อนมาทับกัน จะ ☐ ทับกันได้สนิทโดยไม่พลิกรูป
☐ ทับกันได้สนิทแต่ต้องพลิกรูป
☐ ทับกันไม่สนิท

2.4 จุด K ไม่อยู่บนเส้นตรง XY แล้วเส้นตรง XY จะแบ่งครึ่งและตั้งฉาก .....
จุด ..... ไม่อยู่บนเส้นตรง ..... แล้วเส้นตรง ..... จะแบ่งครึ่งและตั้งฉาก .....
จุด ..... ไม่อยู่บนเส้นตรง ..... แล้วเส้นตรง ..... จะแบ่งครึ่งและตั้งฉาก .....
จุด ..... ไม่อยู่บนเส้นตรง ..... แล้วเส้นตรง ..... จะแบ่งครึ่งและตั้งฉาก .....

2.5 มี $\overline{KL}$ กับ ..... เป็นด้านที่สมนัยกัน ยาวเท่ากัน แต่ไม่ขนานกัน
มี .....กับ ..... เป็นด้านที่สมนัยกัน .....
มี .....กับ ..... เป็นด้านที่สมนัยกัน .....
และ มี ..... กับ ..... เป็น.....

2.6 $\overline{KK'}$, $\overline{NN'}$, $\overline{LL'}$, $\overline{MM'}$ จะ..... แต่ยาวไม่เท่ากัน

3. ภาพต่อไปนี้เกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบ โดยมีเส้นตรง XY เป็นเส้นสะท้อน



3.1 เส้นตรง ..... เป็นเส้นสะท้อน

3.2 รูปต้นแบบคือ ..... ภาพที่เกิดจากการสะท้อนคือ .....

3.3 หากนำรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการสะท้อนมาทับกัน จะ ☐ ทับกันได้สนิทโดยไม่พลิกรูป
☐ ทับกันได้สนิทแต่ต้องพลิกรูป
☐ ทับกันไม่สนิท

3.4 จุด ..... ไม่อยู่บนเส้นตรง XY แล้วเส้นตรง XY จะแบ่งครึ่งและตั้งฉาก .....
จุด ..... ไม่อยู่บนเส้นตรง ..... แล้วเส้นตรง ..... จะแบ่งครึ่งและตั้งฉาก .....
จุด ..... ไม่อยู่บนเส้นตรง ..... แล้วเส้นตรง ..... จะแบ่งครึ่งและตั้งฉาก .....

3.5 มี .....ับ ..... เป็นด้านที่สมนัยกัน ยาวเท่ากัน แต่ไม่ขนานกัน
มี .....ับ ..... เป็นด้านที่สมนัยกัน .....
และ มี..... กับ ..... เป็น.....

3.6 ....., ..., ...จะ..... แต่.....

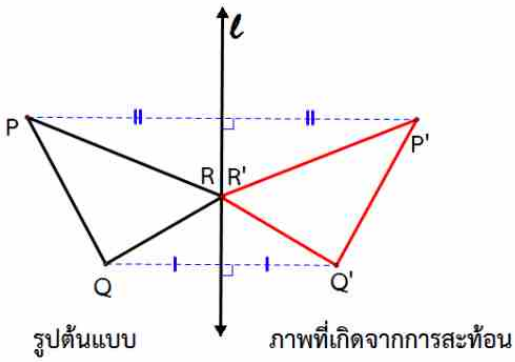
เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 4.6

เรื่อง ลักษณะของภาพที่เกิดจากการสะท้อน

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

1. ภาพต่อไปนี้เกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบ โดยมีเส้นตรง ℓ เป็นเส้นสะท้อน



1.1 เส้นตรง ℓ เป็นเส้นสะท้อน

1.2 รูปต้นแบบคือ ΔPQR ภาพที่เกิดจากการสะท้อนคือ $\Delta P'Q'R'$

1.3 หากนำรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการสะท้อนมาทับกัน จะ
- ☐ ทับกันได้สนิทโดยไม่พลิกรูป
- ☑ ทับกันได้สนิทแต่ต้องพลิกรูป
- ☐ ทับกันไม่สนิท

1.4 จุด P ไม่อยู่บนเส้นตรง ℓ แล้วเส้นตรง ℓ จะแบ่งครึ่งและตั้งฉาก $\overline{PP'}$

จุด Q ไม่อยู่บนเส้นตรง ℓ แล้วเส้นตรง ℓ จะแบ่งครึ่งและตั้งฉาก $\overline{QQ'}$

จุด R อยู่บนเส้นตรง ℓ แล้วจุด R และจุด R' เป็นจุดเดียวกัน

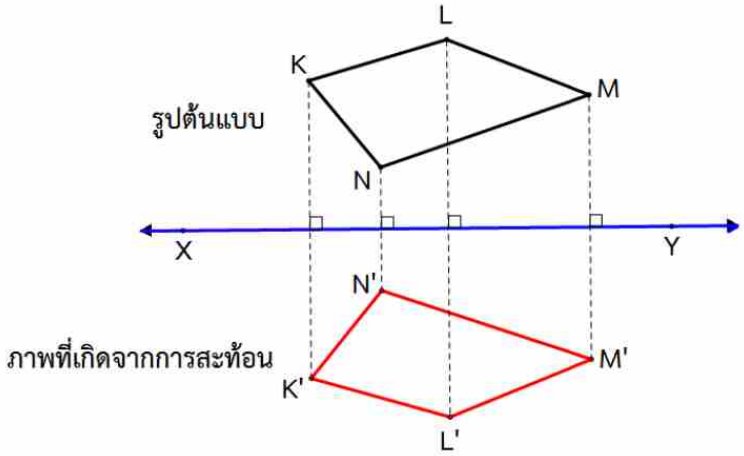
1.5 มี $\overline{PQ}$ กับ $\overline{P'Q'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน ยาวเท่ากัน แต่ไม่ขนานกัน

มี $\overline{PR}$ กับ $\overline{P'R'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน ยาวเท่ากัน แต่ไม่ขนานกัน

และ มี $\overline{QR}$ กับ $\overline{Q'R'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน ยาวเท่ากัน แต่ไม่ขนานกัน

1.6 $\overline{PP'}$ ขนานกับ $\overline{QQ'}$ แต่ยาวไม่เท่ากัน

2. ภาพต่อไปนี้เกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบ โดยมีเส้นตรง XY เป็นเส้นสะท้อน



2.1 เส้นตรง XY เป็นเส้นสะท้อน

2.2 รูปต้นแบบคือ $\square KLMN$ ภาพที่เกิดจากการสะท้อนคือ $\square K'L'M'N'$

2.3 หากนำรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการสะท้อนมาทับกัน จะ ☐ ทับกันได้สนิทโดยไม่พลิกรูป

☑ ทับกันได้สนิทแต่ต้องพลิกรูป

☐ ทับกันไม่สนิท

2.4 จุด K ไม่อยู่บนเส้นตรง XY แล้วเส้นตรง XY จะแบ่งครึ่งและตั้งฉาก $\overline{KK'}$

จุด L ไม่อยู่บนเส้นตรง XY แล้วเส้นตรง XY จะแบ่งครึ่งและตั้งฉาก $\overline{LL'}$

จุด M ไม่อยู่บนเส้นตรง XY แล้วเส้นตรง XY จะแบ่งครึ่งและตั้งฉาก $\overline{MM'}$

จุด N ไม่อยู่บนเส้นตรง XY แล้วเส้นตรง XY จะแบ่งครึ่งและตั้งฉาก $\overline{NN'}$

2.5 มี $\overline{KL}$ กับ $\overline{K'L'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน ยาวเท่ากัน แต่ไม่ขนานกัน

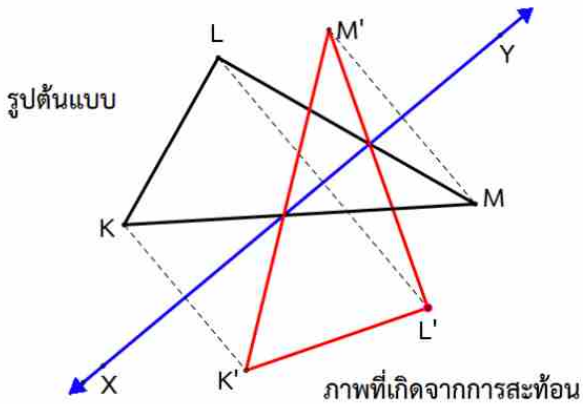
มี $\overline{LM}$ กับ $\overline{L'M'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน ยาวเท่ากัน แต่ไม่ขนานกัน

มี $\overline{MN}$ กับ $\overline{M'N'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน ยาวเท่ากัน แต่ไม่ขนานกัน

และ มี $\overline{KN}$ กับ $\overline{K'N'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน ยาวเท่ากัน แต่ไม่ขนานกัน

2.6 $\overline{KK'}$, $\overline{NN'}$, $\overline{LL'}$, $\overline{MM'}$ จะขนานกัน แต่ยาวไม่เท่ากัน

3. ภาพต่อไปนี้เกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบ โดยมีเส้นตรง XY เป็นเส้นสะท้อน



3.1 เส้นตรง XY เป็นเส้นสะท้อน

3.2 รูปต้นแบบคือ ΔKLM ภาพที่เกิดจากการสะท้อนคือ $\Delta K'L'M'$

3.3 หากนำรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการสะท้อนมาทับกัน จะ ☐ ทับกันได้สนิทโดยไม่พลิกรูป

☑ ทับกันได้สนิทแต่ต้องพลิกรูป

☐ ทับกันไม่สนิท

3.4 จุด K ไม่อยู่บนเส้นตรง XY แล้วเส้นตรง XY จะแบ่งครึ่งและตั้งฉาก $\overline{KK'}$

จุด L ไม่อยู่บนเส้นตรง XY แล้วเส้นตรง XY จะแบ่งครึ่งและตั้งฉาก $\overline{LL'}$

จุด M ไม่อยู่บนเส้นตรง XY แล้วเส้นตรง XY จะแบ่งครึ่งและตั้งฉาก $\overline{MM'}$

3.5 มี $\overline{KL}$ กับ $\overline{K'L'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน ยาวเท่ากัน แต่ไม่ขนานกัน

มี $\overline{LM}$ กับ $\overline{L'M'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน ยาวเท่ากัน แต่ไม่ขนานกัน

และ มี $\overline{KM}$ กับ $\overline{K'M'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน ยาวเท่ากัน แต่ไม่ขนานกัน

3.6 $\overline{KK'}$, $\overline{LL'}$, $\overline{MM'}$ จะขนานกัน แต่ยาวไม่เท่ากัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 37

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต **จำนวน 12 ชั่วโมง**

เรื่อง การสะท้อนบนระบบพิกัดฉาก **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/3 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การสะท้อนรูปเรขาคณิตบนระนาบในระบบพิกัดฉากทำได้โดย ใช้ความรู้เกี่ยวกับเรื่องการ วาดภาพที่เกิดจากการสะท้อน บนระนาบในระบบพิกัดฉากถ้าภาพที่ได้จากการสะท้อนซึ่งจุดแต่ละคู่ที่ สมนัยกันจะมีพิกัดที่หนึ่งเป็นจำนวนตรงข้ามกันบนแกน Y และห่างจากแกน Y เป็นระยะทางที่เท่ากัน และจะมีพิกัดที่สองเป็นจำนวนเดียวกัน เพราะอยู่ข้างเดียวกันของแกน X และห่างจากแกน X เป็น ระยะทางที่เท่ากัน ถ้าเส้นสะท้อนไม่ขนานกับแกน X และไม่ขนานกับแกน Y แต่เป็นเส้นในแนวทแยง ให้ลากเส้นตรงผ่านจุดที่กำหนดให้และตั้งฉากกับเส้นสะท้อนภาพของจุดที่กำหนดให้จะอยู่บนเส้นตั้ง ฉากที่สร้างขึ้น และอยู่ห่างจากเส้นสะท้อนเป็นระยะเท่ากันกับจุดที่กำหนดให้ เมื่อได้ภาพของจุดนั้น แล้วจึงหาพิกัด

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. บอกพิกัดของภาพที่ได้จากการสะท้อนของรูปต้นแบบที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การเชื่อมโยง (P3)
2. การให้เหตุผล (P4)
3. การคิดสร้างสรรค์ (P5)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

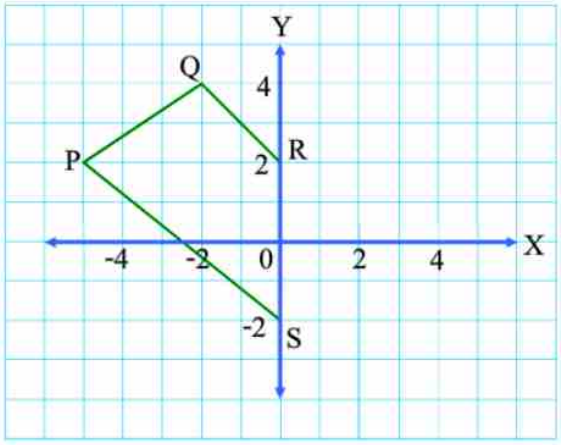
1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

3. ค้นหาลักษณะที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ และประยุกต์ใช้ลักษณะดังกล่าวเพื่อทำความเข้าใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ (A5)

สาระการเรียนรู้

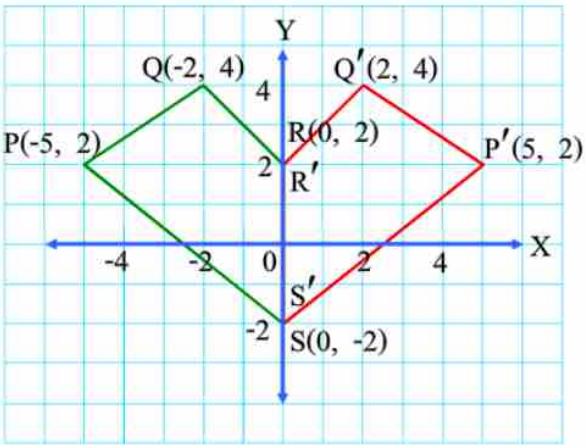
ตัวอย่างที่ 1 กำหนด $\square$PQRS และให้แกน Y เป็นเส้นสะท้อนจงหา

1. พิกัดของจุด P', Q', R' และ S' ซึ่งเป็นการสะท้อนจุด P, Q, R และ S
2. $\square$P'Q'R'S' ซึ่งเป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน $\square$PQRS



แนวคิด จากรูปจุด R และจุด S อยู่บนแกน Y ที่เป็นเส้นสะท้อน จะได้จุด R' เป็นจุดเดียวกันกับจุด R และจุด S' เป็นจุดเดียวกันกับจุด S

สำหรับจุด P และจุด Q จะมีจุด P' และจุด Q' เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนซึ่ง จุดแต่ละคู่ที่สมนัยกันจะมีพิกัดที่หนึ่งเป็นจำนวนตรงข้ามกัน เพราะอยู่คนละข้างของแกน Y เป็นระยะที่เท่ากัน และจะมีพิกัดที่สองเป็นจำนวนเดียวกัน เพราะอยู่ห่างจากแกน X เป็นระยะที่เท่ากัน



จากแนวคิด ทำได้ดังนี้

1. หาพิกัดของจุด P', Q', R' และ S' ได้ดังนี้

1) จากรูป จุด R มีพิกัดเป็น (0, 2) และจุด S มีพิกัดเป็น (0, -2) เนื่องจากจุด R และจุด R' เป็นจุดเดียวกัน ดังนั้นจุด R' เป็นจุดเดียวกัน ดังนั้นจุด R' จึงมีพิกัดเป็น (0, 2) และเนื่องจากจุด S และจุด S' เป็นจุดเดียวกัน ดังนั้นจุด S จึงมีพิกัดเป็น (0, -2)

2) จากรูป จุด P มีพิกัดเป็น (-5, 2) และจุด Q มีพิกัดเป็น (-2, 4) จะได้จุด P' มีพิกัดเป็น (5, 2) และจุด Q'

2. ลาก $\overline{RQ'}$, $\overline{Q'P'}$, $\overline{P'S}$ จะได้ $\square$PQRS ด้วยเส้นสะท้อนแกน Y

กิจกรรมการเรียนรู้

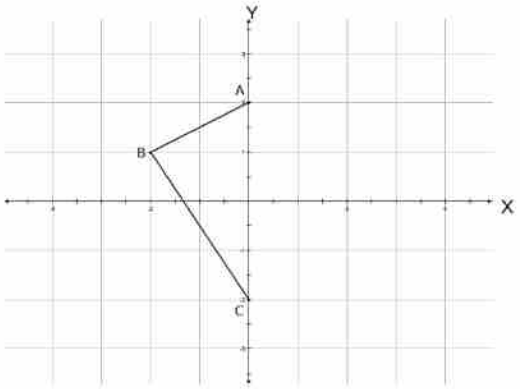
1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูให้นักเรียนทบทวนการสะท้อนที่ได้เรียนมาในคาบที่แล้ว พร้อมบอกนักเรียนว่า ในคาบนี้จะเรียนเรื่องการสะท้อนเช่นเดิม แต่จะเป็นการสะท้อนที่มีระบบพิกัดฉากเข้ามาเกี่ยวข้อง

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูยกตัวอย่างการสะท้อนบนระนาบบนระบบพิกัดฉากของรูปเรขาคณิต ดังนี้

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> กำหนด ΔABC และให้แกน Y เป็นแกนสะท้อน จงหาภาพที่ได้จากการสะท้อน ΔABC และพิกัดของจุด A′ , B′ และ C′

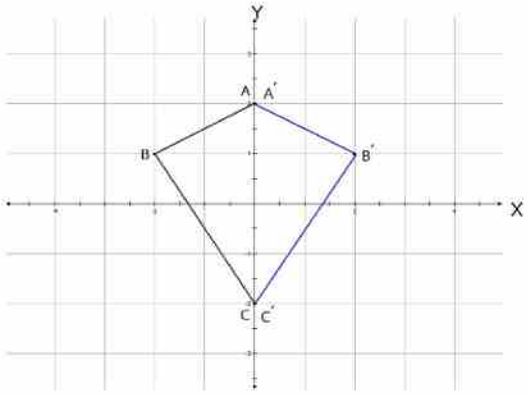


<u>วิธีทำ</u> 1) จากรูป จุด A มีพิกัดเป็น (0 , 2) ได้ว่าจุด A′ มีพิกัดเป็น (0 , 2)

จุด B มีพิกัดเป็น (-2 , 1) ได้ว่าจุด B′ มีพิกัดเป็น (2 , 1)

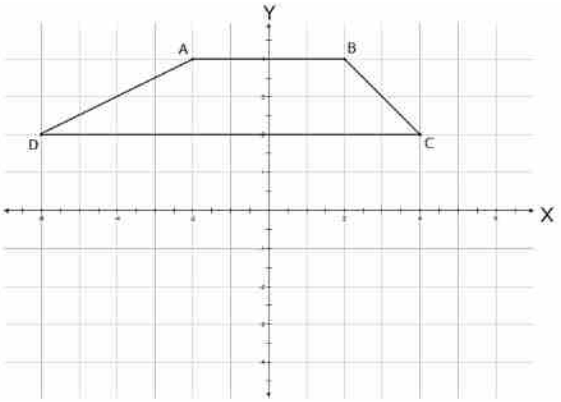
จุด C มีพิกัดเป็น (0 , -2) ได้ว่าจุด C′ มีพิกัดเป็น (0 , -2)

2) ลาก $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$ และ $\overline{C'A'}$



ดังนั้น พิกัดของจุด A′ คือ (0 , 2) , พิกัดของจุด B′ คือ (2 , 1) และพิกัดของจุด C′ คือ (0 , -2)

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดรูปสี่เหลี่ยม ABCD และให้แกน X เป็นแกนสะท้อน จงหาภาพที่ได้จาก การสะท้อนรูปสี่เหลี่ยม ABCD และพิกัดของจุด A′ , B′ , C′ และ D′



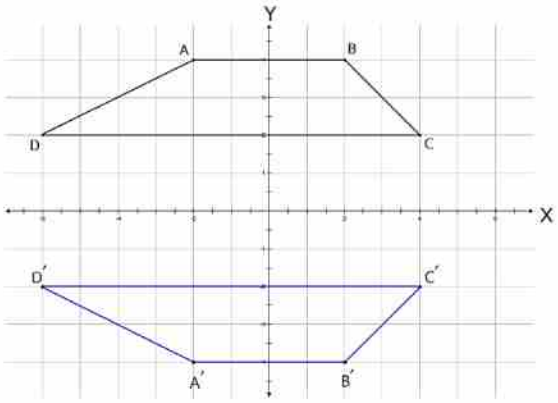
วิธีทำ 1) จากรูป จุด A มีพิกัดเป็น (-2 , 4) ได้ว่าจุด A′ มีพิกัดเป็น (-2 , -4)

จุด B มีพิกัดเป็น (2 , 4) ได้ว่าจุด B′ มีพิกัดเป็น (2 , -4)

จุด C มีพิกัดเป็น (4 , 2) ได้ว่าจุด C′ มีพิกัดเป็น (4 , -2)

จุด D มีพิกัดเป็น (-6 , 2) ได้ว่าจุด D′ มีพิกัดเป็น (-6 , -2)

2) ลาก $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$, $\overline{C'D'}$ และ $\overline{D'A'}$



ดังนั้น พิกัดของจุด A′ คือ (-2 , -4) , พิกัดของจุด B′ คือ (2 , -4)

พิกัดของจุด C′ คือ (4 , -2) และพิกัดของจุด D′ คือ (-6 , -2)

2.2 ครูให้นักเรียนสังเกตคำตอบที่ได้จากตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 โดยจากตัวอย่างที่ 1 ให้นักเรียนสังเกตว่าเมื่อแกน Y เป็นแกนสะท้อน พิกัดของรูปต้นแบบกับรูปที่เกิดจากการสะท้อนนั้นมีพิกัดที่เปลี่ยนแปลงไปอย่างไร และในทำนองเดียวกันให้นักเรียนสังเกตตัวอย่างที่ 2 ว่าเมื่อแกน X เป็นแกนสะท้อน พิกัดของรูปต้นแบบกับรูปที่เกิดจากการสะท้อนนั้นมีพิกัดที่เปลี่ยนแปลงไปอย่างไร โดยให้นักเรียนบันทึกพิกัดลงในตาราง

จากตัวอย่างที่ 1 บันทึกพิกัดได้ ดังนี้

พิกัดบนรูปต้นแบบ	พิกัดบนภาพที่เกิดจากการสะท้อน
A(0 , 2)	
B(-2 , 1)	
C(0 , -2)	

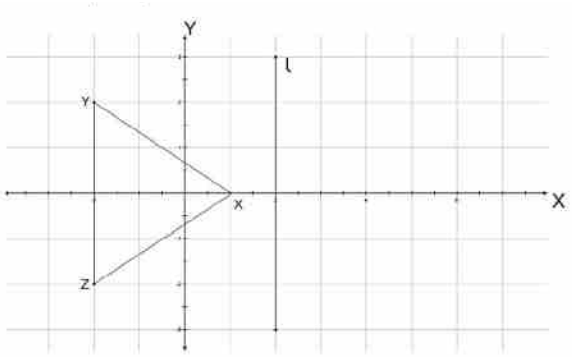
จากตัวอย่างที่ 2 บันทึกพิกัดได้ ดังนี้

พิกัดบนรูปต้นแบบ	พิกัดบนภาพที่เกิดจากการสะท้อน
A(-2 , 4)	
B(2 , 4)	
C(4 , 2)	
D(-6 , 2)	

2.3 ในกรณีที่เส้นสะท้อนเป็นเส้นตรงที่ไม่ใช่แกน X หรือแกน Y จะสามารถหาพิกัดของภาพที่เกิดจากการสะท้อน โดยพิจารณาดังนี้

กรณีที่ 1 ถ้าเส้นสะท้อนขนานกับแกน X หรือขนานกับแกน Y ให้นับช่องตารางหาระยะระหว่างจุดที่กำหนดให้กับเส้นสะท้อน ซึ่งภาพที่เกิดจากการสะท้อนนั้นจะอยู่ห่างจากเส้นสะท้อนเป็นระยะที่เท่ากันกับระยะที่นับได้ เมื่อได้ภาพของจุดนั้นแล้วจึงหาพิกัด

<u>ตัวอย่างที่ 3</u> กำหนด ΔXYZ และให้เส้นตรง l เป็นเส้นสะท้อนที่ขนานแกน Y และอยู่ห่าง จากแกน Y ไปทางขวา 2 หน่วย จงหาภาพที่ได้จากการสะท้อน และพิกัดของ จุด X′ , Y′ และ Z′

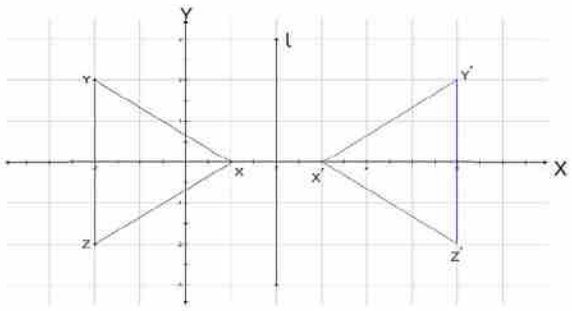


วิธีทำ 1) จากรูป จุด X มีพิกัดเป็น (1 , 0) ได้ว่าจุด X′ มีพิกัดเป็น (3 , 0)

จุด Y มีพิกัดเป็น (-2 , 2) ได้ว่าจุด B′ มีพิกัดเป็น (6 , 2)

จุด Z มีพิกัดเป็น (-2 , -1) ได้ว่าจุด C′ มีพิกัดเป็น (6 , -2)

2) ลาก $\overline{X'Y'}$, $\overline{Y'Z'}$, และ $\overline{Z'X'}$



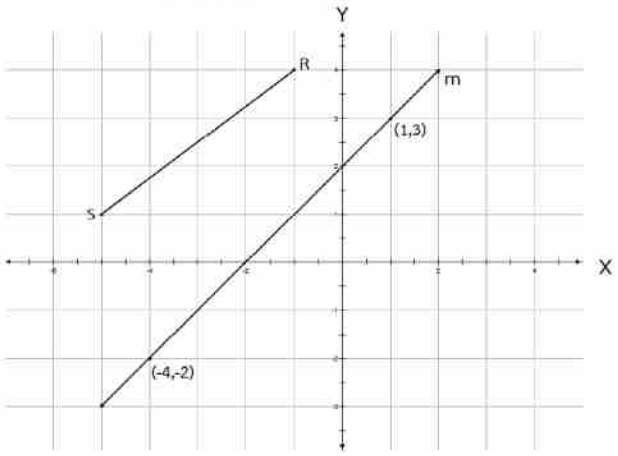
ดังนั้น พิกัดของจุด X′ คือ (3, 0) , พิกัดของจุด Y′ คือ (6 , 2)

และ พิกัดของจุด Z′ คือ (6 , -2)

2.4 จากที่อธิบายไว้ว่า ถ้าหากเส้นสะท้อนเป็นเส้นตรงที่ไม่ใช่แกน X หรือแกน Y จะสามารถหาพิกัดของภาพที่เกิดจากการสะท้อน ได้อีกหนึ่งกรณี คือ

กรณีที่ 2 ถ้าเส้นสะท้อนไม่ขนานกับแกน X หรือไม่ขนานกับแกน Y แต่เป็นเส้นในแนวทแยง ให้ลากเส้นตรงผ่านจุดที่กำหนดให้ โดยตั้งฉากกับเส้นสะท้อน ภาพของจุดที่เกิดจากการสะท้อนจะอยู่บนเส้นตั้งฉากที่สร้างขึ้น และจะอยู่ห่างจากเส้นสะท้อนเป็นระยะเท่ากันกับที่จุดที่กำหนดให้อยู่ห่างจากเส้นสะท้อน เมื่อได้ภาพของจุดที่เกิดจากการสะท้อนแล้วจึงหาพิกัด

<u>ตัวอย่างที่ 4</u> กำหนดให้ส่วนของเส้นตรง RS เป็นรูปต้นแบบ และมีเส้นตรง m ที่ผ่านจุด (-4 , -2) และ (1 , 3) เป็นเส้นสะท้อน จงหาภาพที่ได้จากการสะท้อนและพิกัด ของจุด R′ และ S′



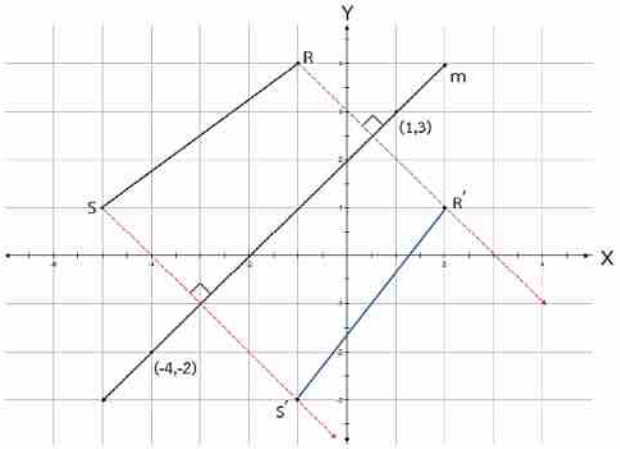
วิธีทำ 1) ลาก $\overrightarrow{RA}$ และ $\overrightarrow{SB}$ ตั้งฉากกับเส้นสะท้อน m ที่จุด A และ B ตามลำดับ

2) หาจุด R′ และ S′ บน $\overrightarrow{RA}$ และ $\overrightarrow{SB}$ ตามลำดับ โดยให้ RA = AR′ และ SB = BS′

จากจุด R มีพิกัด (-1,4) จะได้จุด R′ มีพิกัดเป็น (2,1)

จากจุด S มีพิกัด (-5,1) จะได้จุด S′ มีพิกัดเป็น (-1,-3)

3) ลาก $\overline{R'S'}$



3. ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปว่า ความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดของจุดบนรูปต้นแบบ (A) พิกัดของจุดบนภาพที่เกิดจากการสะท้อน (A′) เป็นดังนี้

1) เมื่อสะท้อนด้วยแกน Y

ให้จุด A มีพิกัด (x , y) จะได้พิกัดของ A′ ที่เกิดจากการสะท้อนของจุด A โดยมีแกน Y เป็นเส้นสะท้อน เป็น (-x , y)

2) เมื่อสะท้อนด้วยแกน X

ให้จุด A มีพิกัด (x , y) จะได้พิกัดของ A′ ที่เกิดจากการสะท้อนของจุด A โดยมีแกน X เป็นเส้นสะท้อน เป็น (x , -y)

ในกรณีที่เส้นสะท้อนเป็นเส้นตรงที่ไม่ใช่แกน X หรือแกน Y จะสามารถหาพิกัดของภาพที่เกิดจากการสะท้อน โดยพิจารณาดังนี้

กรณีที่ 1 ถ้าเส้นสะท้อนขนานกับแกน X หรือขนานกับแกน Y ให้นับช่องตารางหาระยะระหว่างจุดที่กำหนดให้กับเส้นสะท้อน ซึ่งภาพที่เกิดจากการสะท้อนนั้นจะอยู่ห่างจากเส้นสะท้อนเป็นระยะที่เท่ากันกับระยะที่นับได้ เมื่อได้ภาพของจุดนั้นแล้วจึงหาพิกัด

กรณีที่ 2 ถ้าเส้นสะท้อนไม่ขนานกับแกน X หรือไม่ขนานกับแกน Y แต่เป็นเส้นในแนวทแยง ให้ลากเส้นตรงผ่านจุดที่กำหนดให้ โดยตั้งฉากกับเส้นสะท้อน ภาพของจุดที่เกิดจากการสะท้อนจะอยู่บนเส้นตั้งฉากที่สร้างขึ้น และจะอยู่ห่างจากเส้นสะท้อนเป็นระยะเท่ากันกับที่จุดที่กำหนดให้อยู่ห่างจากเส้นสะท้อน เมื่อได้ภาพของจุดที่เกิดจากการสะท้อนแล้วจึงหาพิกัด

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 4.7 การสะท้อนบนระบบพิกัดฉาก

5.ขั้นนำไปใช้

เขียนพิกัดเดิม ค่าพิกัดที่เกิดจากเส้นสะท้อนกับแกน X และขนานกับแกน Y หรือพิกัดใหม่ของจุดที่เกิดจากการสะท้อน

1) การสะท้อนของจุด

ข้อ	พิกัดเดิม	เส้นสะท้อน	พิกัดใหม่
(1)	K(0, 4)	แกน X	K’(0, -(4)) = K’(0, -4)
(2)	G(-1, -3)	แกน X	.....
(3)	O(-5, 8)	แกน.....	O’(-5, - (8)) = O’(-5, -8)
(4)	N(7, -2)	แกน Y	.....
(5)	C	แกน Y	C’(-(-6), 0) = C’(6, 0)

2) การสะท้อนของรูปต้นแบบ

ข้อ	พิกัดเดิมของจุดปลาย	เส้นสะท้อน	พิกัดใหม่
(1)	P (0, 5) Q (6, -5) R (8, -3)	แกน X	P’ (0, - (5)) = P’ (0, -5) Q’ (6, - (-5)) = Q’ (6, -5) R’ (8, - (-3)) = R’ (6, 0)
(2)	M (-3, 2) N (2, -3) M (3, 1)	แกน X	....
(3)	S..... T..... U..... V.....	แกน Y	S’ (-1, 4) T’ (4, 2) U’ (1, -2) V’ (-4, -1)
(4)	A (-6, -2) B (-7, -6) C (-3, -7) D (1, -1)	แกน.....	A’ (6, -2) B’ (7, -6) C’ (3, -7) D’ (-1, -1)

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะที่ 4.7 การสะท้อนบนระบบพิกัดฉาก

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 4.7 การสะท้อนบนระบบพิกัดฉาก
2. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถบอกพิกัดของภาพที่ได้จากการสะท้อนของรูปต้นแบบที่กำหนดให้ได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 4.7 การสะท้อนบนระบบพิกัดฉาก	- แบบฝึกทักษะที่ 4.7 การสะท้อนบนระบบพิกัดฉาก	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การเชื่อมโยง (P3) 2. การให้เหตุผล (P4) 3. การคิดสร้างสรรค์ (P5)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4) 3. ค้นหาลักษณะที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ และประยุกต์ใช้ลักษณะดังกล่าวเพื่อทำความเข้าใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ (A5)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 4.7

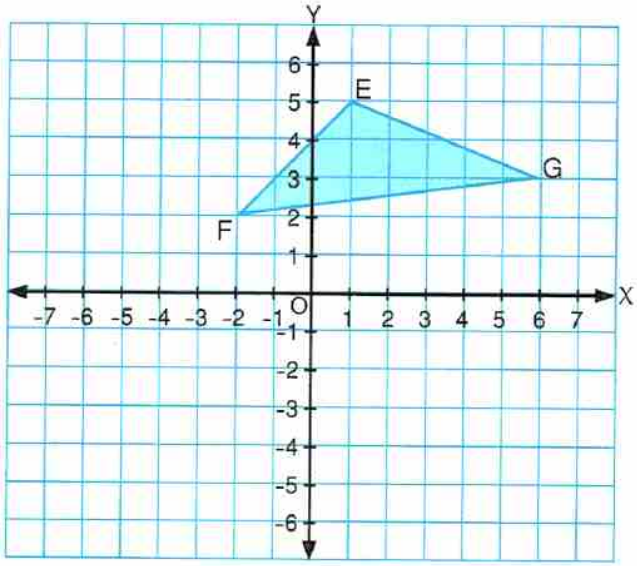
เรื่อง การสะท้อนบนระบบพิกัดฉาก

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

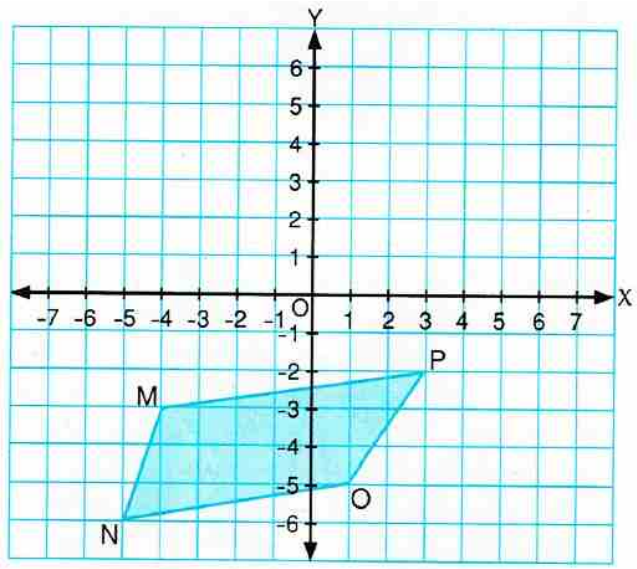
1. กำหนดรูปเรขาคณิตเป็นรูปต้นแบบ สร้างภาพที่ได้จากการสะท้อนและหาพิกัดของจุดสะท้อนโดยมีแกน x เป็นเส้นสะท้อน

1)



พิกัดบนรูปต้นแบบ	พิกัดบนภาพที่เกิดจากการสะท้อน
E(....., ...)	E'(....., ...)
F(....., ...)	F'(....., ...)
G(....., ...)	G'(....., ...)

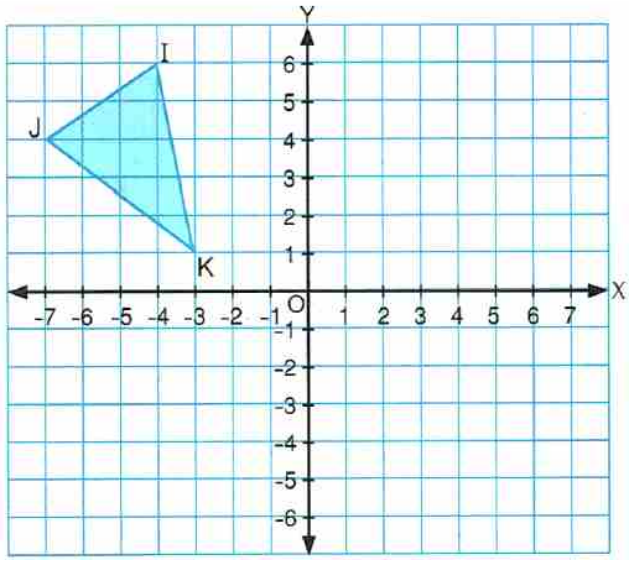
2)



พิกัดบนรูปต้นแบบ	พิกัดบนภาพที่เกิดจากการสะท้อน
M(....., ...)	M'(....., ...)
N(....., ...)	N'(....., ...)
O(....., ...)	O'(....., ...)
P(....., ...)	P'(....., ...)

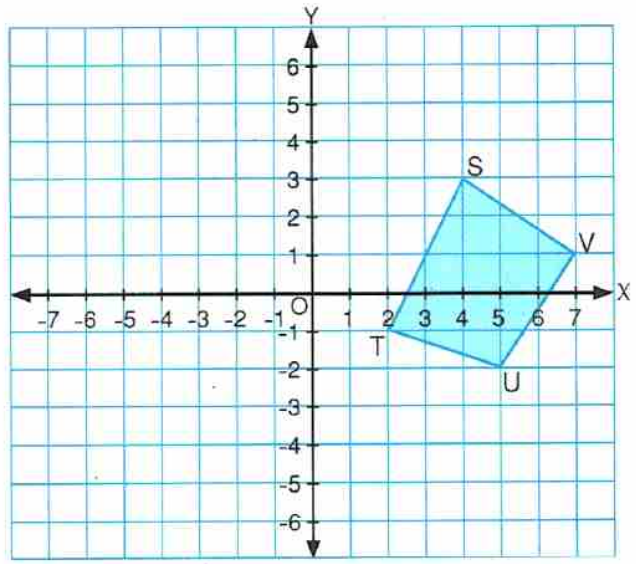
2. กำหนดรูปเรขาคณิตเป็นรูปต้นแบบ สร้างภาพที่ได้จากการสะท้อนและหาพิกัดของจุดสะท้อน โดยมีแกน Y เป็นเส้นสะท้อน

1)



พิกัดบนรูปต้นแบบ	พิกัดบนภาพที่เกิดจากการสะท้อน
I(....., ...)	I'(....., ...)
J(....., ...)	J'(....., ...)
K(....., ...)	K'(....., ...)

2)



พิกัดบนรูปต้นแบบ	พิกัดบนภาพที่เกิดจากการสะท้อน
S(....., ...)	S'(....., ...)
T(....., ...)	T'(....., ...)
U(....., ...)	U'(....., ...)
V(....., ...)	V'(....., ...)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 38

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต **จำนวน 12 ชั่วโมง**

เรื่อง ลักษณะของการหมุน **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/3 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การแปลงทางเรขาคณิตที่ได้จากการหมุนรูปต้นแบบรอบจุดจุดหนึ่งซึ่งเรียกว่า “จุดหมุน” มี ทิศทางการหมุนและขนาดของมุมตามที่กำหนด เรียกการแปลงนี้ว่า การหมุน ซึ่งจุดหมุนบนรูป ต้นแบบ และภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้น แต่ละคู่จะอยู่บนวงกลมเดียวกัน และมีจุดหมุนเป็นจุด ศูนย์กลาง โดยที่วงกลมเหล่านั้นไม่จำเป็นต้องมีรัศมียาวเท่ากัน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. อธิบายลักษณะของการหมุนได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การเชื่อมโยง (P3)
2. การให้เหตุผล (P4)
3. การคิดสร้างสรรค์ (P5)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)
3. ค้นหาลักษณะที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ และประยุกต์ใช้ลักษณะดังกล่าวเพื่อทำความเข้าใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ (A5)

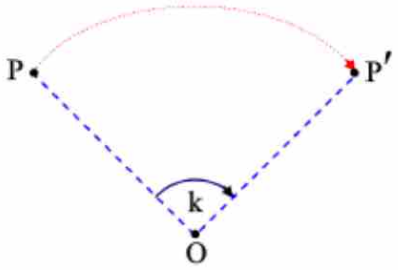
สาระการเรียนรู้

ตัวอย่างการหมุนในชีวิตประจำวัน

กังหันลม

ชิงช้าสวรรค์

กังหันน้ำ

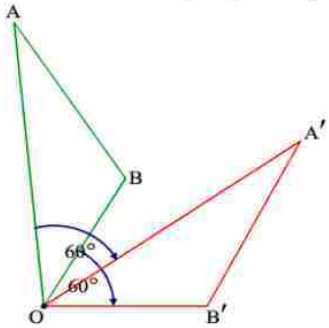


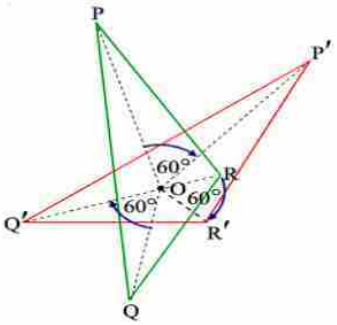
การหมุนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีจุด O ที่ตรึงจุดหนึ่งเป็นจุดหมุนแต่ละจุด Pบนระนาบ มีจุด P′เป็นภาพที่ได้จากการหมุนจุด P รอบจุด O ตามทิศทางที่กำหนดด้วยมุมที่มีขนาด kโดยที่

1. ถ้าจุด P ไม่ใช่จุด O แล้ว OP = OP′ และขนาดของ PoP′ เท่ากับ k
2. ถ้าจุด P เป็นจุดเดียวกันกับจุด O แล้ว จุด P และ P′ เป็นจุดเดียวกัน

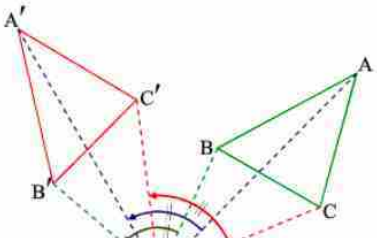
ต่อไปนี้ เป็นตัวอย่างการหมุนที่มีจุด O เป็นจุดหมุน

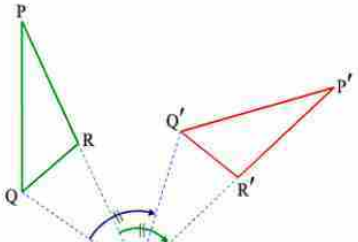
กรณีที่ 1 จุดหมุน O อยู่บนรูปต้นแบบ





กรณีที่ 2 จุดหมุน O ไม่อยู่บนรูปต้นแบบ





กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูกล่าวทักทายกับนักเรียนจากนั้นครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเกี่ยวกับการการแปลงเพื่อใช้ในการศึกษาเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตที่กำลังจะศึกษาดังนี้

- การแปลงทางเรขาคณิตหมายถึงอย่างไร

  (แนวตอบ การแปลงทางเรขาคณิตเป็นการดำเนินการเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตซึ่งทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงจากตำแหน่งหนึ่งไปยังอีกตำแหน่งหนึ่ง โดยอาจมีการเปลี่ยนแปลงขนาดและรูปร่าง)

- รูปเรขาคณิตก่อนการแปลงและหลังการแปลงเป็นอย่างไร

  (แนวตอบ รูปต้นแบบ และ ภาพที่ได้จากการแปลง)

- การสะท้อนหมายถึงอย่างไร

  (แนวตอบ การสะท้อนเป็นการแปลงที่มีการจับคู่แต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนภาพที่เกิดจากการสะท้อน โดยจุดแต่ละคู่ที่สมนัยกันจะมีระยะห่างจากเส้นของการสะท้อนเป็นระยะทางเท่ากัน)

- สมบัติของการสะท้อนมีอะไรบ้าง

  (แนวตอบ

  1. สามารถเคลื่อนรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการสะท้อนได้สนิทโดยต้องพลิกรูป หรือกล่าวได้ว่ารูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการสะท้อนเท่ากันทุกประการ

  2. เส้นสะท้อนจะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับแต่ละจุดบนภาพที่สมนัยกัน นั้นคือ ระยะห่างระหว่างจุดบนรูปต้นแบบกับเส้นสะท้อนจะเท่ากับระยะห่างระหว่างจุดบนภาพที่ได้จากการสะท้อน

  3. ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดบนรูปต้นแบบกับจุดที่สมนัยกันบนภาพที่ได้จากการสะท้อนต้องขนานกัน แต่ไม่จำเป็นต้องยาวเท่ากัน

  4. ด้านคู่ที่สมนัยกันระหว่างรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการสะท้อน ไม่จำเป็นต้องขนานกัน)

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูถามคำถามนักเรียนเกี่ยวกับการการหมุนที่พบเห็นในชีวิตประจำวันนั้นมีอะไรบ้าง

(แนวตอบ การหมุนของนาฬิกา การหมุนของใบพัดพัดลม การหมุนของกังหัน การหมุนชิงช้าสวรรค์ ฯลฯ)

2.2 ครูยกตัวอย่างภาพการหมุนให้นักเรียนพิจารณาการหมุนที่มีจุด o เป็นจุดหมุน โดยการหมุนจะมีในกรณีจุดหมุนอยู่บนรูปต้นแบบกับกรณีที่จุดหมุนไม่อยู่บนรูปต้นแบบดังนี้

- **กรณีที่1** จุดหมุน o อยู่บนรูปต้นแบบ

ภาพที่ 1 (แนบท้ายแผน)

- **กรณีที่ 2** จุดหมุน o ไม่อยู่บนรูปต้นแบบ

ภาพที่ 2 (แนบท้ายแผน)

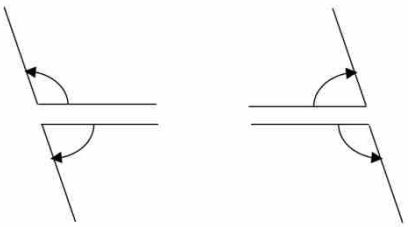
2.3 นักเรียนศึกษาความรู้เกี่ยวกับการหมุน ในหนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.) หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การแปลงทางเรขาคณิต

2.4 นักเรียนร่วมกันสรุปความหมายของการหมุน เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องตรงกันดังนี้

- การหมุนเป็นการแปลงที่เกิดจากการจับคู่ระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนรูปที่เกิดจากการหมุน โดยจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบเคลื่อนที่รอบจุดหมุนด้วยขนาดของมุมที่เท่ากันและจุดแต่ละคู่ที่สมนัยกันจะมีระยะห่างจากจุดหมุนเป็นระยะเท่ากัน

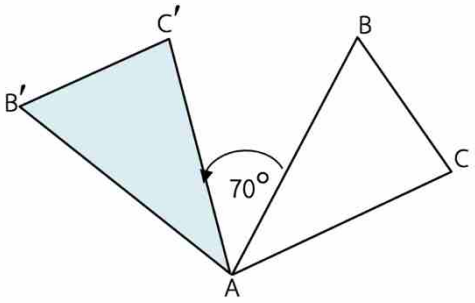
2.5 ครูกล่าวกับนักเรียนว่า “ในการหมุนรูปเรขาคณิตจะมีทิศของการหมุน 2 ทิศ คือ หมุนตามเข็มนาฬิกาและหมุนตามเข็มนาฬิกาและต้องมีขนาดมุมที่ใช้ในการหมุนเท่ากัน เมื่อหมุนจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบจะต้องหมุนทิศเดียวกันและหมุนมุมด้วยมุมขนาดเดียวกันทุกจุด

2.6 ครูแสดงวิธีการวัดมุม โดยใช้ครึ่งวงกลมวัดมุมที่กำหนดให้ดังนี้



2.7 ครูยกตัวอย่างให้นักเรียนเกี่ยวกับการสร้างภาพที่เกิดจากการหมุน ดังนี้

- กำหนดให้ ΔABCเป็นรูปต้นแบบมี $\Delta A'B'C'$เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรอบจุดAทวนเข็มนาฬิกาด้วยมุมที่มีขนาด 70°จงเขียน $\Delta A'B'C'$



2.8 นักเรียนสรุปสมบัติของการหมุนที่ได้จากการหาภาพที่ได้จากการหมุนข้างต้นดังนี้

- ด้านแต่ละด้านของรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการหมุนของด้านนั้น ไม่จำเป็นต้องขนานกัน
- $\overline{AB} = \overline{A'B'}$, $\overline{BC} = \overline{B'C'}$ และ$\overline{CA} = \overline{C'A'}$
  ไม่จำเป็นต้องขนานกัน
- เมื่อเลื่อน Δ AB ไปทับ Δ $A'B'C'$ จะทับกันได้สนิท โดยไม่ต้องพลิกรูป

3. ขั้นสรุป

นักเรียนช่วยกันสรุปสมบัติที่ได้จากการหมุน ดังนี้

- สามารถเลื่อนรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการหมุนได้โดยสนิทโดยไม่ต้องพลิกรูปหรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จาการหมุนเท่ากันทุกประการ
- ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จาการหมุนส่วนของเส้นตรงนั้นไม่จำเป็นต้องขนานกันทุกคู่
- จุดที่สมนัยกันบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนแต่ละคู่จะอยู่บนวงกลมที่มีจุดหมุนเป็นศูนย์กลางเดียวกัน แต่วงกลมเหล่านี้ไม่จำเป็นต้องมีรัศมียาวเท่ากัน

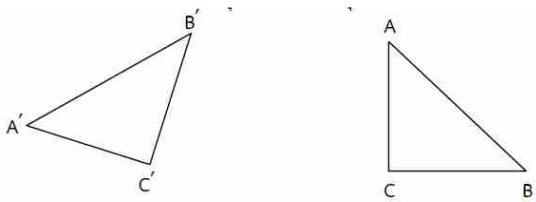
4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 4.8 ลักษณะของการหมุน

5.ขั้นนำไปใช้

ในทางกลับกันถ้ามีรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุน จะสามารถหาจุดหมุน ทิศทางการหมุน และขนาดของมุมที่ใช้ในการหมุนได้ ครูยกตัวอย่าง

กำหนด $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพจากการหมุน ΔABC จงหาจุดหมุน ทิศทางการหมุน และขนาดของมุมที่ใช้ในการหมุน



วิธีทำ 1) ลาก $\overline{AA'}$

2) สร้าง $\overleftrightarrow{PQ}$ แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{AA'}$

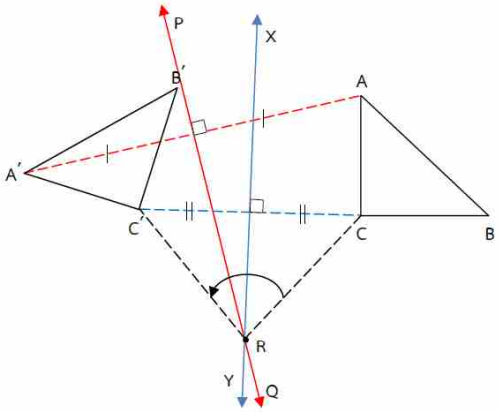
3) ลาก $\overline{CC'}$

4) สร้าง $\overleftrightarrow{XY}$ แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{CC'}$

5) ให้ $\overleftrightarrow{PQ}$ ตัดกับ $\overleftrightarrow{XY}$ ที่จุด R จะได้จุด R เป็นจุดหมุน

6) ลาก $\overline{RC}$ และ $\overline{RC'}$ จะได้ขนาดของ $C\hat{R}C'$ เป็นขนาดของมุมที่ใช้ในการหมุน

นั่นคือ ΔABC หมุนรอบจุด R ทวนเข็มนาฬิกาด้วยขนาดของมุมเท่ากับ $C\hat{R}C'$



6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะที่ 4.8 ลักษณะของการหมุน

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 4.8 ลักษณะของการหมุน
2. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะของการหมุนได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 4.8 ลักษณะของการหมุน	- แบบฝึกทักษะที่ 4.8 ลักษณะของการหมุน	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การเชื่อมโยง (P3) 2. การให้เหตุผล (P4) 3. การคิดสร้างสรรค์ (P5)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A2) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4) 3. ค้นหาลักษณะที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ และประยุกต์ใช้ลักษณะดังกล่าวเพื่อทำความเข้าใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ (A5)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

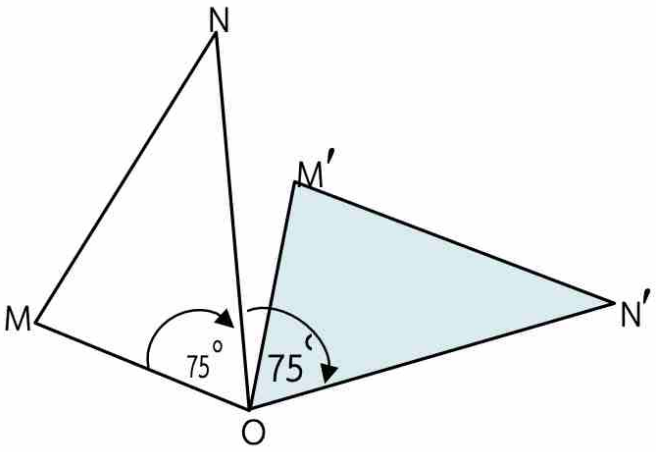
ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

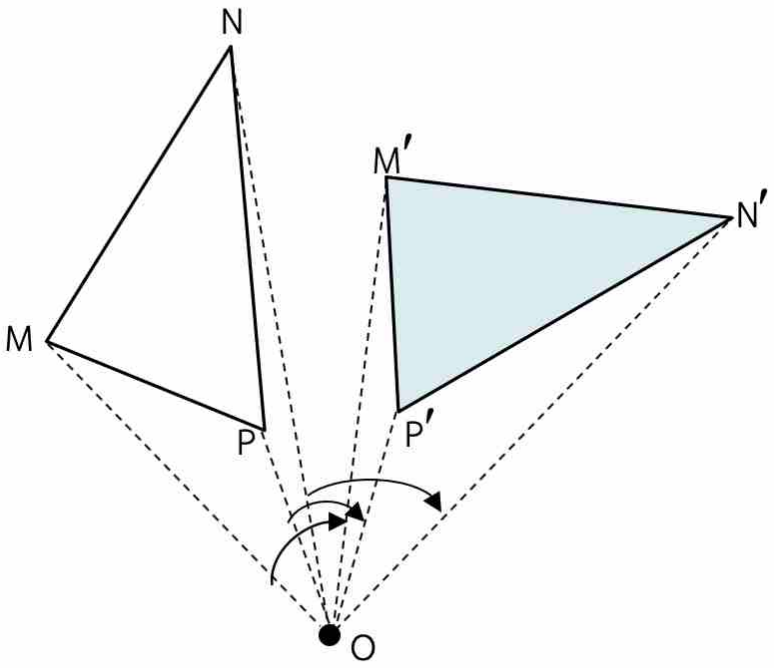
ภาคผนวก

สื่อประกอบการสอน

เรื่อง การเลื่อนขนาน



ภาพที่ 1



ภาพที่ 2

แบบฝึกทักษะที่ 4.8

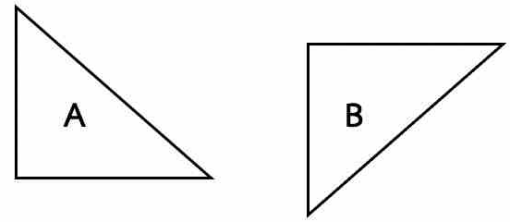
เรื่อง ลักษณะของการหมุน

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

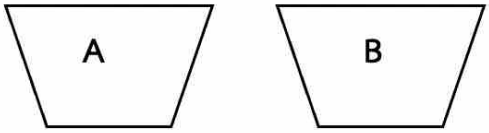
คำชี้แจง กำหนดให้ รูป A เป็นรูปต้นแบบ และรูป B เป็นภาพที่เกิดจากการหมุน ให้นักเรียนสังเกตรูปที่กำหนดให้ว่าในแต่ละข้อเกิดจากการหมุนหรือไม่

1.1



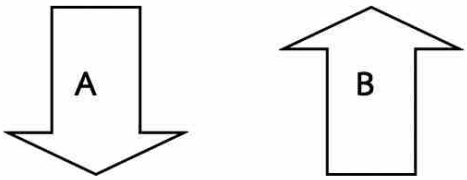
.....

1.2



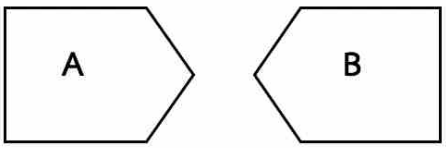
.....

1.3



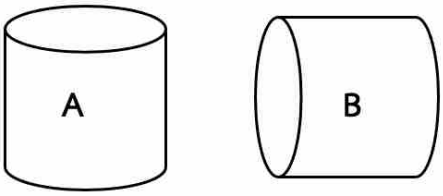
.....

1.4



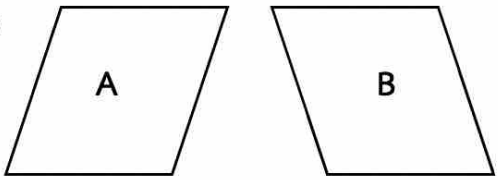
.....

1.5



.....

1.6



.....

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 4.8

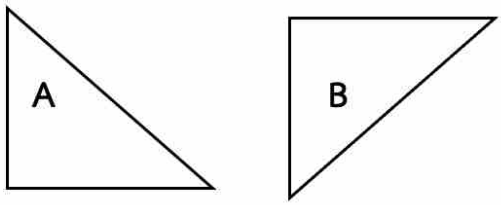
เรื่อง ลักษณะของการหมุน

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

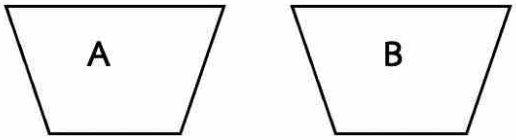
คำชี้แจง กำหนดให้ รูป A เป็นรูปต้นแบบ และรูป B เป็นภาพที่เกิดจากการหมุน ให้นักเรียนสังเกตรูปที่กำหนดให้ว่าในแต่ละข้อเกิดจากการหมุนหรือไม

1.1



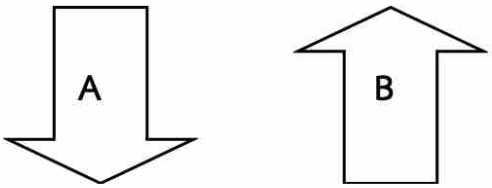
..... เกิดจากการหมุน.....

1.2



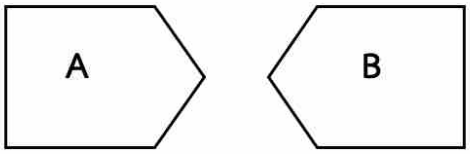
..... ไม่เกิดจากการหมุน.....

1.3



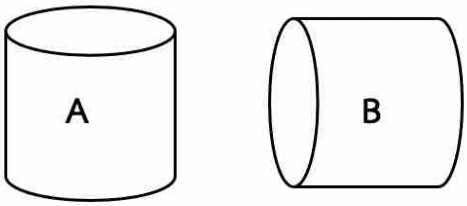
..... เกิดจากการหมุน.....

1.4



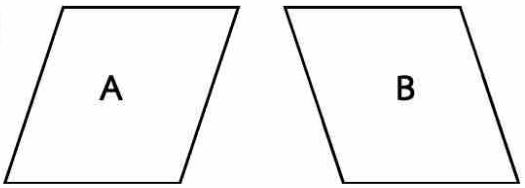
..... เกิดจากการหมุน.....

1.5



.....เกิดจากการหมุน.....

1.6



..... เกิดจากการหมุน.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 39

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต **จำนวน 12 ชั่วโมง**

เรื่อง การหมุนในระบบพิกัดฉาก **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/3 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การหมุนในระบบพิกัดฉาก เป็นการแปลงที่เกิดจากการจับคู่ระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนรูปที่เกิดจากการหมุน โดยจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบเคลื่อนที่รอบจุดหมุนด้วยขนาดของมุมที่กำหนดให้และจุดแต่ละคู่ที่สมนัยกันจะมีระยะห่างจากจุดหมุนเป็นระยะเท่ากัน ซึ่งสามารถอ่านค่าของพิกัดได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. บอกพิกัดของภาพที่ได้จากการหมุนของรูปต้นแบบที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P1)
2. การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
3. การคิดสร้างสรรค์ (P5)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1)
2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)
3. ค้นหาลักษณะที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ และประยุกต์ใช้ลักษณะดังกล่าวเพื่อทำความเข้าใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ (A5)

สาระการเรียนรู้

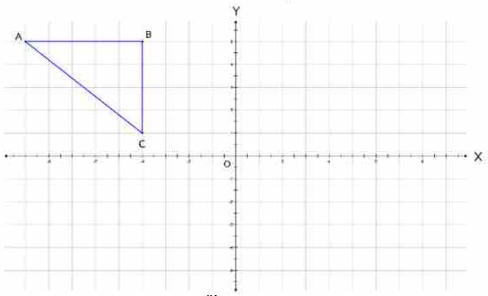
การหมุนในระบบพิกัดฉาก

เป็นการแปลงที่เกิดจากการจับคู่ระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุด แต่ละจุดบนรูปที่เกิดจากการหมุน โดยจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบเคลื่อนที่รอบจุดหมุนด้วยขนาดของมุมที่กำหนดให้และจุดแต่ละคู่ที่สมนัยกันจะมีระยะห่างจากจุดหมุนเป็นระยะเท่ากัน ซึ่งสามารถอ่านค่าของพิกัดได้

ตัวอย่างที่ 1 ถ้า $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการหมุน ΔABC ที่กำหนดให้ รอบจุดกำเนิด O ตามเข็มนาฬิกาด้วยมุมขนาด 180 องศา จงหา

1) พิกัดของจุด A′ , B′ และ C′ ซึ่งเป็นภาพที่ได้จากการหมุนจุด A , B และ C ตามลำดับ

2) Δ A′B′C′ ซึ่งเป็นภาพที่ได้จากการหมุน ΔABC



วิธีทำ 1) หาพิกัดของจุด A′ , B′ และ C′ ดังนี้

(1) ลาก $\overleftrightarrow{OA}$, $\overleftrightarrow{OB}$ และ $\overleftrightarrow{OC}$

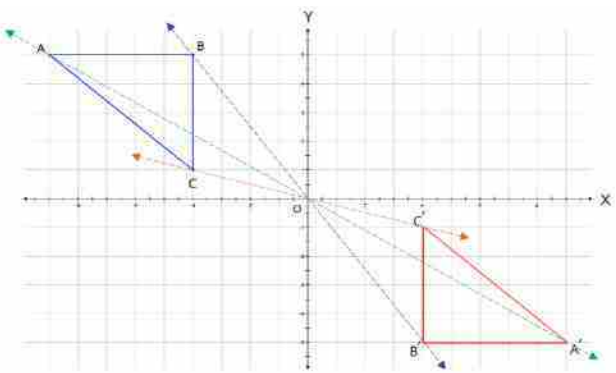
(2) ใช้ O เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี OA เขียนส่วนโค้งตัด $\overleftrightarrow{OA}$ อีกจุดหนึ่งที่จุด A′ จะได้ A′(9 , -5)

(3) ใช้ O เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี OB เขียนส่วนโค้งตัด $\overleftrightarrow{OA}$ อีกจุดหนึ่งที่จุด B′ จะได้ B′(4 , -5)

(4) ใช้ O เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี OC เขียนส่วนโค้งตัด $\overleftrightarrow{OC}$ อีกจุดหนึ่งที่จุด C′ จะได้ C′(4 , -1)

นั่นคือจุด A′ , B′ และ C′ มีพิกัดเป็น (9 , -5), (4 , -5) และ (4 , -1) ตามลำดับ

2) ลาก $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$ และ $\overline{C'A'}$ จะได้ $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการหมุน ΔABC รอบจุดกำเนิด O ตามเข็มนาฬิกาด้วยมุมขนาด 180 องศา



กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูให้นักเรียนทบทวนการหมุนที่ได้เรียนมาในคาบที่แล้ว พร้อมบอกนักเรียนว่า ในคาบนี้จะเรียนเรื่องการหมุนเช่นเดิม แต่จะเป็นการหมุนที่มีระบบพิกัดฉากเข้ามาเกี่ยวข้อง

1.2 ครูติดแผ่นตารางที่แสดงระบบพิกัดฉากแกน X แกน Y บนกระดาน

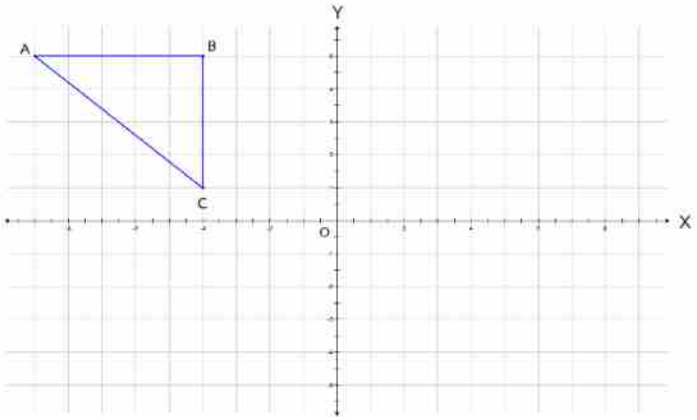
2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูยกตัวอย่างการหมุนบนระนาบบนระบบพิกัดฉากของรูปเรขาคณิต ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 ถ้า $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการหมุน ΔABC ที่กำหนดให้ รอบจุดกำเนิด O ตามเข็มนาฬิกาด้วยมุมขนาด 180 องศา จงหา

1) พิกัดของจุด A', B' และ C' ซึ่งเป็นภาพที่ได้จากการหมุนจุด A , B และ C ตามลำดับ

2) $\Delta A'B'C'$ ซึ่งเป็นภาพที่ได้จากการหมุน ΔABC



วิธีทำ 1) หาพิกัดของจุด A' , B' และ C' ดังนี้

(1) ลาก $\overleftrightarrow{OA}$, $\overleftrightarrow{OB}$ และ $\overleftrightarrow{OC}$

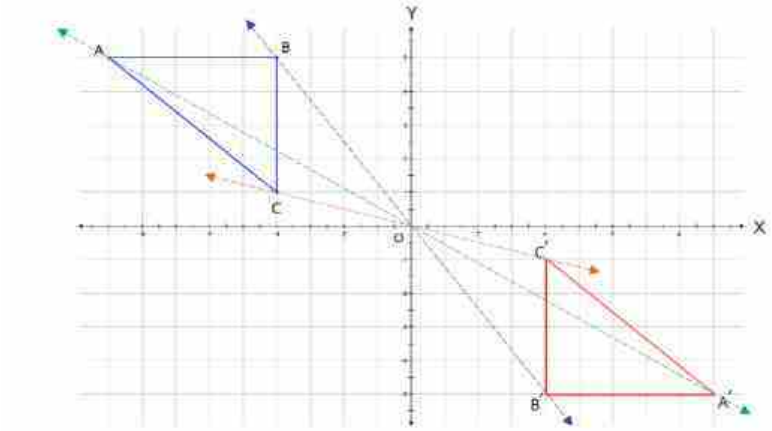
(2) ใช้ O เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี OA เขียนส่วนโค้งตัด $\overleftrightarrow{OA}$ อีกจุดหนึ่งที่จุด A' จะได้ $A'(9 , -5)$

(3) ใช้ O เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี OB เขียนส่วนโค้งตัด $\overleftrightarrow{OA}$ อีกจุดหนึ่งที่จุด B' จะได้ $B'(4 , -5)$

(4) ใช้ O เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี OC เขียนส่วนโค้งตัด $\overleftrightarrow{OC}$ อีกจุดหนึ่งที่จุด C' จะได้ $C'(4 , -1)$

นั่นคือจุด A' , B' และ C' มีพิกัดเป็น (9 , -5), (4 , -5) และ (4 , -1) ตามลำดับ

2) ลาก $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$ และ $\overline{C'A'}$ จะได้ $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการหมุน ΔABC รอบจุดกำเนิด O ตามเข็มนาฬิกาด้วยมุมขนาด 180 องศา



<u>ตัวอย่างที่ 2</u> ถ้ารูปสี่เหลี่ยม D′E′F′G′ เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูปสี่เหลี่ยม DEFG โดยมี พิกัด D(-2,3) , E(-4,2) , F(-2,1) และ G(0,2) ซึ่งหมุนรอบจุดกำเนิด O ทวนเข็มนาฬิกาด้วยมุมขนาด 90 องศา จงหาพิกัดของจุด D′ , E′ , F′ และ G′

<u>วิธีทำ</u> หาพิกัดของจุด D′ , E′ , F′ และ G′ ดังนี้

1) ลาก $\overline{OD}$

2) สร้าง $D\hat{O}W$ ให้มีขนาดเท่ากับ 90 องศา ในทิศทวนเข็มนาฬิกา

3) ใช้ O เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี OD เขียนส่วนโค้งตัด $\overrightarrow{OW}$ ที่จุด D′(-3,-2)

4) ลาก $\overline{OE}$

5) สร้าง $E\hat{O}X$ ให้มีขนาดเท่ากับ 90 องศา ในทิศทวนเข็มนาฬิกา

6) ใช้ O เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี OE เขียนส่วนโค้งตัด $\overrightarrow{OX}$ ที่จุด E′(-2,-4)

7) ลาก $\overline{OF}$

8) สร้าง $F\hat{O}Y$ ให้มีขนาดเท่ากับ 90 องศา ในทิศทวนเข็มนาฬิกา

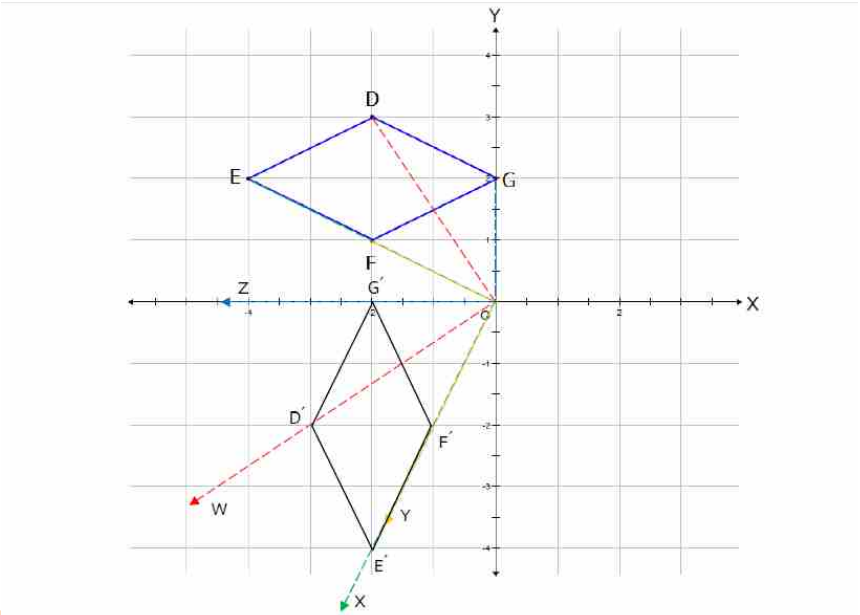
9) ใช้ O เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี OF เขียนส่วนโค้งตัด $\overrightarrow{OY}$ ที่จุด F′(-1,-2)

10) ลาก $\overline{OG}$

11) สร้าง $G\hat{O}Z$ ให้มีขนาดเท่ากับ 90 องศา ในทิศทวนเข็มนาฬิกา

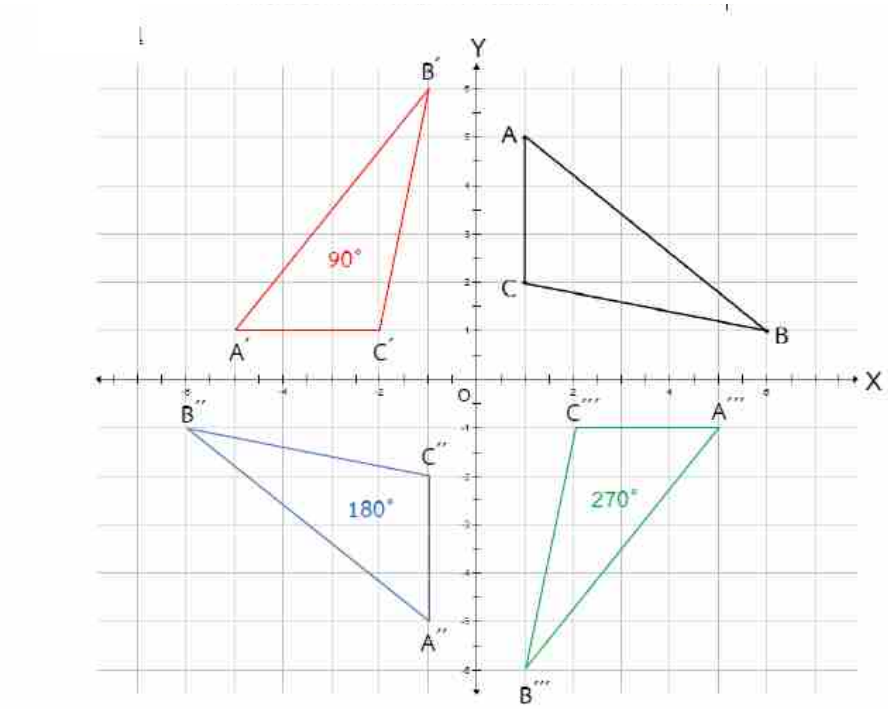
12) ใช้ O เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี OG เขียนส่วนโค้งตัด $\overrightarrow{OZ}$ ที่จุด G′(-2,0)

นั่นคือจุด D′ , E′ , F′ และ G′ มีพิกัดเป็น (-3,-2), (-2,-4) , (-1,-2) และ (-2,0) ตามลำดับ



ตัวอย่างที่ 3 จงเขียนรูปที่เกิดจากการหมุนรูปสามเหลี่ยม ABC โดยกำหนดพิกัด A(1,5) , B(6,1) และ C(1,2) รอบจุดกำเนิด ด้วยขนาดของมุม 90 องศา, 180 องศา และ 270 องศา บนระนาบเดียวกัน ในลักษณะทวนเข็มนาฬิกา และ เปรียบเทียบพิกัดของรูปต้นแบบกับรูปที่เกิดจากการหมุน

วิธีทำ



เปรียบเทียบพิกัดของรูปสามเหลี่ยม ABC กับรูปสามเหลี่ยมที่เกิดจากการหมุนของรูป สามเหลี่ยม ABC ได้ดังนี้

รูปต้นแบบ		ขนาดมุมรอบจุดศูนย์กลาง	รูปที่เกิดจากการหมุน	
จุด	พิกัด		จุด	พิกัด
A	(1,5)	90°	A′	(-5,1)
B	(6,1)	90°	B′	(-1,6)
C	(1,2)	90°	C′	(-2,1)
A	(1,5)	180°	A″	(-1,-5)
B	(6,1)	180°	B″	(-6,-1)
C	(1,2)	180°	C″	(-1,-2)
A	(1,5)	270°	A‴	(5,-1)
B	(6,1)	270°	B‴	(1,-6)
C	(1,2)	270°	C‴	(2,-1)

3. ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการหมุนบนระบบพิกัดฉาก การหมุนในระบบพิกัดฉาก เป็นการแปลงที่เกิดจากการจับคู่ระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุด แต่ละจุดบนรูปที่เกิดจากการหมุนโดยจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบเคลื่อนที่รอบจุดหมุนด้วยขนาดของมุมที่กำหนดให้และจุดแต่ละคู่ที่สมนัยกันจะมีระยะห่างจากจุดหมุนเป็นระยะเท่ากัน ซึ่งสามารถอ่านค่าของพิกัดได้

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 4.9 การหมุนในระบบพิกัดฉาก

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสร้างสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการหาจุดหมุนต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะที่ 4.9 การหมุนในระบบพิกัดฉาก

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. แผ่นตาราง
2. แบบฝึกทักษะที่ 4.9 การหมุนในระบบพิกัดฉาก
3. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถบอกพิกัดของภาพที่ได้จากการหมุนของรูปต้นแบบที่กำหนดให้ได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 4.9 การหมุนในระบบพิกัดฉาก	- แบบฝึกทักษะที่ 4.9 การหมุนในระบบพิกัดฉาก	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P1) 2. การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 3. การคิดสร้างสรรค์ (P5)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี (A1) 2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3) 3. ค้นหาลักษณะที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ และประยุกต์ใช้ลักษณะดังกล่าวเพื่อทำความเข้าใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ (A5)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

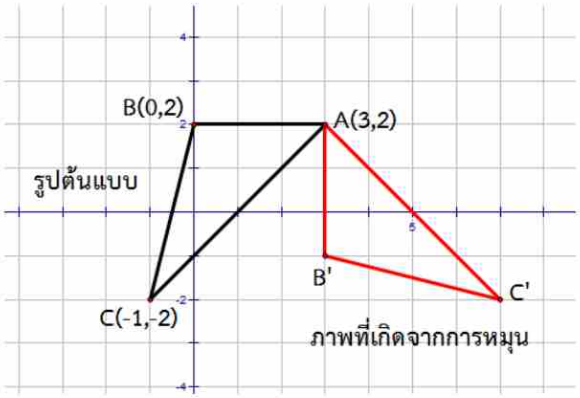
แบบฝึกทักษะที่ 4.9

เรื่อง ลักษณะของการหมุน

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

1. ภาพต่อไปนี้เกิดจากการหมุนรอบจุด A ทวนเข็มนาฬิกาด้วยขนาดของมุมเท่ากับ 90 องศา



มีจุดหมุน คือ จุด.....

หมุนทวนเข็มนาฬิกา

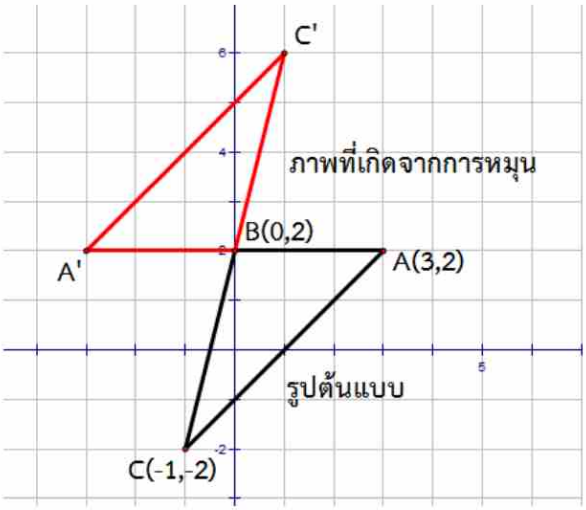
ด้วยขนาดของมุมเท่ากับ 90 องศา

จุด A' มีพิกัดเป็น (3,2)

จุด B' มีพิกัดเป็น (.....,.....)

จุด C' มีพิกัดเป็น (.....,.....)

2. ภาพต่อไปนี้เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบ



มีจุดหมุน คือ จุด.....

หมุน.....

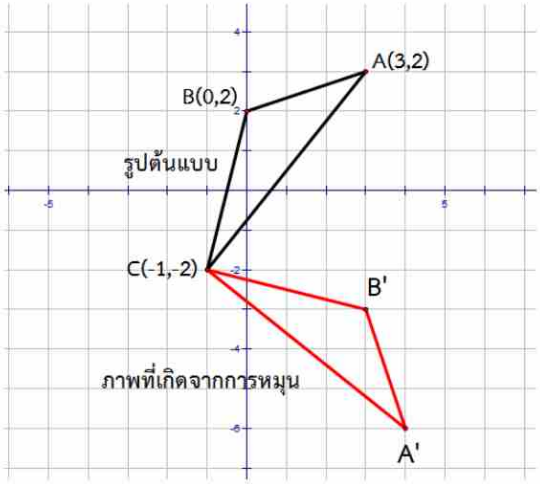
ด้วยขนาดของมุมเท่ากับ.....องศา

จุด A' มีพิกัดเป็น (.....,.....)

จุด B' มีพิกัดเป็น (.....,.....)

จุด C' มีพิกัดเป็น (.....,.....)

3. ภาพต่อไปนี้เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบ



มีจุดหมุน คือ จุด.....

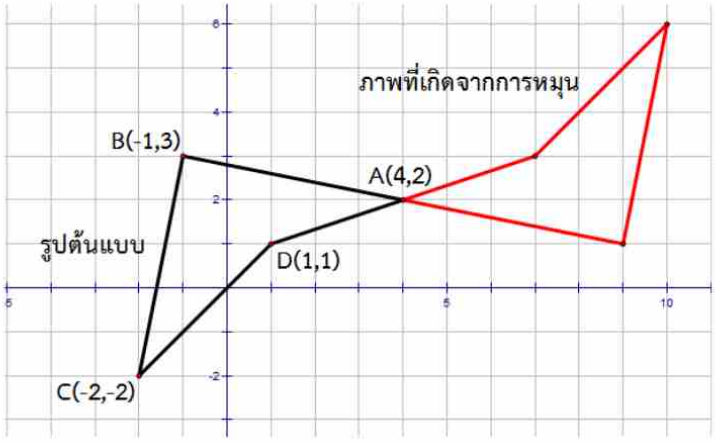
หมุน.....

ด้วยขนาดของมุมเท่ากับ.....องศา

จุด A' มีพิกัดเป็น (.....,.....)

จุด B' มีพิกัดเป็น (.....,.....)

จุด C' มีพิกัดเป็น (.....,.....)



มีจุดหมุน คือ จุด.....

หมุน.....

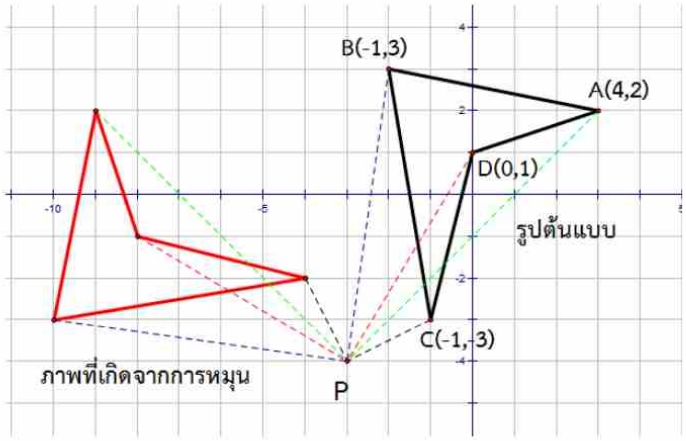
ด้วยขนาดของมุมเท่ากับ.....องศา

จุด A' มีพิกัดเป็น (.....,.....)

จุด ..... มีพิกัดเป็น (.....,.....)

จุด ..... มีพิกัดเป็น (.....,.....)

5. ภาพต่อไปนี้เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบ



มีจุดหมุน คือ จุด.....

หมุน.....

ด้วยขนาดของมุมเท่ากับ.....องศา

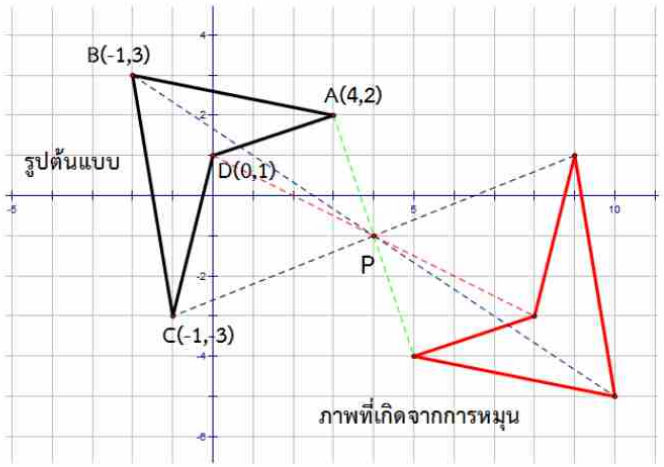
จุด A' มีพิกัดเป็น (.....,.....)

จุด ..... มีพิกัดเป็น (.....,.....)

จุด ..... มีพิกัดเป็น (.....,.....)

จุด ..... มีพิกัดเป็น (.....,.....)

6. ภาพต่อไปนี้เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบ



มีจุดหมุน คือ จุด.....

หมุน.....

ด้วยขนาดของมุมเท่ากับ.....องศา

จุด ..... มีพิกัดเป็น (.....,.....)

จุด ..... มีพิกัดเป็น (.....,.....)

จุด ..... มีพิกัดเป็น (.....,.....)

จุด ..... มีพิกัดเป็น (.....,.....)

หากเลื่อนรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานมาทับกัน จะ.....

.....

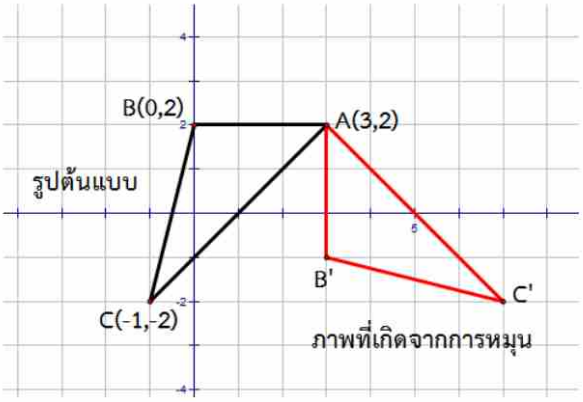
เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 4.9

เรื่อง ลักษณะของการหมุน

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

1. ภาพต่อไปนี้เกิดจากการหมุนรอบจุด A ทวนเข็มนาฬิกาด้วยขนาดของมุมเท่ากับ 90 องศา



มีจุดหมุน คือ จุด A

หมุนทวนเข็มนาฬิกา

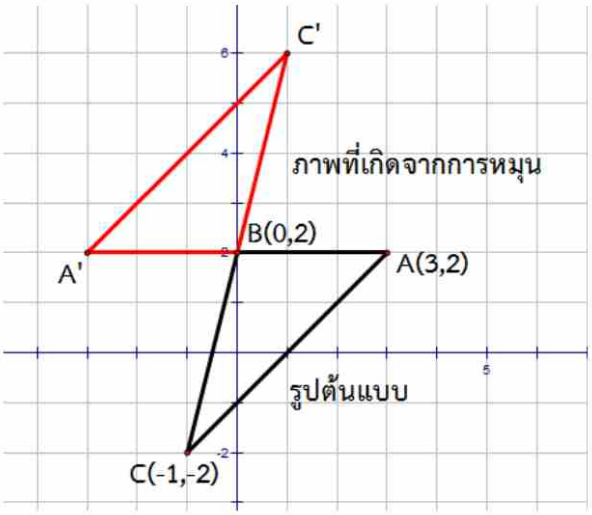
ด้วยขนาดของมุมเท่ากับ 90 องศา

จุด A' มีพิกัดเป็น (3,2)

จุด B' มีพิกัดเป็น (3,-1)

จุด C' มีพิกัดเป็น (7,-2)

2. ภาพต่อไปนี้เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบ



มีจุดหมุน คือ จุด B

หมุนทวนเข็มนาฬิกา

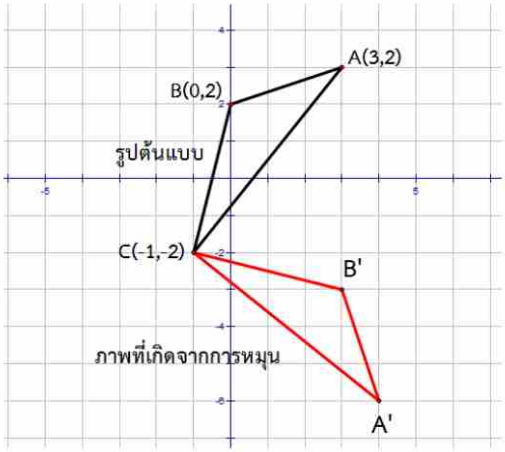
ด้วยขนาดของมุมเท่ากับ 180 องศา

จุด A' มีพิกัดเป็น (-3,2)

จุด B' มีพิกัดเป็น (0,2)

จุด C' มีพิกัดเป็น (1,6)

3. ภาพต่อไปนี้เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบ



มีจุดหมุน คือ จุด C

หมุนทวนเข็มนาฬิกา

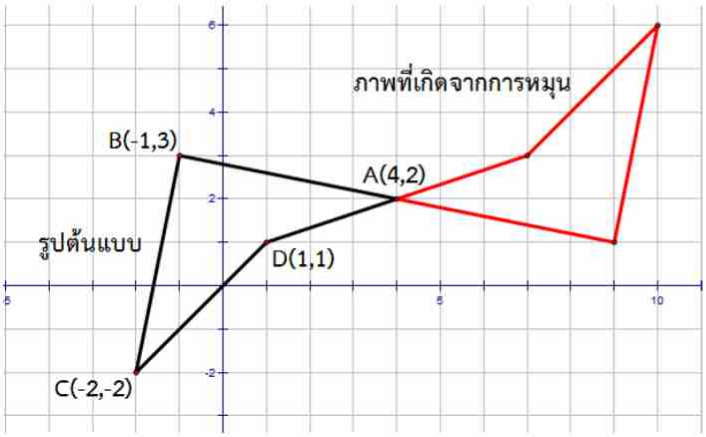
ด้วยขนาดของมุมเท่ากับ 270 องศา

จุด A' มีพิกัดเป็น (4,-6)

จุด B' มีพิกัดเป็น (3,-3)

จุด C' มีพิกัดเป็น (-1,-2)

4. ภาพต่อไปนี้เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบ



มีจุดหมุน คือ จุด A

หมุนทวนเข็มนาฬิกา

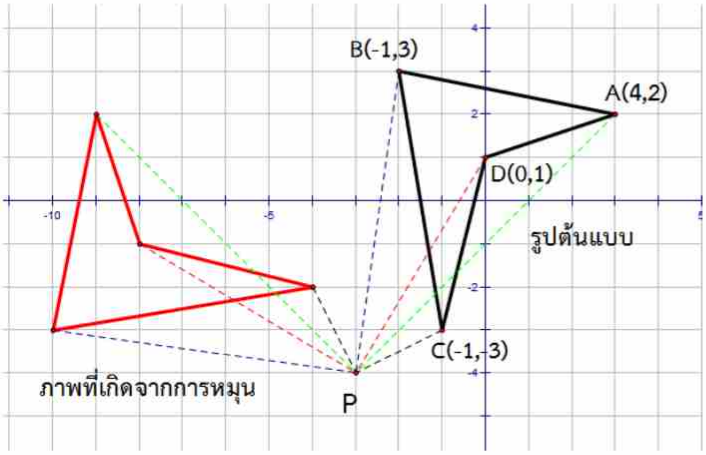
ด้วยขนาดของมุมเท่ากับ 180 องศา

จุด A' มีพิกัดเป็น (4,2)

จุด B' มีพิกัดเป็น (9,1)

จุด C' มีพิกัดเป็น (10,6)

5. ภาพต่อไปนี้เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบ



มีจุดหมุน คือ จุด P

หมุนทวนเข็มนาฬิกา

ด้วยขนาดของมุมเท่ากับ 90 องศา

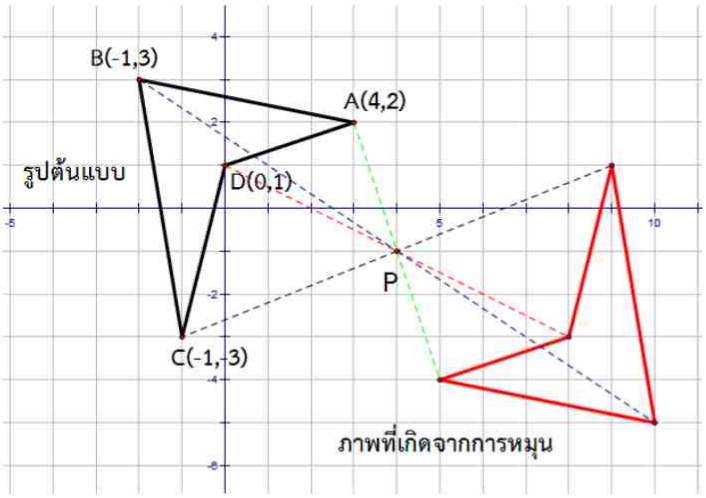
จุด A' มีพิกัดเป็น (-9,2)

จุด B' มีพิกัดเป็น (-10,-3)

จุด C' มีพิกัดเป็น (-4,-2)

จุด D' มีพิกัดเป็น (-8,-1)

6. ภาพต่อไปนี้เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบ



มีจุดหมุน คือ จุด P

หมุนทวนเข็มนาฬิกา

ด้วยขนาดของมุมเท่ากับ 180 องศา

จุด A' มีพิกัดเป็น (-5,-4)

จุด B' มีพิกัดเป็น (10,-5)

จุด C' มีพิกัดเป็น (9,1)

จุด D' มีพิกัดเป็น (8,-3)

หากเลื่อนรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานมาทับกัน จะทับกันได้สนิทโดยไม่พลิกรูป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 40

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต **จำนวน 12 ชั่วโมง**

เรื่อง การแก้ปัญหาโดยการหมุน **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/3 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การวิเคราะห์การแปลงทางเรขาคณิตว่าเป็นการแปลงที่เกิดจากการหมุนหรือไม่นั้น สามารถพิจารณาได้จากสมบัติของการหมุนทั้ง 3 ข้อ ดังนี้

1. รูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการหมุน สามารถทับกันได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่ารูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการหมุนเท่ากันทุกประการ

2. จุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้นจะอยู่บนวงกลมเดียวกันที่มีจุดหมุนเป็นจุดศูนย์กลาง แต่วงกลมทั้งหลายเหล่านี้ไม่จำเป็นต้องมีรัศมียาวเท่ากัน

3. เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้นจะผ่านจุดหมุนเสมอ

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่ารูปคู่ใดแสดงการหมุน
2. ใช้ความรู้เกี่ยวกับการหมุนในการแก้ปัญหาได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P1)
2. การเชื่อมโยง (P3)
3. การให้เหตุผล (P4)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A1)

2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)

3. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

สาระการเรียนรู้

การวิเคราะห์การแปลงทางเรขาคณิตว่าเป็นการแปลงที่เกิดจากการหมุนหรือไม่นั้น สามารถพิจารณาได้จากสมบัติของการหมุนทั้ง 3 ข้อ ดังนี้

1. รูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการหมุน สามารถทับกันได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่ารูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการหมุนเท่ากันทุกประการ

2. จุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้นจะอยู่บนวงกลมเดียวกันที่มีจุดหมุนเป็นจุดศูนย์กลาง แต่วงกลมทั้งหลายเหล่านี้ไม่จำเป็นต้องมีรัศมียาวเท่ากัน

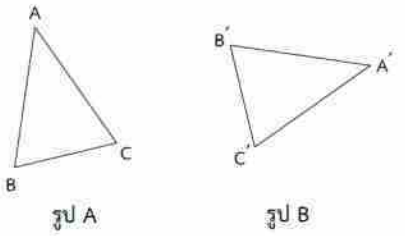
3. เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้นจะผ่านจุดหมุนเสมอ

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

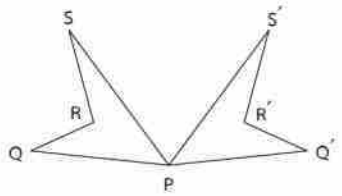
1.1 ครูให้นักเรียนพิจารณารูปที่กำหนดให้ แล้วให้นักเรียนคิดว่า รูป B เป็นรูปที่เกิดจากการหมุนรูป A หรือไม่ โดยให้นักเรียนช่วยกันให้เหตุผลประกอบ

1)



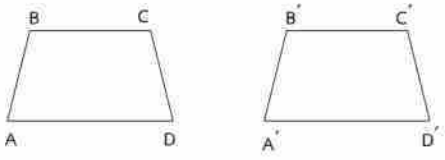
รูป A รูป B

2)



รูป A รูป B

3)



รูป A รูป B

1.2 ครูแนะนำวิธีการวิเคราะห์ว่ารูปที่กำหนดให้เป็นผลจากการแปลงแบบหมุนของอีกรูปหรือไม่ ให้พิจารณาตามสมบัติของการหมุน 3 ข้อ ดังนี้

1. รูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการหมุน สามารถทับกันได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่ารูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการหมุนเท่ากันทุกประการ

2. จุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้นจะอยู่บนวงกลมเดียวกันที่มีจุดหมุนเป็นจุดศูนย์กลาง แต่วงกลมทั้งหลายเหล่านี้ไม่จำเป็นต้องมีรัศมียาวเท่ากัน

3. เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้นจะผ่านจุดหมุนเสมอ

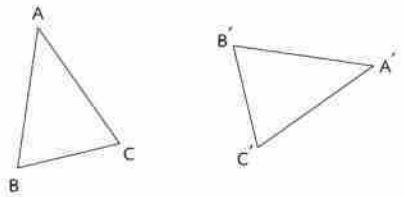
ถ้าผลของการแปลงไม่สอดคล้องกับสมบัติข้อใดข้อหนึ่งแล้ว การแปลงนั้นไม่เป็นการหมุน

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูยกตัวอย่างการพิจารณาและการให้เหตุผลว่ารูป B เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูป A หรือไม่ จากรูปภาพที่ให้นักเรียนดูข้างต้น

ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาว่ารูป B เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูป A หรือไม่ จงอธิบาย

1)

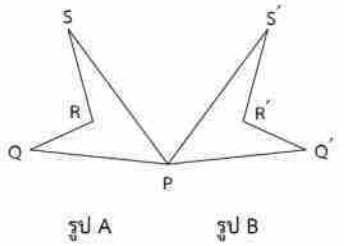


วิธีทำ รูป B เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูป A เพราะว่า

(1) สามารถเลื่อนรูป A ทับรูป B ได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป

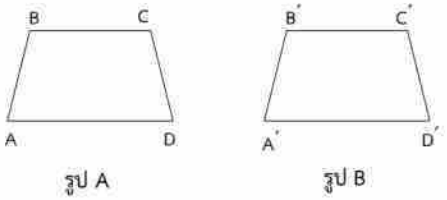
(2) เมื่อลาก $\overleftrightarrow{XY}$ และ $\overleftrightarrow{PQ}$ แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{CC'}$ และ $\overline{BB'}$ ตามลำดับ และให้ $\overleftrightarrow{XY}$ ตัดกับ $\overleftrightarrow{PQ}$ ที่จุด R แล้วได้จุด R เป็นจุดหมุน

2)



วิธีทำ รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูป A เพราะว่า จะต้องพลิกรูป A จึงจะสามารถทำให้รูป A ทับรูป B ได้สนิท

3)

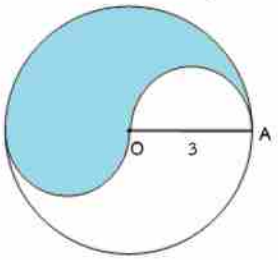


<u>วิธีทำ</u> รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูป A เพราะว่า จากการลาก $\overleftrightarrow{XY}$ ให้แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{AA'}$ และลาก $\overleftrightarrow{PQ}$ ให้แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{BB'}$ แล้วได้ $\overleftrightarrow{XY}$ ขนานกับ $\overleftrightarrow{PQ}$ จึงไม่สามารถหาจุดหมุนได้

2.2 ครูแนะนำว่า ถ้าพิจารณาตามเงื่อนไขของการหมุนแล้วไม่สอดคล้องกับสมบัติข้อใดข้อหนึ่งแล้ว การแปลงนั้นไม่เป็นการหมุน

2.3 ครูอธิบายต่อว่าเราสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการหมุนมาช่วยในการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์ได้ เช่น การหาพื้นที่โดยประมาณของรูปต่าง ๆ

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> กำหนด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมี OA ยาว 3 เซนติเมตร จงหา พื้นที่โดยประมาณของส่วนที่แรเงาในรูป



<u>วิธีทำ</u> จากสูตรพื้นที่ของรูปวงกลม เท่ากับ πr^2

รัศมีของวงกลม เท่ากับ 3 เซนติเมตร

จะได้พื้นที่ของวงกลมประมาณ $\frac{22}{7}$ x 3^2 ตารางเซนติเมตร

ดังนั้นพื้นที่ของส่วนที่แรเงาประมาณ $\frac{1}{2}$ x $\frac{22}{7}$ x 9 $\approx$ 14.14 ตารางเซนติเมตร

3. ขั้นสรุป

ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับการแก้ปัญหาโดยการหมุน และสรุปสาระสำคัญได้ดังนี้ การวิเคราะห์การแปลงทางเรขาคณิตว่าเป็นการแปลงที่เกิดจากการหมุนหรือไม่นั้น สามารถพิจารณาได้จากสมบัติของการหมุนทั้ง 3 ข้อ ดังนี้

1. รูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการหมุน สามารถทับกันได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่ารูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการหมุนเท่ากันทุกประการ

2. จุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้นจะอยู่บนวงกลมเดียวกันที่มีจุดหมุนเป็นจุดศูนย์กลาง แต่วงกลมทั้งหลายเหล่านี้ไม่จำเป็นต้องมีรัศมียาวเท่ากัน

3. เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้นจะผ่านจุดหมุนเสมอ

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 4.10 การแก้ปัญหาโดยการหมุน

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสร้างสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการหาจุดหมุนต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะที่ 4.10 การแก้ปัญหาโดยการหมุน

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 4.10 การแก้ปัญหาโดยการหมุน
2. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ 1. บอกได้ว่ารูปคู่ใดแสดงการหมุน 2. ใช้ความรู้เกี่ยวกับการหมุนในการแก้ปัญหาได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 4.10 การแก้ปัญหาโดยการหมุน	- แบบฝึกทักษะที่ 4.10 การแก้ปัญหาโดยการหมุน	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P1) 2. การเชื่อมโยง (P3) 3. การให้เหตุผล (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A1) 2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3) 3. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

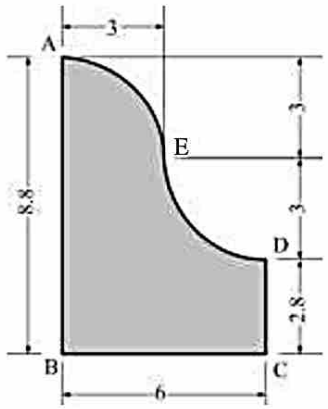
แบบฝึกทักษะที่ 4.10

เรื่อง ลักษณะของการหมุน

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

1. จากรูป จงหาพื้นที่โดยประมาณของส่วนที่แรเงา



.....

.....

.....

.....

.....

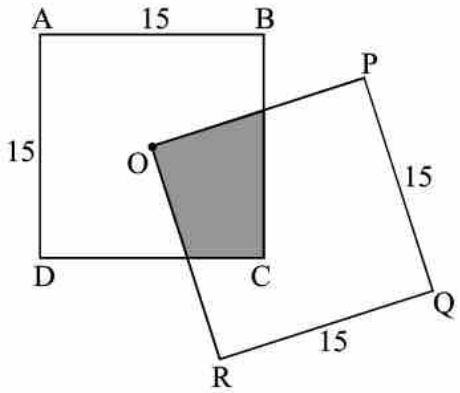
.....

.....

.....

.....

2. □ ABCD และ □ OPQR เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีด้านยาว 15 เซนติเมตร จุด O เป็นจุดตัดของเส้นทแยงมุมของ □ ABCD จงหาพื้นที่โดยประมาณของส่วนที่แรเงา



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 41

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต **จำนวน 12 ชั่วโมง**

เรื่อง ความสัมพันธ์ของการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/3 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนเป็นการดำเนินการเพียงลักษณะเดียว ซึ่งสามารถนำการแปลงทางเรขาคณิตทั้ง 3 แบบมาดำเนินการซับซ้อนต่อเนื่องกันได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. วิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากความสัมพันธ์ของการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนสะท้อนที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P1)
2. การเชื่อมโยง (P3)
3. การให้เหตุผล (P4)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A1)
2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)
3. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

สาระการเรียนรู้

การเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนเป็นการดำเนินการเพียงลักษณะเดียว ซึ่งสามารถนำการแปลงทางเรขาคณิตทั้ง 3 แบบมาดำเนินการซับซ้อนต่อเนื่องกันได้

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูกล่าวทักทายกับนักเรียนจากนั้นครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเกี่ยวกับการสะท้อนและการหมุนเพื่อใช้ในการศึกษาเรื่องความสัมพันธ์การสะท้อนและการหมุนที่จะศึกษาดังนี้

- การแปลงทางเรขาคณิตหมายถึงอย่างไร

  (แนวตอบ การแปลงทางเรขาคณิตเป็นการดำเนินการเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตซึ่งทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงจากตำแหน่งหนึ่งไปยังอีกตำแหน่งหนึ่ง โดยอาจมีการเปลี่ยนแปลงขนาดและรูปร่าง)

- รูปเรขาคณิตก่อนการแปลงและหลังการแปลงเป็นอย่างไร

  (แนวตอบ รูปต้นแบบ และ ภาพที่ได้จากการแปลง)

- การเลื่อนขนานหมายถึงอย่างไร

  (แนวตอบ การเลื่อนขนานเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการเลื่อนจุดทุกจุดไปบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทางเดียวกันและเป็นระยะทางที่เท่ากันตามที่กำหนด)

- สมบัติของการเลื่อนขนานมีอะไรบ้าง

  (แนวตอบ

  1. ภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานมีขนาดและรูปร่างคงเดิมเหมือนกับรูปต้นแบบ

  2. จุดแต่ละจุดบนภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน จะห่างจากจุดที่สมนัยกับรูปต้นแบบเป็นระยะทางเท่ากัน และระยะทางห่างนั้นเท่ากับระยะทางที่กำหนดให้เลื่อนขนานรูปต้นแบบ

  3. สามารถเลื่อนรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูปหรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจะเท่ากันทุกประการ

  4. ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของส่วนของเส้นตรงนั้นจะขนานกัน

- การสะท้อนหมายถึงอย่างไร

  (แนวตอบ การสะท้อนเป็นการแปลงที่มีการจับคู่แต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนภาพที่เกิดจากการสะท้อน โดยจุดแต่ละคู่ที่สมนัยกันจะมีระยะห่างจากเส้นของการสะท้อนเป็นระยะทางเท่ากัน)

- สมบัติของการสะท้อนมีอะไรบ้าง

(แนวตอบ

1. สามารถเคลื่อนรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการสะท้อนได้สนิทโดยต้องพลิกรูป หรือกล่าวได้ว่ารูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการสะท้อนเท่ากันทุกประการ

2. เส้นสะท้อนจะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับแต่ละจุดบนภาพที่สมนัยกัน นั้นคือ ระยะห่างระหว่างจุดบนรูปต้นแบบกับเส้นสะท้อนจะเท่ากับระยะห่างระหว่างจุดบนภาพที่ได้จากการสะท้อน

3. ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดบนรูปต้นแบบกับจุดที่สมนัยกันบนภาพที่ได้จากการสะท้อนต้องขนานกัน แต่ไม่จำเป็นต้องยาวเท่ากัน

4. ด้านคู่ที่สมนัยกันระหว่างรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการสะท้อน ไม่จำเป็นต้องขนานกัน)

- การหมุนหมายถึงอย่างไร

  (แนวตอบ การหมุนเป็นการแปลงที่เกิดจากการจับคู่ระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนรูปที่เกิดจากการหมุน โดยจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบเคลื่อนที่รอบจุดหมุนด้วยขนาดของมุมที่เท่ากันและจุดแต่ละคู่ที่สมนัยกันจะมีระยะห่างจากจุดหมุนเป็นระยะเท่ากัน)

- สมบัติของการหมุนมีอะไรบ้าง

  (แนวตอบ

  1. สามารถเลื่อนรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการหมุนได้โดยสนิทโดยไม่ต้องพลิกรูปหรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จาการหมุนเท่ากันทุกประการ

  2. ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนส่วนของเส้นตรงนั้นไม่จำเป็นต้องขนานกันทุกคู่

  3. จุดที่สมนัยกันบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนแต่ละคู่จะอยู่บนวงกลมที่มีจุดหมุนเป็นศูนย์กลางเดียวกัน แต่วงกลมเหล่านี้ไม่จำเป็นต้องมีรัศมียาวเท่ากัน)

2. ครูกล่าวกับนักเรียนว่า “การเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนเป็นการดำเนินการเพียงลักษณะเดียว ซึ่งสามารถนำการแปลงทางเรขาคณิตทั้ง 3 แบบมาดำเนินการซับซ้อนต่อเนื่องกันได้”

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน โดยคละตามความสามารถทางคณิตศาสตร์

2.2 นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำ “Investigation” ในหนังสือเรียนสัมฤทธิ์มาตรฐานคณิตศาสตร์ ม.2 เล่ม 1 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การแปลงทางเรขาคณิต เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของการดำเนินการระหว่างการหมุนและการสะท้อน

2.3 นักเรียนสรุปเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของการดำเนินการด้วยการหมุนแล้วดำเนินการด้วยการสะท้อนที่ได้จาก “Investigation”

2.4 นักเรียนแต่ละกลุ่มนำข้อสรุปที่ได้จากการทำ“Investigation” ข้างต้นทั้ง 2 ข้อ มาสร้างรูปและแสดงการแปลง

3. ขั้นสรุป

นักเรียนและครูร่วมกันสรุปความคิดรวบยอดของเรื่องการเลื่อนขนานการสะท้อนและการหมุนดังนี้

- ถ้าหมุนรูปต้นแบบไปในทิศทางตามเข็มนาฬิกาด้วยมุมที่มีขนาด 180 องศา โดยมีจุดกำเนิดเป็นจุดหมุนแล้วสะท้อนรูปนั้นโดยมีเส้นตรง L_1 เป็นเส้นสะท้อนทำให้ภาพที่ได้จากการสะท้อนครั้งที่สองเป็นอย่างไร

  (แนวตอบ ภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปต้นแบบเดิม โดยมีเส้นสะท้อนตั้งฉากกับเส้นสะท้อนเดิม)

- ถ้าสะท้อนรูปต้นแบบโดยมีเส้นตรง L เป็นเส้นสะท้อนแล้วหมุนภาพที่ได้จากการสะท้อนไปในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาด้วยมุมที่มีขนาด 180 องศา โดยมีจุดกำเนิดเป็นจุดหมุน จะทำให้ภาพที่ได้จากการหมุนครั้งที่สองเป็นอย่างไร

  (แนวตอบ ภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปต้นแบบเดิม โดยมีเส้นสะท้อนตั้งฉากกับเส้นสะท้อนเส้นเดิม)

- ภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปต้นแบบโดยมีเส้นสะท้อนสองเส้นที่ขนานกันจะเป็นอย่างไร

  (แนวตอบ ภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบเดิม)

- ภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปต้นแบบโดยมีเส้นสะท้อนสองเส้นที่ไม่ขนานกันจะเป็นอย่างไร

  (แนวตอบ ภาพที่ได้จากการหมุนรูปต้นแบบเดิม)

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำกิจกรรมท้ายบท เทสเซลเลชัน

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสร้างสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์ของการเลื่อนขนาน การสะท้อนและการหมุน

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากความสัมพันธ์ของการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนสะท้อนที่กำหนดให้ได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - กิจกรรมท้ายบท เทสเซลเลชัน	- กิจกรรมท้ายบท เทสเซลเลชัน	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P1) 2. การเชื่อมโยง (P3) 3. การให้เหตุผล (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A1) 2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3) 3. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 42

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต **จำนวน 12 ชั่วโมง**

เรื่อง การนำความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตไปใช้ **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/3 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การนำความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตไปใช้ เป็นการนำสมบัติของการเลื่อนขนาน สมบัติของการสะท้อน สมบัติของการหมุน และเทคนิควิธีการต่างที่ใช้ในการแปลงทางเรขาคณิตมาสร้างสรรค์เป็นผลงานศิลปะหรือสร้างสรรค์ผลงานเพื่อใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวัน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. นำสมบัติของการเลื่อนขนาน สมบัติของการสะท้อน สมบัติของการหมุนมาสร้างสรรค์เป็นผลงานศิลปะหรือสร้างสรรค์ผลงานเพื่อใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P1)
2. การเชื่อมโยง (P3)
3. การให้เหตุผล (P4)
4. การคิดสร้างสรรค์ (P5)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A1)
2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (P3)
3. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (P3)

4. ค้นหาลักษณะที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ และประยุกต์ใช้ลักษณะดังกล่าวเพื่อทำความเข้าใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ (A5)

สาระการเรียนรู้

การนำความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตไปใช้ เป็นการนำสมบัติของการเลื่อนขนาน สมบัติของการสะท้อน สมบัติของการหมุน และเทคนิควิธีการต่างที่ใช้ในการแปลงทางเรขาคณิตมาสร้างสรรค์เป็นผลงานศิลปะหรือสร้างสรรค์ผลงานเพื่อใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวัน

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ทบทวนเกี่ยวกับความหมายของการแปลงทางเรขาคณิต การเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน โดย

1) แบ่งกลุ่มให้นักเรียนกลุ่มละ 4-5 คน แบบคละความสามารถ เก่ง ปานกลาง อ่อน

2) ให้แต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับทบทวนเกี่ยวกับความหมายของการแปลงทางเรขาคณิต การเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน สมบัติของการเลื่อนขนาน สมบัติของการสะท้อน สมบัติของการหมุน แล้วครูสุ่มตัวแทนออกมานำเสนอผลการอภิปรายที่ได้หน้าชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำเพิ่มเติมเพื่อสร้างความเข้าใจที่ตรงกัน

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 แจกอุปกรณ์ที่จะใช้ในการสร้างสรรค์ผลงานให้กับนักเรียนทุกกลุ่ม ซึ่งประกอบด้วย

- กระดาษสี
- กระดาษวาดเขียน
- กรรไกร
- กาว

2.2 ให้แต่ละกลุ่มแข่งขันกันสร้างสรรค์ผลงาน โดยผลงานที่จะสร้างจะต้องใช้สมบัติของการสะท้อน สมบัติของการเลื่อนขนาน และสมบัติของการหมุน

2.3 แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำผลงานออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียนพร้อมกับบอกวิธีการสร้าง

3. ขั้นสรุป

ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับการนำความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตไปใช้ และสรุปสาระสำคัญได้ดังนี้การนำความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตไปใช้ เป็นการนำสมบัติของการเลื่อนขนาน สมบัติของการสะท้อน สมบัติของการหมุน และเทคนิควิธีการต่างที่ใช้ในการแปลงทางเรขาคณิตมาสร้างสรรค์เป็นผลงานศิลปะหรือสร้างสรรค์ผลงานเพื่อใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวัน

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 4.11 การนำความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตไปใช้

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนออกแบบผลงานโดยใช้สมบัติของการสะท้อน สมบัติของการเลื่อนขนาน และสมบัติของการหมุนตามใจชอบคนละ 1 แบบ ครูสุ่มตัวแทนนำเสนอผลงานในชั้นเรียนฟัง

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน การทำแบบฝึกทักษะที่ 4.11 การนำความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตไปใช้

สื่อ/อุปกรณ์การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. กระดาษสี
2. กระดาษวาดเขียน
3. กรรไกร
4. กาว
5. แบบฝึกทักษะที่ 4.11 การนำความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตไปใช้
6. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ 1. นำสมบัติของการเลื่อนขนาน สมบัติของการสะท้อน สมบัติของการหมุนมาสร้างสรรค์เป็นผลงานศิลปะ หรือสร้างสรรค์ผลงานเพื่อใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - แบบฝึกทักษะที่ 4.11 การนำความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตไปใช้	- แบบฝึกทักษะที่ 4.11 การนำความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตไปใช้	- ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P1) 2. การเชื่อมโยง (P3) 3. การให้เหตุผล (P4) 4. การคิดสร้างสรรค์ (P5)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A1) 2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (P3) 3. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (P3) 4. ค้นหาลักษณะที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ และประยุกต์ใช้ลักษณะดังกล่าวเพื่อทำความเข้าใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ (A5)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้าน คุณลักษณะ	- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ 2 (ดี)

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 4.11

เรื่อง การนำความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตไปใช้

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

<u>คำชี้แจง</u> ให้ออกแบบงานศิลปะโดยนำสมบัติของการเลื่อนขนาน สมบัติของการสะท้อน สมบัติของการหมุนมาสร้างสรรค์เป็นผลงานพร้อมทั้งเขียนอธิบายวิธีการสร้าง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 43

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง สมบัติของเลขยกกำลัง **จำนวน 8 ชั่วโมง**

เรื่อง บทนิยามของเลขยกกำลัง **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/1 เข้าใจและใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มสามารถเขียนในรูปของการคูณซ้ำตามบทนิยามดังนี้บทนิยาม กำหนดให้ a เป็นจำนวนเต็มใด ๆ และ n เป็นจำนวนเต็มบวก

$$a^n = a \times a \times a \times \dots \times a$$

n ตัว

เรียก a ว่า ฐาน (base)

เรียก n ว่า เลขชี้กำลัง (exponent or index)

เรียก a^n ว่า เลขยกกำลัง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. อธิบายบทนิยามของเลขยกกำลัง

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (P4)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

สาระการเรียนรู้

$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n}$ เมื่อ a เป็นจานวนใด ๆ และ เป็นจำนวนเต็มบวก

เรียก a^n ว่าเลขยกกาลังที่มี a เป็นฐาน และ n เป็นเลขชี้กาลัง

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ 0 และ a เป็นจำนวนเต็มบวก

$a^0 = 1$ เมื่อ a เป็นจานวนใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ 0

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูสนทนาเกี่ยวกับเรื่องเลขยกกำลังที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วเพื่อตรวจสอบความรู้พื้นฐานของนักเรียน โดยวิธีการถามตอบกับนักเรียน

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูให้นักเรียนพิจารณาผลการคูณต่อไปนี้ว่ามีการเขียนคำตอบในลักษณะใด

1) $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^7$

2) $(-4) \times (-4) \times (-4) = (-4)^3$

2.2 ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายจากสิ่งที่พิจารณาข้างต้น จนได้ข้อสรุปว่าการเขียน $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^7$ หรือการเขียน $(-4) \times (-4) \times (-4) = (-4)^3$ ในรูป $(-4)^3$ เรียกว่า การเขียนจำนวนในรูปเลขยกกำลัง ครูแนะนำนักเรียนต่อว่า สำหรับ 3^7 เรียก 3 ว่า ฐาน และเรียก 7 ว่า เลขชี้กำลัง

สำหรับ $(-4)^3$ เรียก (-4) ว่า ฐาน และเรียก 3 ว่า เลขชี้กำลัง

2.3 ให้นักเรียนยกตัวอย่างการเขียนจำนวนในรูปเลขยกกำลัง โดยครูซักถามและเขียนบนกระดาน ครูซักถามนักเรียนถึงการเขียน $\underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ จำนวน}}$ สามารถเขียนแทนด้วยเลขยกกำลังได้อย่างไร (a^n)

2.4 ครูอธิบาย บทนิยาม $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ 0 และ a เป็นจำนวนเต็มบวก

<u>ตัวอย่าง</u> $4^{-2} = \frac{1}{4^2}$

$(-3)^{-4} = \frac{1}{(-3)^4}$

2.5 ครูอธิบาย บทนิยาม $a^0 = 1$ เมื่อ a เป็นจานวนใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ 0

<u>ตัวอย่าง</u> $9^0 = 1$

$(2.6)^0 = 1$

$\left(-\frac{2}{7}\right)^0 = 1$

3. ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทนิยามของเลขยกกำลังได้ดังนี้

ถ้า a เป็นจำนวนใด ๆ และ n เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ จำนวน}}$

ถ้า a เป็นจานวนจริงใด ๆ ที่ไม่เป็นศูนย์ n เป็นจานวนเต็มบวกแล้ว

1. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
2. $a^0 = 1$

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 4.1 เรื่อง บทนิยามของเลขยกกำลัง

5.ขั้นนำไปใช้

ครูนำเสนอตัวอย่างต่อไปนี้ให้นักเรียนสังเกต

ตัวอย่าง จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปเลขยกกำลัง

(1) 32 (2) 227 (3) 625

ครูเขียนจำนวนในรูปเลขยกกำลังในข้อแรกให้นักเรียนดู จะได้

(1) $32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$

ให้นักเรียนเขียนจำนวนในรูปเลขยกกำลังข้ออื่น ๆ โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง ต่อจากนั้นให้นักเรียนทำกิจกรรมตรวจสอบความเข้าใจ 1 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการร่วมกิจกรรม การตอบคำถาม สังเกตความกระตือรือร้นของนักเรียน และการทำแบบฝึกหัด แบบฝึกทักษะที่ 4.1 เรื่อง บทนิยามของเลขยกกำลัง

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 4.1 เรื่อง บทนิยามของเลขยกกำลัง
2. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถอธิบายบทนิยามของเลขยกกำลัง	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการทำกิจกรรม “ด้านไหนยาวเท่าไหร่” - ตรวจแบบฝึกทักษะที่ 4.1 เรื่อง บทนิยามของเลขยกกำลัง	- แบบฝึกทักษะที่ 4.1 เรื่อง บทนิยามของเลขยกกำลัง	ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 4.1

เรื่อง บทนิยามของเลขยกกำลัง

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

1. ให้นักเรียนเติมตารางต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

การคูณเลขยกกำลัง	เขียนการคูณเลขยกกำลังโดยใช้บทนิยาม	ผลคูณในรูปเลขยกกำลัง	เลขชี้กำลังของตัวตั้ง	เลขชี้กำลังของตัวคูณ	เลขชี้กำลังของผลคูณ
$2^2 \times 2^4$					
$(-5) \times (-5)^3$					
$(0.5)^3 \times (0.5)$					
$(6.2)^2 \times (6.2)^2$					
$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)$					
$a^2 \times a^4$					

2. จากตาราง ให้นักเรียนสังเกตและสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างเลขชี้กำลังของทั้งตัวตั้ง ตัวคูณ และผลคูณ (ในกรณีฐานของเลขยกกำลังเหมือนกัน)

.....

.....

.....

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 4.1

เรื่อง บทนิยามของเลขยกกำลัง

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

ให้นักเรียนเติมตารางต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

การคูณเลขยกกำลัง	เขียนการคูณเลขยกกำลังโดยใช้บทนิยาม	ผลคูณในรูปเลขยกกำลัง	เลขชี้กำลังของตัวตั้ง	เลขชี้กำลังของตัวคูณ	เลขชี้กำลังของผลคูณ
$2^2 \times 2^4$	$[2\times 2]\times[2\times 2\times 2\times 2]$	2^6	2	4	6
$(-5)\times(-5)^3$	$(-5)\times[(-5)\times(-5)\times(-5)]$	$(-5)^4$	1	3	4
$(0.5)^3\times(0.5)$	$[(0.5)\times(0.5)\times(0.5)]\times(0.5)$	$(0.5)^4$	3	1	4
$(6.2)^2\times(6.2)^2$	$[(6.2)\times(6.2)]\times[(6.2)\times(6.2)]$	$(6.2)^4$	2	2	4
$\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\frac{2}{3}\right)$	$\left[\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\right]\times\left(\frac{2}{3}\right)$	$\left(\frac{2}{3}\right)^3$	2	1	3
$a^2\times a^4$	$[a\times a]\times[a\times a\times a\times a]$	a^6	2	4	6

2. จากตาราง ให้นักเรียนสังเกตและสร้างข้อความเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างเลขชี้กำลังของทั้งตัวตั้ง ตัวคูณ และผลคูณ (ตัวอย่างการตอบ)

การคูณเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนเดียวกัน เลขชี้กำลังของผลคูณเท่ากับผลบวกของเลขชี้กำลังของตัวตั้งกับเลขชี้กำลังของตัวคูณ

การคูณเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนเดียวกัน เลขชี้กำลังของผลคูณเท่ากับผลบวกของเลขชี้กำลังของจำนวนที่นำมาคูณกัน

การคูณเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนเดียวกัน ผลคูณจะเป็นเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนนั้นและเลขชี้กำลังของผลคูณจะเท่ากับผลบวกของเลขชี้กำลังของตัวตั้งกับเลขชี้กำลังของตัวคูณ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 44

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง สมบัติของเลขยกกำลัง **จำนวน 8 ชั่วโมง**

เรื่อง การคูณเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/1 เข้าใจและใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

กำหนดให้ a, b แทนจำนวนใด ๆ ที่ $a \neq 0$ และ m, n แทนจำนวนเต็มใด ๆ

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. คูณเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (P4)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

สาระการเรียนรู้

การคูณเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนใด ๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์ และมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

กำหนดให้ a, b แทนจำนวนใด ๆ ที่ $a \neq 0$ และ m, n แทนจำนวนเต็มใด ๆ

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนการเขียนจำนวนในรูปเลขยกกำลังที่เรียนมาในชั่วโมงที่แล้วให้นักเรียนพิจารณาการหาคำตอบของตัวอย่างต่อไปนี้

$3^4 \times 3^3 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3) = 3^7$

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างจากขั้นทบทวนความรู้เดิม

$3^4 \times 3^3 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3) = 3^7 = 3^{4+3}$

2.2 ให้นักเรียนพิจารณาโจทย์ต่อไปนี้

1) $5^0 \times 5^3 = 1 \times 5^3 = 5^3 = 5^{0+3}$

2) $2^{-4} \times 2^0 = \frac{1}{2^4} \times 1 = 2^{-4} = 2^{(-4)+0}$

3) $3^3 \times 3^{-4} = 3^3 \times \frac{1}{3^4} = 3^{-1} = 3^{3+(-4)}$

2.3 ครูกล่าวว่าจากตัวอย่างข้อ 1), 2) และ 3) สามารถเติมลงในตารางได้ดังนี้

การคูณเลขยกกำลัง	ผลคูณในรูปเลขยกกำลัง	เลขชี้กำลังของตัวตั้ง	เลขชี้กำลัง ของตัวคูณ	เลขชี้กำลังของผลคูณ
$a^4 \times a^3$	a^7	4	3	7
$a^0 \times a^3$	a^3	0	3	3
$a^{-4} \times a^0$	a^{-4}	-4	0	-4
$a^3 \times a^{-4}$	a^{-1}	3	-4	-1

2.4 ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมในตาราง แล้วให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ระหว่างเลข ชี้กำลังของทั้งตัวตั้ง ตัวคูณ และผลคูณ เมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

3. ขั้นสรุป

3.1 ครูกล่าวว่า จากกิจกรรม จะเห็นได้ว่า ถ้าฐานของเลขยกกำลังที่คูณกันเป็นจำนวนเดียวกัน ที่ไม่เท่ากับศูนย์ และเลขชี้กำลังเป็นจานวนเต็ม แล้วผลคูณที่ได้สามารถเขียนอยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีฐานเป็น จำนวนเดิม และมีเลขชี้กำลังเท่ากับเลขชี้กำลังของตัวหาร ซึ่งเป็นไปตามสมบัติของการหารเลขยกกำลัง ดังนี้

กำหนดให้ a, b แทนจำนวนใด ๆ ที่ $a \neq 0$ และ m, n แทนจำนวนเต็มใด ๆ

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

3.2 ครูถามคำถามเพื่อสรุปความรู้รวบยอดของนักเรียน ดังนี้

- นักเรียนคิดว่าการคูณเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนเดียวกัน และมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มผลคูณที่ได้จะเป็นอย่างไร

  (แนวตอบ : ผลคูณที่ได้จะเป็นเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนเดิม และมีเลขชี้กำลังเท่ากับผลบวกของเลขชี้กำลังของเลขยกกำลังที่นำมาคูณกัน)

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 4.2 เรื่อง การคูณเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนเรียนรูปอย่างง่ายของจำนวนต่อไปนี้

$$a^{-3}b^{3}c^{-3}a^{4}b^{-4}c^{4}a^{5}b^{-5}c^{5}$$

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการร่วมกิจกรรม การตอบคำถาม สังเกตความกระตือรือร้นของนักเรียน และการทำแบบฝึกหัด แบบฝึกทักษะที่ 4.2 เรื่อง การคูณเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 4.2 เรื่อง การคูณเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม
2. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถคูณเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการทำกิจกรรม “ด้านไหนยาวเท่าไหร่” - ตรวจแบบฝึกทักษะที่ 4.2 เรื่อง การคูณเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	- แบบฝึกทักษะที่ 4.2 เรื่อง การคูณเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 4.2

เรื่อง การคูณเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนผลคูณในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

1) $3^4 \times 3^5$ = ...

2) $(-5)^6 \times (-5)^{-3}$ = ...

3) $(0.2)^{-8} \times (0.2)^2$ = ...

4) $\left(-\frac{1}{4}\right)^{-7} \times \left(-\frac{1}{4}\right)^{-5}$ = ...

5) $a^{-9} \times a^{11} \times a^{-4}$ = ...

กำหนดให้ a, b แทนจำนวนใด ๆ ที่ $a \neq 0$ และ m, n แทนจำนวนเต็มใด ๆ

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 45

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง สมบัติของเลขยกกำลัง **จำนวน 8 ชั่วโมง**

เรื่อง การหารเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/1 เข้าใจและใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

กำหนดให้ a, b แทนจำนวนใด ๆ ที่ $a \neq 0$ และ m, n แทนจำนวนเต็มใด ๆ

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. หารเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (P4)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

สาระการเรียนรู้

การหารเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนใด ๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์ และมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

กำหนดให้ a, b แทนจำนวนใด ๆ ที่ $a \neq 0$ และ m, n แทนจำนวนเต็มใด ๆ

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนการเขียนจำนวนในรูปเลขยกกำลังที่เรียนมาในชั่วโมงที่แล้วให้นักเรียนพิจารณาการหาคำตอบของตัวอย่างต่อไปนี้

$3^4 \times 3^3 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3) = 3^7$

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างจากขั้นทบทวนความรู้เดิม

$$\frac{3^5}{3^2} = \frac{3\times3\times3\times3\times3}{3\times3} = 3\times3\times3 = 3^3 = 3^{5-2}$$

2.2 ให้นักเรียนพิจารณา โจทย์ต่อไปนี้

1) $\frac{7^0}{7^4} = \frac{1}{7^4} = 7^{-4} = 7^{0-4}$

2) $\frac{2^{-7}}{2^0} = \frac{2^{-7}}{1} = 2^{-7} = 2^{-7-0}$

3) $\frac{5^6}{5^{-4}} = \frac{5^6}{\frac{1}{5^4}} = 5^{10} = 5^{6-(-4)}$

4) $\frac{8^{-2}}{8^{-5}} = \frac{8^5}{8^2} = 8^3 = 8^{-2-(-5)}$

2.3 ครูกล่าวว่าจากตัวอย่างข้อ 1), 2), 3) และ 4) สามารถเติมลงในตารางได้ดังนี้

การคูณเลขยกกำลัง	ผลคูณในรูปเลขยกกำลัง	เลขชี้กำลังของตัวตั้ง	เลขชี้กำลังของตัวคูณ	เลขชี้กำลังของผลคูณ
$\frac{a^5}{a^2}$	a^3	5	2	3
$\frac{a^0}{a^4}$	a^{-4}	0	4	-4
$\frac{a^{-7}}{a^0}$	a^{-7}	-7	0	-7
$\frac{a^6}{a^{-4}}$	a^{10}	6	-4	10
$\frac{a^{-2}}{a^{-5}}$	a^3	-2	-5	3

2.4 ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมในตาราง แล้วให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ระหว่างเลขชี้กำลังของทั้งตัวตั้ง ตัวคูณ และผลคูณ เมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

ระหว่างเลข ชี้กำลังของทั้งตัวตั้ง ตัวคูณ และผลคูณ เมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

3. ขั้นสรุป

ครูกล่าวว่า จากกิจกรรม จะเห็นได้ว่า ถ้าฐานของเลขยกกำลังที่หารกันเป็นจำนวน เดียวกันที่ไม่เท่ากับศูนย์ และเลขชี้กำลังเป็นจานวนเต็ม แล้วผลหารที่ได้สามารถเขียนอยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มี ฐานเป็นจำนวนเดิม และมีเลขชี้กำลังเป็นผลบวกของเลขชี้กำลังของตัวตั้งกับเลขชี้กำลังของตัวคูณ ซึ่งเป็นไป ตามสมบัติของการหารเลขยกกำลัง ดังนี้

กำหนดให้ a, b แทนจำนวนใด ๆ ที่ $a \neq 0$ และ m, n แทนจำนวนเต็มใด ๆ

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 4.3 เรื่อง การหารเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนเรียนรูปอย่างง่ายของจำนวนต่อไปนี้

$$\frac{(0.4)^{-7} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{11}}{\left(\frac{2}{5}\right)^{-8} \times (0.064)}$$

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการร่วมกิจกรรม การตอบคำถาม สังเกตความกระตือรือร้นของนักเรียน และการทำแบบฝึกหัด แบบฝึกทักษะที่ 4.3 เรื่อง การหารเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 4.3 เรื่อง การหารเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม
2. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถหารเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - ตรวจแบบฝึกทักษะที่ 4.3 เรื่อง การหารเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	- แบบฝึกทักษะที่ 4.3 เรื่อง การหารเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 4.3

เรื่อง การคูณหารยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

จงแสดงวิธีหาผลหารของจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

1) $\dfrac{5^{9}\times 5^{-6}}{5^{-10}\times 5^{2}}$

.....

.....

.....

.....

.....

2) $\dfrac{5^{7}}{6^{7}}\times 5^{-4}\times 6^{-1}$

.....

.....

.....

.....

.....

3) $\dfrac{7^{8a}\times 7^{-12a}}{7^{-6a}\times 7^{-3a}\times 7^{4a}}$

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 46

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง สมบัติของเลขยกกำลัง **จำนวน 8 ชั่วโมง**

เรื่อง สมบัติอื่น ๆ ของเลขยกกำลัง **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/1 เข้าใจและใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

1. เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ 0 , m และ n เป็นจำนวนเต็ม

$$\left(a^m\right)^n = a^{mn}$$

2. เมื่อ a และ b เป็นจำนวนใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ 0 และ n เป็นจำนวนเต็ม

$$\left(ab\right)^n = a^n b^n$$

3. เมื่อ a และ b เป็นจำนวนใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ 0 และ n เป็นจำนวนเต็ม

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. หาผลคูณและผลหารของเลขยกกำลังที่มีฐานอยู่ในรูปการคูณหรือการหารของ จำนวนหลาย ๆ จำนวนได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (P4)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

สาระการเรียนรู้

การคูณและการหารเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนใด ๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์ และมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม ต้องใช้สมบัติของเลขยกกำลังต่อไปนี้

1. เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ 0, m และ n เป็นจำนวนเต็ม

$$\left(a^m\right)^n = a^{mn}$$

2. เมื่อ a และ b เป็นจำนวนใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ 0 และ n เป็นจำนวนเต็ม

$$(ab)^n = a^n b^n$$

3. เมื่อ a และ b เป็นจำนวนใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ 0 และ n เป็นจำนวนเต็ม

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนสมบัติการคูณเลขยกกำลังและสมบัติการหารเลขยกกำลัง โดยให้นักเรียน พิจารณา $8^4, 14^3, \left(\frac{2}{7}\right)^4, \left(\frac{3}{4}\right)^{-5}$ และ $\left(\frac{2}{3}\right)^0$ ว่าเป็นเลขยกกำลังที่มีฐานและเลขชี้กำลังเท่าใด โดยสุ่มถามนักเรียนแล้วตรวจสอบว่าได้คำตอบถูกต้องเหมือนกันหรือไม่

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูกล่าวว่า จาก 8^4 เป็นเลขยกกำลังที่มี 8 เป็นฐาน และ 4 เป็นเลขชี้กำลัง เนื่องจากสามารถเขียนแทน 8 ด้วย 2^3 ดังนั้น 8^4 สามารถเขียนแทนด้วย $(2^3)^4$ และจะเห็นว่า $(2^3)^4$เป็นเลขยกกำลังที่มี 2^3 เป็นฐาน และ 4 เป็นเลขชี้กำลัง

$$\begin{aligned}(2^3)^4 &= 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \\ &= 2^{3+3+3+3} \\ &= 2^{12}\end{aligned}$$

ครูให้นักเรียนสังเกตผลลัพธ์ของเลขยกกำลัง จะเห็นว่า เลขชี้กำลังของผลลัพธ์เท่ากับผลคูณของเลขชี้กำลังของเลขยกกำลังที่เป็นฐานกับเลขชี้กำลังของเลขยกกำลังนั้น ซึ่งเป็นไปตามสมบัติของเลขยกกำลัง ดังนี้

เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ 0 m และ n เป็นจำนวนเต็ม

$$\left(a^m\right)^n = a^{mn}$$

2.2 ครูกล่าวว่า จาก 14^3เป็นเลขยกกำลังที่มี 14 เป็นฐาน และ 3 เป็นเลขชี้กำลัง เนื่องจากสามารถเขียนแทน 14 ด้วย 2×7 ดังนั้น 14^3สามารถเขียนแทนด้วย $(2\times7)^3$และจะเห็นว่า $(2\times7)^3$เป็นเลขยกกำลังที่มีฐานอยู่ในรูปการคูณของจำนวนสองจำนวนคือ 2×7และ 3 เป็นเลขชี้กำลัง

$$(2\times7)^3 = (2\times7)\times(2\times7)\times(2\times7)$$
$$= (2\times2\times2)\times(7\times7\times7)$$
$$= 2^3\times7^3$$

ครูให้นักเรียนสังเกตผลลัพธ์ของเลขยกกำลัง จะเห็นว่า เป็นไปตามสมบัติของเลขยกกำลัง ดังนี้

เมื่อ a และ b เป็นจำนวนใดๆ ที่ไม่เท่ากับ 0 และ n เป็นจำนวนเต็ม

$$(ab)^n = a^n b^n$$

2.3 ครูกล่าวว่า จาก $\left(\frac{2}{7}\right)^4$ เป็นเลขยกกำลังที่มี $\frac{2}{7}$เป็นฐาน และ 4 เป็นเลขชี้กำลัง

$$\left(\frac{2}{7}\right)^4 = \frac{2}{7}\times\frac{2}{7}\times\frac{2}{7}\times\frac{2}{7}$$
$$= \frac{2^4}{7^4}$$

จะได้ $\left(\frac{2}{7}\right)^4 = \frac{2^4}{7^4}$

จาก $\left(\frac{3}{4}\right)^{-5}$ เป็นเลขยกกำลังที่มี $\frac{3}{4}$เป็นฐาน และ -5 เป็นเลขชี้กำลัง

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-5} = \frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)^5}$$
$$= \frac{1}{\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}}$$
$$= \frac{1}{\frac{3^5}{4^5}}$$
$$= 1\times\frac{4^5}{3^5}$$
$$= \frac{4^5}{3^5}$$
$$= \frac{3^{-5}}{4^{-5}}$$

จาก $\left(\frac{2}{3}\right)^0$ เป็นเลขยกกำลังที่มี $\frac{2}{3}$เป็นฐาน และ 0 เป็นเลขชี้กำลัง

$$\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$$
$$= \frac{2^0}{3^0}$$

ครูให้นักเรียนสังเกตผลลัพธ์ของเลขยกกำลัง จะเห็นว่า เป็นไปตามสมบัติของเลขยกกำลัง ดังนี้

เมื่อ a และ b เป็นจำนวนใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ 0 และ n เป็นจำนวนเต็ม

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

3. ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปกิจกรรมให้ได้ตามสาระสำคัญว่า การคูณและการหารเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนใด ๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์ และมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม ต้องใช้สมบัติของเลขยกกำลังต่อไปนี้

1. เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ 0 m และ n เป็นจำนวนเต็ม

$$\left(a^m\right)^n = a^{mn}$$

2. เมื่อ a และ b เป็นจำนวนใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ 0 และ n เป็นจำนวนเต็ม

$$\left(ab\right)^n = a^n b^n$$

3. เมื่อ a และ b เป็นจำนวนใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ 0 และ n เป็นจำนวนเต็ม

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 4.4 เรื่อง สมบัติอื่น ๆ ของเลขยกกำลัง

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนเรียนแสดงวิธีการทำรูปอย่างง่ายของจำนวนต่อไปนี้

$$\left(\frac{-27m^7n^8}{-3mn^3}\right)^2 \times \left(\frac{m^6n^9}{3m^{-4}n^2}\right)^{-3}$$

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการร่วมกิจกรรม การตอบคำถาม สังเกตความกระตือรือร้นของนักเรียน และการทำแบบฝึกหัด แบบฝึกทักษะที่ 4.4 เรื่อง สมบัติอื่น ๆ ของเลขยกกำลัง

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 4.4 เรื่อง สมบัติอื่น ๆ ของเลขยกกำลัง
2. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถหารเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการทำกิจกรรม “ด้านไหนยาวเท่าไหร่” - ตรวจแบบฝึกทักษะที่ 4.4 เรื่อง สมบัติอื่น ๆ ของเลขยกกำลัง	- แบบฝึกทักษะที่ 4.4 เรื่อง สมบัติอื่น ๆ ของเลขยกกำลัง	ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 4.4

เรื่อง สมบัติอื่น ๆ ของเลขยกกำลัง

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

จงแสดงวิธีหาผลลัพธ์ของจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

1) $(3^5)^{-4}\times(3^6)^{-2}$

.....

.....

.....

.....

.....

2) $(5^{-8}\times7^5\times11^{-3})^{-4}$

.....

.....

.....

.....

.....

3) $\left(\frac{a}{b}\right)^{13m}\times a^{6m}\times b^{-12m}$ เมื่อ m แทนจำนวนจริงใดๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 49

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง สมบัติของเลขยกกำลัง **จำนวน 8 ชั่วโมง**

เรื่อง การเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/1 เข้าใจและใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

1การเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ คือการเขียนจำนวนใด ๆ ให้อยู่ในรูป $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. เขียนแสดงจานวนทีมีค่าน้อย ๆ หรือมาก ๆ ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (P4)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

สาระการเรียนรู้

จำนวนบวกที่มีค่ามาก ๆ หรือมีค่าน้อย ๆ ในทางวิทยาศาสตร์นิยมเขียนจำนวนดังกล่าวในรูป สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ ซึ่งมีรูปทั่วไปเป็น $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม เช่น

12,500,000,000,000 เขียนแทนด้วย 1.25×10^{13}

0.0000000037 เขียนแทนด้วย 3.7×10^{-9}

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูให้นักเรียนอ่านข้อความต่อไปนี้

- รัศมีของโลกมีความยาวประมาณ เมตร 6,370,000
- นักวิทยาศาสตร์ประมาณ มวลของโลกประมาณ 5,970,000,000,000,000,000,000,000 กิโลกรัม
- นักวิทยาศาสตร์ระบุว่าเส้นผ่านศูนย์กลางนิวเคลียสอะตอมไฮโดรเจนวัดได้ประมาณ 0.0000000000001เซนติเมตร

1.2 ครูกล่าวว่า จากข้อความที่ครูให้อ่านนั้น จะมีตัวเลขที่อ่านค่ายาก ดังนั้น จึงมีรูปแบบการเขียนตัวเลขอย่างหนึ่ง มักใช้โดยนักเรียนวิทยาศาสตร์ นักเรียนคณิตศาสตร์ หรือวิศวกร เพื่อให้สามารถเขียน จานวนที่มีขนาดใหญ่มากหรือน้อยมาก

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูกล่าวว่า จานวนที่มีค่ามาก ๆ หรือมีค่าน้อย ๆ ในทางวิทยาศาสตร์นิยมเขียนจานวน ดังกล่าวในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ ซึ่งมีรูปทั่วไปเป็น $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม

2.2 ครูยกตัวอย่างการเขียนตัวเลขแสดงค่าของจานวนที่มีค่ามาก

<u>ตัวอย่าง</u> จงเขียนจานวนแต่ละข้อต่อนี้ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

1) 13,500,000,000,000

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 13,500,000,000,000 &= 135\times10^{11} \\ &= (1.35\times10^{2})\times10^{11} \\ &= 1.35\times10^{2+11} \\ &= 1.35\times10^{12} \end{aligned}$$

ตอบ 1.35×10^{12}

2) $3,156\times10^{4}$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 3,156\times10^{4} &= 3.156\times1000\times10^{4} \\ &= 3.156\times10^{3}\times10^{4} \\ &= 3.156\times10^{7} \end{aligned}$$

ตอบ 3.156×10^{7}

2.3 ครูยกตัวอย่างการเขียนจานวนที่มีค่าน้อย ๆ ในรูปเลขยกกาลัง

<u>ตัวอย่าง</u> จงเขียนจานวนแต่ละข้อต่อนี้ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

1) 0.0052

วิธีทำ

$$0.0052 = 52 \times 0.0001$$
$$= 52 \times \frac{1}{10,000}$$
$$= 52 \times 10 \times \frac{1}{10^4}$$
$$= 52 \times 10^{1-4}$$
$$= 52 \times 10^{-3}$$

ตอบ 52×10^{-3}

2) 0.000016×10^{-3}

วิธีทำ

$$0.000016 \times 10^{-3} = 1.6 \times 0.00001 \times 10^{-3}$$
$$= 1.6 \times \frac{1}{100,000} \times 10^{-3}$$
$$= 1.6 \times \frac{1}{10^5} \times 10^{-3}$$
$$= 1.6 \times 10^{-5} \times 10^{-3}$$
$$= 1.6 \times 10^{-8}$$

ตอบ 1.6×10^{-8}

3. ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปกิจกรรมให้ได้ตามสาระสำคัญว่า การเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ คือการเขียนจำนวนใด ๆ ให้อยู่ในรูป $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 4.5 เรื่อง การเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

5.ขั้นนำไปใช้

ครูสุ่มให้นักเรียนแต่ละคนยกตัวอย่างจำนวนที่นำความรู้เรื่องสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ไปใช้

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการร่วมกิจกรรม การตอบคำถาม สังเกตความกระตือรือร้นของนักเรียน และการทำแบบฝึกหัด แบบฝึกทักษะที่ 4.5 เรื่อง การเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 4.5 เรื่อง การเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์
2. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถเขียนแสดงจานวนทีมีค่าน้อย ๆ หรือมาก ๆ ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - ตรวจแบบฝึกทักษะที่ 4.5 เรื่อง การเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์	- แบบฝึกทักษะที่ 4.5 เรื่อง การเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์	ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

กิจกรรมเสนอแนะเพิ่มเติม

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 4.5

เรื่อง การเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

<u>คำชี้แจง</u> : จงเขียนจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

1. 1,000,000 = ...
2. 24,000 = ...
3. 245 = ...
4. 736×10^{6} = ...
5. 68.5 = ...
6. 436.5×10^{3} = ...
7. $61\times10^{3}\times10^{4}$ = ...
8. 0.04×10^{2} = ...
9. 0.003×10^{7} = ...
10. $0.0021\times10^{8}\times10^{2}$ = ...
11. $0.0004\times10^{9}\times10^{-5}$ = ...
12. $0.000061\ \times10^{-3}x\ \times10^{4}$= .....

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 4.5

เรื่อง การเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

<u>คำชี้แจง</u> : จงเขียนจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

1. 1,000,000 = ...
2. 24,000 = 2.4×10^4
3. 245 = 2.45×10^2
4. 736×10^6 = 7.36×10^8
5. 68.5 = 6.85×10
6. 436.5×10^3 = 4.365×10^5
7. $61 \times 10^3 \times 10^4$ = 6.1×10^8
8. 0.04×10^2 = 4
9. 0.003×10^7 = 3×10^4
10. $0.0021 \times 10^8 \times 10^2$ = 2.1×10^7
11. $0.0004 \times 10^9 \times 10^{-5}$ = 4
12. $0.000061 \times 10^{-3x} \times 10^4$ = 6.1×10^{-4}

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 48

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง สมบัติของเลขยกกำลัง **จำนวน 8 ชั่วโมง**

เรื่อง การดำเนินการของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/1 เข้าใจและใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

1การเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ คือการเขียนจำนวนใด ๆ ให้อยู่ในรูป $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. แสดงการดำเนินการของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (P4)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

สาระการเรียนรู้

จำนวนบวกที่มีค่ามาก ๆ หรือมีค่าน้อย ๆ ในทางวิทยาศาสตร์นิยมเขียนจำนวนดังกล่าวในรูป สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ ซึ่งมีรูปทั่วไปเป็น $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม เช่น

12,500,000,000,000 เขียนแทนด้วย 1.25×10^{13}

0.0000000037 เขียนแทนด้วย 3.7×10^{-9}

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนการเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ คือการเขียนจำนวนใด ๆ ให้อยู่ในรูป $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม โดยการสุ่มนักเรียนออกมาเขียนสัญกรณ์วิทยาศาสตร์จากจำนวนที่กำหนดให้ เช่น 8530 และ 670

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูยกตัวอย่างการบวกและลบจำนวนที่อยู่ในรูปของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

ตัวอย่างที่ 1)

$$\begin{aligned}(8.53\times10^3)+(6.7\times10^2) &= (85.3\times10^2)+(6.7\times10^2)\\ &= (85.3+6.7)\times10^2\\ &= 92\times10^2\\ &= 9.2\times10^3\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2)

$$\begin{aligned}(1.44\times10^{-6})-(8.9\times10^{-8}) &= (1.44\times10^{-6})-(0.089\times10^{-6})\\ &= (1.44-0.089)\times10^{-6}\\ &= 1.351\times10^{-6}\end{aligned}$$

2.2 ครูยกตัวอย่างการคูณและหารจำนวนที่อยู่ในรูปของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

ตัวอย่างที่ 1)

$$\begin{aligned}(9.5\times10^6)\times(1.2\times10^{-9}) &= (9.5\times1.2)\times10^{6+(-9)}\\ &= 11.4\times10^{-3}\\ &= 1.14\times10^{-2}\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2)

$$\begin{aligned}\left(3.2\times10^{-4}\right)\div\left(4\times10^{-2}\right) &= \frac{3.2\times10^{-4}}{4\times10^{-2}}\\ &= 0.8\times10^{-2}\\ &= 8\times10^{-3}\end{aligned}$$

3. ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปกิจกรรมให้ได้ตามสาระสำคัญว่า การเขียนจำนวนให้อยู่ในรูป สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ คือการเขียนจำนวนใด ๆ ให้อยู่ในรูป $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 4.6 เรื่อง การดำเนินการของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

5.ขั้นนำไปใช้

ครูสุ่มให้นักเรียนแต่ละคนยกตัวอย่างจำนวนที่นำความรู้เรื่องสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ไปใช้

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการร่วมกิจกรรม การตอบคำถาม สังเกตความกระตือรือร้นของนักเรียน และการทำแบบฝึกหัด แบบฝึกทักษะที่ 4.6 เรื่อง การดำเนินการของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 4.6 เรื่อง การดำเนินการของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์
2. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถเขียนแสดงจานวนทีมีค่าน้อย ๆ หรือมาก ๆ ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - ตรวจแบบฝึกทักษะที่ 4.6 เรื่อง การดำเนินการของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์	- แบบฝึกทักษะที่ 4.6 เรื่อง การดำเนินการของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์	ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 4.6

เรื่อง การดำเนินการของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

1. แสดงวิธีหาผลบวกของจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้และเขียนผลลัพธ์ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

1) $(5.6 \times 10^{3}) + (1.07 \times 10^{4})$

.....

.....

.....

.....

.....

2) $(3.82 \times 10^{7}) + (4.51 \times 10^{5})$

.....

.....

.....

.....

.....

2. แสดงวิธีหาผลลบของจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้และเขียนผลลัพธ์ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

1) $(8.4 \times 10^{6}) - (2.7 \times 10^{5})$

.....

.....

.....

.....

.....

2) $(6.9 \times 10^{4}) - (1.52 \times 10^{2})$

.....

.....

.....

.....

.....

3. แสดงวิธีหาผลคูณของจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้และเขียนผลลัพธ์ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

1) $(6 \times 10^{3}) \times (1.8 \times 10^{-6})$

.....

.....

.....

.....

.....

2) $(4.6 \times 10^{-5}) \times (2.5 \times 10^{9})$

.....

.....

.....

.....

.....

4. แสดงวิธีหาผลหารของจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้และเขียนผลลัพธ์ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

1) $(1.4 \times 10^{5}) \div (5 \times 10^{7})$

.....

.....

.....

.....

.....

2) $(8 \times 10^{-6}) \div (0.2 \times 10^{-8})$

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 49

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง สมบัติของเลขยกกำลัง **จำนวน 8 ชั่วโมง**

เรื่อง การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/1 เข้าใจและใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับเลขยกกำลังจะต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับบทนิยามของเลขยกกำลัง สมบัติของเลขยกกำลัง และสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. นำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (P4)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

สาระการเรียนรู้

จำนวนบวกที่มีค่ามาก ๆ หรือมีค่าน้อย ๆ ในทางวิทยาศาสตร์นิยมเขียนจำนวนดังกล่าวในรูป สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ ซึ่งมีรูปทั่วไปเป็น $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม เช่น

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนการเขียนจานวนที่มีค่ามาก ๆ หรือมีค่าน้อย ๆ รูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ พร้อมกับให้นักเรียนยกตัวอย่าง

$A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูกล่าวว่าจากสัญกรณ์วิทยาศาสตร์นักเรียนจะสังเกตเห็นว่า การเขียนแสดงจำนวนที่มีค่ามาก ๆ หรือมีค่าน้อย ๆ จะดูยุ่งยากและซับซ้อน ดังนั้นจึงมีการกำหนดคำนำหน้าหน่วยขึ้นเพื่อให้การเขียนแสดงจำนวน เหล่านั้นดูสั้นและกระชับ เรียกว่า “ระบบ SI”

2.2 ครูกล่าวว่า ระบบ SI ที่ถูกย่อมาจากคาว่า The International System of Units หมายถึง ระบบ สมัยใหม่ที่ใช้สำหรับการวัดทางวิทยาศาสตร์ในเชิงเมตริก ตัวอย่างหน่วยฐาน SI ได้แก่ เมตร กิโลกรัม วินาที แอมแปร์ ฯลฯ เป็นต้น ตัวอย่างของหน่วยอนุพันธ์ SI เช่น ตารางเมตร ลูกบาศก์เมตร เมตรต่อวินาที ฯลน เป็น ต้น และคำนำหน้าระบบ SI ตัวอย่าง ดังนี้

ตัวคูณที่เทียบเท่า	คำอ่าน	คำนำหน้า หน่วยในระบบ SI	สัญลักษณ์ย่อ	ค่าประจำหลัก
10^{12}	ล้านล้าน	เทระ	T	1,000,000,000,000
10^{9}	พันล้าน	จิกะ	G	1,000,000,000
10^{6}	ล้าน	เมกะ	M	1,000,000
10^{3}	พัน	กิโล	k	1,000
10^{-3}	ส่วนในพันส่วน	มิลลิ	m	$0.001 = \frac{1}{1,000}$
10^{-6}	ส่วนในล้านส่วน	ไมโคร	μ	$0.000001 = \frac{1}{1,000,000}$
10^{-9}	ส่วนในพันล้านส่วน	นาโน	N	$0.000000001 = \frac{1}{1,000,000,000}$
10^{-12}	ส่วนในล้านล้านส่วน	พิโก	P	$0.000000000001 = \frac{1}{1,000,000,000,000}$

2.3 ครูยกตัวอย่างการเปลี่ยนคำนำหน้าหน่วย ดังนี้

แบคทีเรียมีความยาว เมตร เราจะเขียนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ได้ดังนี้

0.000002 เมตร = 2×10^{-6} เมตร (อ่านตามระบบ SI ได้ว่า 2 ไมโครเมตร)

2.4 ครูยกตัวอย่าง การใช้เลขยกกำลังแสดงจำนวนในชีวิตประจำวัน

ตัวอย่าง

1. ในปี ค.ศ. 2001 นักวิจัยชาวจีนได้พัฒนาท่อนาโนคาร์บอนที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางขนาดเล็ก มากถึง 33×10^{-7} เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นผม ถ้าเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 100×10^{-6} เมตร ท่อนาโนคาร์บอนที่นักวิจัยชาวจีนพัฒนาขึ้นจะมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาวกี่เมตร

วิธีทำ โจทย์กำหนด

ท่อนาโนคาร์บอนที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางขนาดเล็กมากถึง 33×10^{-7} เท่าของขนากเส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นผม

เส้นผมมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 100×10^{-6}เมตร

ดังนั้น ท่อนาโนคาร์บอนที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว

$$\begin{aligned}\left(33\times10^{-7}\right)\times\left(100\times10^{-6}\right) &= 33\times10^{-7}\times10^{2}\times10^{-6}\\ &= 33\times10^{(-7)+2+(-6)}\\ &= 33\times10^{-11}\\ &= 3.3\times10^{-10}\end{aligned}$$

ตอบ 3.3×10^{-10} หรือ 0.33 นาโนเมตร

3. ขั้นสรุป

การแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับเลขยกกำลังจะต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับบทนิยามของเลขยกกำลัง สมบัติของเลขยกกำลัง และสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 4.7 เรื่อง การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา

5.ขั้นนำไปใช้

ครูสุ่มให้นักเรียนแต่ละคนยกตัวอย่างเกี่ยวกับการนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้แก้ปัญหาเรื่องใดได้อีกบ้าง

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการร่วมกิจกรรม การตอบคำถาม สังเกตความกระตือรือร้นของนักเรียน และการทำแบบฝึกหัด แบบฝึกทักษะที่ 4.7 เรื่อง การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 4.7 เรื่อง การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา
2. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถเขียนแสดงจานวนทีมีค่าน้อย ๆ หรือมาก ๆ ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - ตรวจแบบฝึกทักษะที่ 4.7 เรื่อง การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา	- แบบฝึกทักษะที่ 4.7 เรื่อง การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา	ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 4.7

เรื่อง การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

1) สวนน้ำ Wonderland ขายบัตรสมาชิกรายปี ราคาใบละ 2.09×10^3 ได้จำนวน 1.56×10^4 ใบ สวนน้ำจะได้เงินทั้งหมดกี่บาท

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) บริษัทยาสีฟันขายยาสีฟันชนิดเจลได้ 3.7415×10^5หลอด และขายยาสีฟันชนิดครีมได้มากกว่ายาสีฟันชนิดเจล 5.345×10^4หลอด อัตราส่วนของจำนวนยาสีฟันชนิดเจลต่อจำนวนยาสีฟันชนิดครีมเป็นเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) รายได้จากการท่องเที่ยวเมืองรอง ระหว่างเดือนมกราคมถึงเดือนพฤษภาคม ปี พ.ศ. 2561 โดยกระทรวงการท่องเที่ยวและกีฬา จังหวัดที่มีรายได้สูงสุด ได้แก่ จังหวัดเชียงราย 8.99×10^9บาท จังหวัดนครศรีธรรมราช 7.68×10^9บาท และจังหวัดสตูล 5.37×10^9ทั้งสามจังหวัดทำรายได้รวมกันกี่ล้านบาท

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 50

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง สมบัติของเลขยกกำลัง **จำนวน 8 ชั่วโมง**

เรื่อง การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/1 เข้าใจและใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับเลขยกกำลังจะต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับบทนิยามของเลขยกกำลัง สมบัติของเลขยกกำลัง และสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. นำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (P4)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

สาระการเรียนรู้

จำนวนบวกที่มีค่ามาก ๆ หรือมีค่าน้อย ๆ ในทางวิทยาศาสตร์นิยมเขียนจำนวนดังกล่าวในรูป สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ ซึ่งมีรูปทั่วไปเป็น $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม เช่น

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนการเขียนจานวนที่มีค่ามาก ๆ หรือมีค่าน้อย ๆ รูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ พร้อมกับให้นักเรียนยกตัวอย่าง

$A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูกล่าวว่าจากสัญกรณ์วิทยาศาสตร์นักเรียนจะสังเกตเห็นว่า การเขียนแสดงจำนวนที่มีค่ามาก ๆ หรือมีค่าน้อย ๆ จะดูยุ่งยากและซับซ้อน ดังนั้นจึงมีการกำหนดคำนำหน้าหน่วยขึ้นเพื่อให้การเขียนแสดงจำนวน เหล่านั้นดูสั้นและกระชับ เรียกว่า “ระบบ SI”

2.2 ครูกล่าวว่า ระบบ SI ที่ถูกย่อมาจากคาว่า The International System of Units หมายถึง ระบบ สมัยใหม่ที่ใช้สำหรับการวัดทางวิทยาศาสตร์ในเชิงเมตริก ตัวอย่างหน่วยฐาน SI ได้แก่ เมตร กิโลกรัม วินาที แอมแปร์ ฯลฯ เป็นต้น ตัวอย่างของหน่วยอนุพันธ์ SI เช่น ตารางเมตร ลูกบาศก์เมตร เมตรต่อวินาที ฯลน เป็น ต้น และคำนำหน้าระบบ SI ตัวอย่าง ดังนี้

ตัวคูณที่เทียบเท่า	คำอ่าน	คำนำหน้า หน่วยในระบบ SI	สัญลักษณ์ย่อ	ค่าประจำหลัก
10^{12}	ล้านล้าน	เทระ	T	1,000,000,000,000
10^{9}	พันล้าน	จิกะ	G	1,000,000,000
10^{6}	ล้าน	เมกะ	M	1,000,000
10^{3}	พัน	กิโล	k	1,000
10^{-3}	ส่วนในพันส่วน	มิลลิ	m	$0.001 = \frac{1}{1,000}$
10^{-6}	ส่วนในล้านส่วน	ไมโคร	μ	$0.000001 = \frac{1}{1,000,000}$
10^{-9}	ส่วนในพันล้านส่วน	นาโน	N	$0.000000001 = \frac{1}{1,000,000,000}$
10^{-12}	ส่วนในล้านล้านส่วน	พิโก	P	$0.000000000001 = \frac{1}{1,000,000,000,000}$

2.3 ครูยกตัวอย่างการเปลี่ยนคำนำหน้าหน่วย ดังนี้

แบคทีเรียมีความยาว เมตร เราจะเขียนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ได้ดังนี้

0.000002 เมตร = 2×10^{-6} เมตร (อ่านตามระบบ SI ได้ว่า 2 ไมโครเมตร)

2.4 ครูยกตัวอย่าง การใช้เลขยกกำลังแสดงจำนวนในชีวิตประจำวัน

ตัวอย่าง

1. ในปี ค.ศ. 2001 นักวิจัยชาวจีนได้พัฒนาท่อนาโนคาร์บอนที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางขนาดเล็ก มากถึง 33×10^{-7} เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นผม ถ้าเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 100×10^{-6} เมตร ท่อนาโนคาร์บอนที่นักวิจัยชาวจีนพัฒนาขึ้นจะมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาวกี่เมตร

วิธีทำ โจทย์กำหนด

ท่อนาโนคาร์บอนที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางขนาดเล็กมากถึง 33×10^{-7} เท่าของขนากเส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นผม

เส้นผมมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 100×10^{-6}เมตร

ดังนั้น ท่อนาโนคาร์บอนที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว

$$\begin{aligned}\left(33\times10^{-7}\right)\times\left(100\times10^{-6}\right) &= 33\times10^{-7}\times10^{2}\times10^{-6}\\ &= 33\times10^{(-7)+2+(-6)}\\ &= 33\times10^{-11}\\ &= 3.3\times10^{-10}\end{aligned}$$

ตอบ 3.3×10^{-10} หรือ 0.33 นาโนเมตร

3. ขั้นสรุป

การแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับเลขยกกำลังจะต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับบทนิยามของเลขยกกำลัง สมบัติของเลขยกกำลัง และสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 4.7 เรื่อง การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา

5.ขั้นนำไปใช้

ครูสุ่มให้นักเรียนแต่ละคนยกตัวอย่างเกี่ยวกับการนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้แก้ปัญหาเรื่องใดได้อีกบ้าง

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการร่วมกิจกรรม การตอบคำถาม สังเกตความกระตือรือร้นของนักเรียน และการทำแบบฝึกหัด แบบฝึกทักษะที่ 4.7 เรื่อง การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 4.7 เรื่อง การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา
2. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถเขียนแสดงจานวนทีมีค่าน้อย ๆ หรือมาก ๆ ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - ตรวจแบบฝึกทักษะที่ 4.7 เรื่อง การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา	- แบบฝึกทักษะที่ 4.7 เรื่อง การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา	ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 4.7

เรื่อง การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

1) สวนน้ำ Wonderland ขายบัตรสมาชิกรายปี ราคาใบละ 2.09×10^3 ได้จำนวน 1.56×10^4 ใบ สวนน้ำจะได้เงินทั้งหมดกี่บาท

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) บริษัทยาสีฟันขายยาสีฟันชนิดเจลได้ 3.7415×10^5หลอด และขายยาสีฟันชนิดครีมได้มากกว่ายาสีฟันชนิดเจล 5.345×10^4หลอด อัตราส่วนของจำนวนยาสีฟันชนิดเจลต่อจำนวนยาสีฟันชนิดครีมเป็นเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) รายได้จากการท่องเที่ยวเมืองรอง ระหว่างเดือนมกราคมถึงเดือนพฤษภาคม ปี พ.ศ. 2561 โดยกระทรวงการท่องเที่ยวและกีฬา จังหวัดที่มีรายได้สูงสุด ได้แก่ จังหวัดเชียงราย 8.99×10^9บาท จังหวัดนครศรีธรรมราช 7.68×10^9บาท และจังหวัดสตูล 5.37×10^9ทั้งสามจังหวัดทำรายได้รวมกันกี่ล้านบาท

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 51

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง พหุนาม **จำนวน 10 ชั่วโมง**

เรื่อง เอกนาม **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/1 เข้าใจหลักการการดำเนินการของพหุนามและใช้พหุนามในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สาระสำคัญ

นิพจน์ที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการคูณของค่าคงตัวกับตัวแปรตั้งแต่หนึ่งตัวขึ้นไป และเลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นศูนย์หรือจำนวนเต็มบวกเรียกว่า เอกนาม

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่านิพจน์ใดเป็นเอกนาม
2. บอกสัมประสิทธิ์และดีกรีของเอกนามได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (P4)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

สาระการเรียนรู้

นิพจน์ที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการคูณของค่าคงตัวกับตัวแปรตั้งแต่หนึ่งตัวขึ้นไป และเลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นศูนย์หรือจำนวนเต็มบวกเรียกว่า เอกนาม

ตัวอย่าง

7	เป็นเอกนาม
$-2x$	เป็นเอกนาม

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1) 7 คูณกับจำนวนหนึ่ง

2) จำนวนจำนวนหนึ่งคูณกับ $\frac{2}{5}$

3) 6 คูณกับกำลังสองของจำนวนจำนวนหนึ่ง

4) กำลังสองของจำนวนจำนวนหนึ่งคูณกับ $-\frac{4}{7}$

จากข้อความนี้ ไม่ได้ระบุว่าจำนวนจำนวนหนึ่งที่กล่าวถึงนั้นเป็นจำนวนใด นิยมใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษ เช่น x แทนจำนวนนั้น และเขียนข้อความข้างต้นในรูปสัญลักษณ์ ได้ดังนี้

1) 7 คูณกับจำนวนหนึ่งเขียนในรูปสัญลักษณ์ ได้เป็น

$7 \times x$ หรือ $x \times 7$ หรือ $7x$

2) จำนวนจำนวนหนึ่งคูณกับ $\frac{2}{5}$ เขียนในรูปสัญลักษณ์ ได้เป็น

$x \times \frac{2}{5}$ หรือ $\frac{2}{5} \times x$ หรือ $\frac{2}{5}x$

3) 6 คูณกับกำลังสองของจำนวนจำนวนหนึ่ง เขียนในรูปสัญลักษณ์ ได้เป็น

$6 \times x^2$ หรือ $x^2 \times 6$ หรือ $6x^2$

4) กำลังสองของจำนวนจำนวนหนึ่งคูณกับ $-\frac{4}{7}$ เขียนในรูปสัญลักษณ์ ได้เป็น

$x^2 \times -\frac{4}{7}$ หรือ $-\frac{4}{7} \times x^2$ หรือ $-\frac{4}{7}x^2$

1.2 ครูอธิบายว่าข้อความที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ข้างต้นประกอบด้วยตัวเลขและตัวอักษร เรียกตัวเลขว่า ค่าคงตัว และตัวอักษรว่า ตัวแปร

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูกล่าวว่า ถ้าให้ x และ y เป็นตัวแปร ข้อความที่เขียนอยู่ในรูปสัญลักษณ์ เช่น 3 , $7x$, x^2 , $x + 2$, $x + y - 5$ เป็น นิพจน์

2.2 ครูแนะนำนักเรียนว่านิพจน์ที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการคูณของค่าคงตัวกับตัวแปร ตั้งแต่หนึ่งตัวขึ้นไป และเลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นศูนย์หรือจานวนเต็มบวก เรียกว่า **เอกนาม** แล้วให้นักเรียนยกตัวอย่างเอกนาม คนละ 1 เอกนาม

2.3 จากเอกนามที่แต่ละคนยกตัวอย่าง ครูอธิบายส่วนประกอบของเอกนามว่ามี 2 ส่วน ได้แก่ ส่วนที่เป็นค่าคงตัวเรียกว่า **สัมประสิทธิ์ของเอกนาม** เขียนโดยย่อว่า ส.ป.ส. และส่วนที่เป็นตัวแปรหรืออยู่ในรูปการคูณของตัวแปร โดยผลบวกของเลขชี้กำลังของตัวแปรทั้งหมดในเอกนาม เรียกว่า **ดีกรีของเอกนาม**

เช่น $6x$ มีสัมประสิทธิ์เป็น 6

$-3y^7$ มีสัมประสิทธิ์เป็น -3

2.4 ครูเขียนโจทย์บนกระดาน แล้วสุ่มนักเรียนออกมาบอกส่วนประกอบของเอกนามและ นักเรียนร่วมกันตรวจคำตอบ

2.5 ครูกล่าวว่า ในการเขียนการคูณกันระหว่างค่าคงตัวกับตัวแปรหลาย ๆ ตัวนั้น จะมีวิธีการ เขียนได้หลายแบบแต่รูปที่นิยมเขียนจะใช้รูปที่สั้นและกะทัดรัด การคูณกันระหว่างค่าคงตัวกับตัวแปรนิยมเขียน ดังนี้

1) กรณีที่มีค่าคงตัวมากกว่า 1 ตัว ให้หาผลคูณของค่าคงตัวก่อน แล้วเขียนผลลัพธ์ไว้หน้าตัวแปร

เช่น $2\times3\times4\times x$ เขียนได้เป็น $24x$

2) กรณีที่มีตัวแปรมากกว่า 1 ตัว ให้เขียนเรียงลำดับตัวอักษรและเขียนเรียงชิดติดกันไปและใช้รูปเลขยกกำลังถ้ามีตัวแปรซ้ำกัน

เช่น $\frac{7}{5}\times m\times m\times n$ เขียนได้เป็น $\frac{7}{5}m^2n$

$3\times a\times b\times a\times b\times c\times4$ เขียนได้เป็น $12a^2b^2c$

3) กรณีที่ค่าคงตัวเป็น 1 ไม่ต้องเขียนค่าคงตัว ถ้าค่าคงตัวเป็น -1 ให้เขียนเฉพาะเครื่องหมายลบหน้า ตัวแปรทั้งหมด

เช่น $1\times x\times y$ เขียนได้เป็น xy

$(-1)\times y\times z\times x$ เขียนได้เป็น $-xyz$

2.6 ครูยกตัวอย่างของนิพจน์ที่เป็นเอกนาม และนิพจน์ที่ไม่เป็นเอกนามให้นักเรียนพิจารณา

<u>ตัวอย่างของนิพจน์ที่เป็นเอกนาม</u>

$5x$ เป็นเอกนาม เพราะอยู่ในรูปการคูณกันของค่าคงตัว 5 กับตัวแปร x เลขชี้กำลังของตัวแปรเป็น 1

$-4xyz^2$ เป็นเอกนาม เพราะอยู่ในรูปการคูณกันของค่าคงตัว -4 กับตัวแปร x, y, z เลขชี้กำลังของตัวแปรทุกตัวเป็นจานวนเต็มบวก

a^3b^2c เป็นเอกนาม เพราะอยู่ในรูปการคูณกันของค่าคงตัว 1 กับตัวแปร a, b, c เลขชี้กำลังของตัวแปรทุกตัวเป็นจานวนเต็มบวก

0 เป็นเอกนาม เพราะอยู่ในรูป $0\times a$ ซึ่งเป็นการคูณกันของค่าคงตัว 0 กับตัวแปรใด ๆ (a) เลขชี้กำลังเป็นจานวนเต็มบวก

<u>ตัวอย่างของนิพจน์ที่ไม่เป็นเอกนาม</u>

$4x^{-1}y$ ไม่เป็นเอกนาม เพราะเลขชี้กำลังของตัวแปร x เป็น -1

$\frac{x}{y}$ ไม่เป็นเอกนาม เพราะเปลี่ยนให้อยู่ในรูปการคูณจะได้ xy^{-1} เลขชี้กำลังของ y เป็น -1

$2-3x$ ไม่เป็นเอกนาม เพราะเปลี่ยนให้อยู่ในรูปการคูณกันไม่ได้

$a + b + c$ ไม่เป็นเอกนาม เพราะเปลี่ยนให้อยู่ในรูปการคูณกันไม่ได้

2.7 ครูอธิบายเกี่ยวกับสัมประสิทธิ์และดีกรีของเอกนาม ว่าเอกนามประกอบด้วย 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นค่าคงตัว และส่วนที่อยู่ในรูปการคูณกันของตัวแปร ส่วนที่เป็นค่าคงตัว เรียกว่า สัมประสิทธิ์ของเอก นาม และผลบวกของเลขชี้กำลังของตัวแปรทุกตัวในเอกนามจะเรียกว่า **ดีกรีของเอกนาม**

ตัวอย่าง

$-(4)x^6y^5z$	มีสัมประสิทธิ์ คือ -4	มีดีกรี เท่ากับ 6 + 5 + 1 = 12
$2x^7y^{64}$	มีสัมประสิทธิ์ คือ 2	มีดีกรี เท่ากับ 7 + 64 = 71
xyz	มีสัมประสิทธิ์ คือ 1	มีดีกรี เท่ากับ 1 + 1 + 1 = 3
42	มีสัมประสิทธิ์ คือ 42	มีดีกรี เท่ากับ 0

2.8 ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า สำหรับเอกนาม 0 ไม่สามารถบอกดีกรีที่แน่นอนได้ เพราะ 0 สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการคูณกันของค่าคงตัว 0 กับตัวแปรใด ๆ ก็ได้ เช่น $0 \square a^5$ หรือ $0 \square a^7$ ดังนั้น ดีกรีของเอกนาม 0 จึงกำหนดไม่ได้

2.9 เอกนามที่เป็นค่าคงตัวที่ไม่ใช่ศูนย์ จะมีดีกรีเป็น 0 ทั้งหมด เพราะจัดให้อยู่ในรูปการคูณกับตัวแปรใด ๆ ก็ได้ที่มีเลขชี้กำลังเป็น 0 หรือตัวแปรกี่ตัวก็ได้ที่มีเลขชี้กำลังของตัวแปรทุกตัวเป็น 0 เช่น $3x^0$, $3x^0y^0$, $3a^0$ มีค่าเท่ากับ 3 ทั้งหมด

3. ขั้นสรุป

นักเรียนช่วยกันสรุปความหมายของเอกนาม ดังนี้ นิพจน์ที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการคูณของค่าคงตัวกับตัวแปรตั้งแต่หนึ่งตัวขึ้นไป และเลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นศูนย์หรือจำนวนเต็มบวก เรียกว่า เอกนาม

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 6.1 เรื่อง เรื่องเอกนาม

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนยกตัวอย่างเอกนามมาคนละ 1 เอกนาม

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากประเมินผลจากการร่วมกิจกรรม การตอบคำถาม สังเกตความกระตือรือร้นของนักเรียน และการทำแบบฝึกหัด แบบฝึกทักษะที่ 6.1 เรื่อง การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 6.1 เรื่อง การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา
2. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ 1. บอกได้ว่านิพจน์ใดเป็นเอกนาม 2. บอกสัมประสิทธิ์และดีกรีของเอกนามได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - ตรวจแบบฝึกทักษะที่ 6.1 เรื่อง การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา	- แบบฝึกทักษะที่ 6.1 เรื่อง การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา	ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

แบบฝึกทักษะที่ 6.1

เรื่อง เอกนาม

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

<u>คำชี้แจง</u> : ให้นักเรียนพิจารณานิพจน์ต่อไปนี้เป็นเอกนามหรือไม่ เพราะเหตุใด

1. $4a^2b^3$ .....
2. $-0.17a^4b^3$ .....
3. $\frac{x^5}{y^{-3}}$ .....
4. $\frac{a}{b}$ .....
5. x + y .....
6. 2x – 3y .....
7. a -3b .....
8. a -5 .....
9. $\frac{2x-5y}{x+y}$ .....
10. 4+x .....
11. $\frac{a+b}{3}$ .....
12. a + b + c .....
13. $\frac{1}{a+b}$ .....
14. $\frac{x-y-z}{2}$ .....
15. 3 .....

เฉลย แบบฝึกทักษะที่ 6.1

เรื่อง เอกนาม

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

<u>คำชี้แจง</u> : ให้นักเรียนพิจารณานิพจน์ต่อไปนี้เป็นเอกนามหรือไม่ เพราะเหตุใด

1. $4a^2b^3$ เป็นเอกนาม เพราะ มีเลขชี้กำลังของตัวแปร a, b เป็น 2 และ 3
2. $-0.17a^4b^3$ เป็นเอกนาม เพราะ มีเลขชี้กำลังของตัวแปร a, b เป็น 2 และ 3
3. $\frac{x^5}{y^{-3}}$ เป็นเอกนาม เพราะ มีเลขชี้กำลังของตัวแปร x, y เป็น 5 และ 3
4. $\frac{a}{b}$ ไม่เป็นเอกนาม เพราะ มีเลขชี้กำลังของตัวแปร b เป็น -1
5. x+y ไม่เป็นเอกนาม เพราะไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการคูณกันของค่าคงตัวกับตัวแปร
6. 2x-3y ไม่เป็นเอกนาม เพราะไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการคูณกันของค่าคงตัวกับตัวแปร
7. a-3b ไม่เป็นเอกนาม เพราะไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการคูณกันของค่าคงตัวกับตัวแปร
8. a-5 ไม่เป็นเอกนาม เพราะไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการคูณกันของค่าคงตัวกับตัวแปร
9. $\frac{2x-5y}{x+y}$ ไม่เป็นเอกนาม เพราะไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการคูณกันของค่าคงตัวกับตัวแปร
10. 4+x ไม่เป็นเอกนาม เพราะไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการคูณกันของค่าคงตัวกับตัวแปร
11. $\frac{a+b}{3}$ ไม่เป็นเอกนาม เพราะไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการคูณกันของค่าคงตัวกับตัวแปร
12. a+b+c ไม่เป็นเอกนาม เพราะไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการคูณกันของค่าคงตัวกับตัวแปร
13. $\frac{1}{a+b}$ ไม่เป็นเอกนาม เพราะไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการคูณกันของค่าคงตัวกับตัวแปร
14. $\frac{x-y-z}{2}$ ไม่เป็นเอกนาม เพราะไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการคูณกันของค่าคงตัวกับตัวแปร
15. 3 เป็นเอกนาม เพราะสามารถเขียน 3 ได้เป็น $3 \bullet x^0$ มี 3 เป็นค่าคงตัว x เป็นตัวแปรที่มีเลขชี้กำลังเป็น 0

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 52

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง พหุนาม **จำนวน 10 ชั่วโมง**

เรื่อง การบวกและการลบเอกนาม **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/1 เข้าใจหลักการการดำเนินการของพหุนามและใช้พหุนามในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สาระสำคัญ

1. เอกนามสองเอกนามจะคล้ายกันก็ต่อเมื่อ เอกนามทั้งสองมีตัวแปรชุดเดียวกัน และเลขชี้กำลังของตัวแปรเดียวกันในแต่ละเอกนามเท่ากัน

2. เอกนามที่จะนำมาบวกได้ต้องเป็นเอกนามที่คล้ายกัน โดยนำสัมประสิทธิ์ของเอกนามที่คล้ายกันมาบวกกัน

ผลบวกของเอกนามที่คล้ายกัน

= (ผลบวกของสัมประสิทธิ์) × (ส่วนที่อยู่ในรูปของตัวแปรหรือการคูณกันของตัวแปร)

1. เอกนามสองเอกนามจะคล้ายกันก็ต่อเมื่อ เอกนามทั้งสองมีตัวแปรชุดเดียวกัน และเลขชี้กำลังของตัวแปรเดียวกันในแต่ละเอกนามเท่ากัน

2. เอกนามที่จะนำมาลบได้ต้องเป็นเอกนามที่คล้ายกัน โดยนำสัมประสิทธิ์ของเอกนามที่คล้ายกันมาลบกัน

ผลลบของเอกนามที่คล้ายกัน

= (ผลลบของสัมประสิทธิ์) × (ส่วนที่อยู่ในรูปของตัวแปรหรือการคูณกันของตัวแปร)

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. บอกเอกนามที่คล้ายกันได้

2. หาผลบวกและผลลบเอกนามได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)

2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (P4)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)

2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

สาระการเรียนรู้

การบวกเอกนาม

$5x + 4x$	=	$(5 + 4)x$	=	$9x$
$(-7ab) + (3ab)$	=	$(-7 + 3)ab$	=	$-4ab$
$6x^2y + 5x^2y$	=	$(6 + 5)x^2y$	=	$11x^2y$

การลบเอกนาม

$3ab - 4ab$	=	$3ab + (-4ab)$	=	$-ab$
$(-4x^2y) - 8x^2y$	=	$(-4x^2y) + (-8x^2y)$	=	$-12x^2y$
$5x - (-4x)$	=	$5x + 4x$	=	$9x$

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนเกี่ยวกับเอกนาม ว่านิพจน์ที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการคูณกันของค่าคงตัวกับตัวแปรตั้งแต่หนึ่งตัวขึ้นไป และเลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นศูนย์หรือจำนวนเต็มบวก จะเรียกว่าเอกนาม

1.2 ครูให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างเอกนามมาประมาณ 5 ตัวอย่าง

1.3 ครูเขียนเอกนามที่นักเรียนยกตัวอย่าง แล้วนำมาเขียนเป็นคู่ๆ เปรียบเทียบเอกนามในแต่ละคู่ โดยให้นักเรียนสังเกตตัวแปรและดีกรีของเอกนาม แล้วสรุปร่วมกันถึงเอกนามที่คล้ายกันก็ต่อเมื่อ

1) เอกนามทั้งสองมีตัวแปรชุดเดียวกัน

2) มีเลขชี้กำลังของตัวแปรเดียวกันในแต่ละเอกนามเท่ากัน

1.4 ครูให้นักเรียนพิจารณาเอกนามที่คล้ายกัน และเอกนามที่ไม่คล้ายกัน

ตัวอย่างของเอกนามที่คล้ายกัน

$-x$	คล้ายกันกับ	$0.5x$

$4ab$	คล้ายกันกับ	$-ba$	
$0.14xy$	คล้ายกันกับ	$5xy$	

ตัวอย่างของเอกนามที่ไม่คล้ายกัน

$2x$	ไม่คล้ายกับ	$2y$	เพราะตัวแปรไม่เป็นชุดเดียวกัน
$5ab$	ไม่คล้ายกับ	$2a^2b^2$	เพราะเลขชี้กำลังของตัวแปรไม่เท่ากัน
$3x^2y$	ไม่คล้ายกับ	$0.81xy^2$	เพราะเลขชี้กำลังของตัวแปรไม่เท่ากัน

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูถามนักเรียนว่า เราสามารถนำเอกนามที่คล้ายกันบวกกันได้หรือไม่ (ได้)

2.2 ครูยกตัวอย่างการบวกเอกนามที่คล้ายกัน โดยใช้ความรู้เรื่องการกระจายและการแจกแจงที่เคยเรียนมาแล้ว

ผลบวก = ผลบวกของสัมประสิทธิ์ $\times$ ตัวแปรชุดเดิม

เช่น

$2x + 3x$	=	$(2 + 3)x$	=	$5x$
$(-4ab) + (3ab)$	=	$(-4 + 3)ab$	=	$-ab$
$x^2y + 3x^2y$	=	$(1 + 3)x^2y$	=	$4x^2y$
$4abc + (-abc)$	=	$(4 - 1)abc$	=	$3abc$

จะเห็นว่าผลบวกของเอกนามที่คล้ายกัน จะได้ผลลัพธ์เป็นเอกนาม

2.3 ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า สำหรับเอกนามที่ไม่คล้ายกัน ผลบวกจะไม่เป็นเอกนาม เช่น $2x$ กับ $3y$ ไม่คล้ายกันดังนั้น ผลบวกของ $2x$ กับ $3y$เท่ากับ $2x + 3y$

2.4 ครูถามนักเรียนว่า เราสามารถนำเอกนามที่คล้ายกันลบกันได้หรือไม่ (ได้)

2.5 ครูยกตัวอย่างการลบเอกนามที่คล้ายกัน ซึ่งการลบเอกนามจะใช้หลักการเช่นเดียวกับการลบจำนวนทั่วไปที่เคยเรียนกันมาแล้ว คือ

การลบ คือ การบวกด้วยจำนวนตรงข้ามของตัวลบ

และจำนวนตรงข้ามของเอกนามก็จะเป็นจำนวนตรงข้ามของสัมประสิทธิ์ของเอกนามนั้นๆ

เช่น จำนวนตรงข้ามของ $3x$ คือ $-3x$

จำนวนตรงข้ามของ $4ab^2$ คือ $-4ab^2$

การหาผลลบมีลักษณะดังนี้

$3ab - 4ab$	=	$3ab + (-4ab)$	=	$-ab$
$(-4x^2y) - 8x^2y$	=	$(-4x^2y) + (-8x^2y)$	=	$-12x^2y$

$5x - (-4x) = 5x + 4x = 9x$

$3x - (-4y) = 3x + 4y = 3x + 4y$

3. ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนสรุป ดังนี้

1. เอกนามสองเอกนามจะคล้ายกันก็ต่อเมื่อ เอกนามทั้งสองมีตัวแปรชุดเดียวกัน และเลขชี้กำลังของตัวแปรเดียวกันในแต่ละเอกนามเท่ากัน

2. เอกนามที่จะนำมาบวกได้ต้องเป็นเอกนามที่คล้ายกัน โดยนำสัมประสิทธิ์ของเอกนามที่คล้ายกันมาบวกกัน

ผลบวกของเอกนามที่คล้ายกัน

= (ผลบวกของสัมประสิทธิ์) × (ส่วนที่อยู่ในรูปของตัวแปรหรือการคูณกันของตัวแปร)

1. เอกนามสองเอกนามจะคล้ายกันก็ต่อเมื่อ เอกนามทั้งสองมีตัวแปรชุดเดียวกัน และเลขชี้กำลังของตัวแปรเดียวกันในแต่ละเอกนามเท่ากัน

2. เอกนามที่จะนำมาลบได้ต้องเป็นเอกนามที่คล้ายกัน โดยนำสัมประสิทธิ์ของเอกนามที่คล้ายกันมาลบกัน

ผลลบของเอกนามที่คล้ายกัน

= (ผลลบของสัมประสิทธิ์) × (ส่วนที่อยู่ในรูปของตัวแปรหรือการคูณกันของตัวแปร)

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนสร้างโจทย์เกี่ยวกับการบวกและการลบเอกนามอย่างละ 1 ข้อ พร้อมทั้งหาคำตอบลงในสมุด

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนสร้างสถานการณ์เกี่ยวกับการบวกและการลบเอกนามอย่างละ 1 ข้อ พร้อมทั้งหาคำตอบลงในสมุด

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินจากการร่วมกิจกรรม การสร้างโจทย์ การสร้างสถานการณ์

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. กระดาษชาร์ท
2. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ 1. บอกเอกนามที่คล้ายกันได้ 2. หาผลบวกและผลลบเอกนามได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน	- ตรวจสมุด	ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 53

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง พหุนาม **จำนวน 10 ชั่วโมง**

เรื่อง พหุนาม **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/1 เข้าใจหลักการการดำเนินการของพหุนามและใช้พหุนามในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สาระสำคัญ

พหุนาม คือ นิพจน์ที่เขียนในรูปเอกนามหรือเขียนในรูปการบวกของเอกนามตั้งแต่สองเอกนามขึ้นไป

ในพหุนามใด ๆ เรียกแต่ละเอกนามที่อยู่ในพหุนามว่า พจน์ (term) ของพหุนาม และกรณีที่พหุนามนั้นมีเอกนามที่คล้ายกัน เรียกเอกนามที่คล้ายกันว่า พจน์ที่คล้ายกัน (like terms)

ในกรณีที่พหุนามมีพจน์บางพจน์ที่คล้ายกัน สามารถรวมพจน์ที่คล้ายกันเข้าด้วยกัน เพื่อทำให้พหุนามนั้นอยู่ในรูปที่ไม่มีพจน์ที่คล้ายกันเลย เรียกพหุนามที่ไม่มีพจน์ที่คล้ายกันเลยว่า พหุนามในรูปผลสำเร็จ และเรียกดีกรีสูงสุดของพจน์ของพหุนามในรูปผลสำเร็จว่า ดีกรีของพหุนาม

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. เขียนพหุนามในรูปผลสำเร็จได้
2. บอกดีกรีของพหุนามที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)
2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (P4)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)
2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)

สาระการเรียนรู้

พหุนาม x^2-2x+7 มี 3 พจน์ คือ x^2 กับ $-2x$ กับ 7

<u>ตัวอย่าง</u> จงเขียนพหุนามในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปผลสำเร็จ พร้อมทั้งบอกดีกรีของพหุนาม

<u>วิธีทำ</u> $5x-1-7x-11$

$5x-1-7x-11 = 5x-7x-1-11$

$= -2x-12$

พหุนามในรูปผลสำเร็จคือ $-2x-12$ มี 2 พจน์ พจน์ที่หนึ่งมีดีกรี =1, พจน์ที่สองมีดีกรี = 0

ดังนั้นพหุนามนี้มีดีกรีเท่ากับ 1

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนเกี่ยวกับเอกนาม ว่านิพจน์ที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการคูณกันของค่าคงตัวกับตัวแปรตั้งแต่หนึ่งตัวขึ้นไป และเลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นศูนย์หรือจำนวนเต็มบวก จะเรียกว่าเอกนาม

1.2 ครูให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างเอกนามมาประมาณ 5 ตัวอย่าง

1.3 ครูให้นักเรียนสังเกตนิพจน์แต่ละนิพจน์บนกระดาน โดยให้นักเรียนสังเกตกำลังของตัวแปรในแต่ละนิพจน์

ตัวอย่างของเอกนามที่คล้ายกัน

-x	คล้ายกันกับ	0.5x	
4ab	คล้ายกันกับ	-ba	
0.14xy	คล้ายกันกับ	5xy	

ตัวอย่างของเอกนามที่ไม่คล้ายกัน

2x	ไม่คล้ายกับ	2y	เพราะตัวแปรไม่เป็นชุดเดียวกัน
5ab	ไม่คล้ายกับ	$2a^2b^2$	เพราะเลขชี้กำลังของตัวแปรไม่เท่ากัน
$3x^2y$	ไม่คล้ายกับ	$0.81xy^2$	เพราะเลขชี้กำลังของตัวแปรไม่เท่ากัน

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูแนะนำลักษณะของพหุนาม โดยยกตัวอย่างนิพจน์ที่นักเรียนเขียนบนกระดานประกอบ แล้วร่วมกันสรุปความหมายของพหุนาม ดังนี้

นิพจน์ที่อยู่ในรูปเอกนามหรือเขียนอยู่ในรูปการบวกของเอกนามตั้งแต่สองเอกนามขึ้นไป เรียกว่าพหุนาม ดังนั้นพหุนามก็คือ เอกนาม หรือผลบวกของเอกนามนั่นเอง

ตัวอย่างของพหุนาม

7	เป็นเอกนาม
$-2x$	เป็นเอกนาม

$3x^2+4$ เป็นผลบวกของเอกนาม

$x^2+(-3x)$ เป็นผลบวกของเอกนาม

สำหรับพหุนามใด ๆ จะเรียกแต่ละเอกนามที่อยู่ในพหุนามนั้นว่า พจน์ของพหุนามในกรณีที่พหุนามนั้นมีเอกนามที่คล้ายกัน จะเรียกเอกนามที่คล้ายกันว่า พจน์ที่คล้ายกัน เช่น

พหุนาม 7 มี 1 พจน์ คือ 7

พหุนาม $2x+7$ มี 2 พจน์ คือ $2x$กับ 7

พหุนาม x^2-2x+7 มี 3 พจน์ คือ x^2กับ $-2x$กับ 7

พหุนาม $x^2-2x+4x+7$ มี 4 พจน์ คือ x^2กับ $-2x, 4x$กับ 7 และ $-2x$ กับ $4x$เป็นพจน์ที่คล้ายกัน

2.2 ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ในกรณีของพหุนามที่ 4 มีพจน์ที่คล้ายกัน เราสามารถรวมพจน์ที่คล้ายกันเข้าด้วยกันเป็น 1 พจน์ เหลือเป็น 3 พจน์ คือ x^2+2x+7และพหุนามที่ไม่มีพจน์ที่คล้ายกันเลย เรียกว่า พหุนามในรูปผลสำเร็จ

2.3 เมื่อเขียนพหุนามให้อยู่ในรูปผลสำเร็จแล้ว จะเรียกดีกรีสูงสุดของพจน์ของพหุนามในรูปผลสำเร็จว่า ดีกรีของพหุนาม

<u>ตัวอย่าง</u> จงเขียนพหุนามในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปผลสำเร็จ พร้อมทั้งบอกดีกรีของพหุนาม

1) $5x-1-7x-11$

2) $2x^2y+y^2-x^2-3+x^2y$

<u>วิธีทำ</u> 1) $5x-1-7x-11 = 5x-7x-1-11$

$= -2x-12$

พหุนามในรูปผลสำเร็จคือ $-2x-12$ มี 2 พจน์ พจน์ที่หนึ่งมีดีกรี =1, พจน์ที่สองมีดีกรี = 0

ดังนั้นพหุนามนี้มีดีกรีเท่ากับ 1

2) $2x^2y+y-x-3+x^2y = 2x^2y+x^2y+y-x-3$

$= 3x^2y+y-x-3$

พหุนามในรูปผลสำเร็จคือ $3x^2y+y-x-3$ มี 4 พจน์ พจน์ที่หนึ่งมีดีกรี = 3, พจน์ที่สองมีดีกรี = 1, พจน์ที่สามมีดีกรี = 1 และพจน์ที่สี่มีดีกรี = 0

ดังนั้นพหุนามนี้มีดีกรีเท่ากับ 3

3. ขั้นสรุป

3.1 ครูถามนักเรียนว่า พหุนาม คืออะไร

(แนวตอบ พหุนาม คือ นิพจน์ที่เขียนในรูปเอกนามหรือเขียนในรูปการบวกของเอกนามตั้งแต่สองเอกนามขึ้นไป)

3.2 ครูถามนักเรียนต่อว่า ในพหุนามใด ๆ เรียกแต่ละเอกนามที่อยู่ในพหุนามว่าอะไร

(ตอบ พจน์ (term) ของพหุนาม)

3.3 ครูถามนักเรียนว่า กรณีที่พหุนามนั้นมีเอกนามที่คล้ายกัน เรียกเอกนามที่คล้ายกันว่าอะไร

(ตอบ พจน์ที่คล้ายกัน (like terms))

3.4 ครูชี้แนะว่า ในกรณีที่พหุนามมีพจน์บางพจน์ที่คล้ายกัน สามารถรวมพจน์ที่คล้ายกันเข้าด้วยกัน เพื่อทำให้พหุนามนั้นอยู่ในรูปที่ไม่มีพจน์ที่คล้ายกันเลย เรียกพหุนามที่ไม่มีพจน์ที่คล้ายกันเลยว่า พหุนามในรูปผลสำเร็จ และเรียกดีกรีสูงสุดของพจน์ของพหุนามในรูปผลสำเร็จว่า ดีกรีของพหุนา

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนยกตัวอย่าง พหุนาม มาคนละ 2 ข้อ พร้อมบอกดีกรีของพหุนาม

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนเขียนพหุนาม คนละ 1 ข้อ เพื่อที่จะนำไปแลกกับเพื่อน และบอกดีกรีของพหุนามลงในสมุด

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินจากการร่วมกิจกรรม การยกตัวอย่าง การเขียนพหุนาม

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. กระดาษชาร์ท
2. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ 1. เขียนพหุนามในรูปผลสำเร็จได้ 2. บอกดีกรีของพหุนามที่กำหนดให้ได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน	- ตรวจสมุด	ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 54

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง พหุนาม **จำนวน 10 ชั่วโมง**

เรื่อง การบวกและการลบพหุนาม **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/1 เข้าใจหลักการการดำเนินการของพหุนามและใช้พหุนามในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สาระสำคัญ

การหาผลบวกของพหุนาม ทำได้โดยนำพหุนามมาเขียนในรูปการบวกและถ้ามีพจน์ที่คล้ายกัน ให้บวกพจน์ที่คล้ายกันเข้าด้วยกัน

การลบพหุนามด้วยพหุนามทำได้ โดยบวกพหุนามตัวตั้งด้วยพจน์ตรงข้ามของแต่ละพจน์ของพหุนามตัวลบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. หาผลบวกและผลลบของพหุนามได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)
2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)

สาระการเรียนรู้

จงหาผลบวกของ $-12x+15$ และ $5x+4$

วิธีทำ จะได้ $(-12x+15)+(5x+4)$ $=$ $-12x+15+5x+4$

$=$ $(-12x+5x)+(15+4)$

$=$ $3x+19$

จงหาผลลบ $(6x-2)-(3x+4)$

วิธีทำ จะได้ $(6x-2)-(3x+4)$ = $(6x-2)+(-3x-4)$

= $6x-2-3x-4$

= $6x-3x-2-4$

= $3x-6$

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนเกี่ยวกับพหุนาม พร้อมทั้งบอกดีกรีของพหุนาม โดย ครูเขียนตัวอย่างบนกระดานและสุ่มนักเรียนตอบ

$4x^2y+y-x-3+2x^2y$ = $4x^2y+2x^2y+y-x-3$

= $6x^2y+y-x-3$

พหุนามในรูปผลสำเร็จคือ $6x^2y+y-x-3$ มี 4 พจน์ พจน์ที่หนึ่งมีดีกรี = 3, พจน์ที่สองมีดีกรี = 1, พจน์ที่สามมีดีกรี = 1 และพจน์ที่สี่มีดีกรี = 0

ดังนั้นพหุนามนี้มีดีกรีเท่ากับ 3

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

1 ครูถามนักเรียนว่า เราสามารถนำพหุนามมาบวกกันได้หรือไม่ (ได้)

2.2 ครูอธิบายการหาผลบวกของพหุนาม ทำได้โดยการนำพหุนามมาเขียนในรูปการบวกและถ้ามีพจน์ที่คล้ายกันให้บวกพจน์ที่คล้ายกันเข้าด้วยกัน

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> จงหาผลบวกของ $-12x+15$ และ $5x+4$

วิธีทำ จะได้ $(-12x+15)+(5x+4)$ = $-12x+15+5x+4$

= $(-12x+5x)+(15+4)$

= $3x+19$

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> จงหาผลบวกของ $13r-12t-2s$ และ $-14r+11s-7t$

วิธีทำ จะได้ $(13r-12t-2s)+(-14r+11s-7t)$ = $13r-12t-2s-14r+11s-7t$

= $13r-14r-12t-7t-2s+11s$

= $-r-19t+9s$

2.3 ครูถามนักเรียนว่า เราสามารถนำพหุนามมาลบกันได้หรือไม่ (ได้)

2.4 ครูอธิบายการหาผลลบของพหุนาม เขียนพหุนามในรูปการลบให้อยู่ในรูปการบวกของพหุนามด้วยจำนวนตรงข้ามของพหุนามที่เป็นตัวลบพหุนามตรงข้ามของพหุนามใดเท่ากับผลบวกของพจน์ตรงข้ามของแต่ละพจน์ของพหุนามนั้น

2.5 ครูอธิบายนักเรียนว่า สำหรับการหาผลลบใช้หลักการทำนองเดียวกันกับการลบเอกนาม โดยเขียนพหุนามในรูปการลบให้อยู่ในรูปการบวกของพหุนามด้วยจำนวนตรงข้ามของพหุนามที่เป็นตัวลบพหุนาม

ตรงข้ามของพหุนามใดเท่ากับผลบวกของพจน์ตรงข้ามของแต่ละพจน์ของพหุนามนั้น เช่น

พหุนาม $x+2$ จำนวนตรงข้ามคือ $-x-2$

พหุนาม x^2-1 จำนวนตรงข้ามคือ $-x^2+1$

และการหาผลลบใช้ความสัมพันธ์ดังนี้

พหุนามตัวตั้ง – พหุนามตัวลบ = พหุนามตัวตั้ง + พหุนามตรงข้ามของพหุนามตัวลบ

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลลบ $(6x-2)-(3x+4)$

วิธีทำ $(6x-2)-(3x+4) = (6x-2)+(-3x-4)$

$= 6x-2-3x-4$

$= 6x-3x-2-4$

$= 3x-6$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาผลลบ $(x^2+x-4)-(5x^2-11)$

วิธีทำ $(x^2+x-4)-(5x^2-11) = (x^2+x-4)+(-5x^2+11)$

$= -x^2+x-4-5x^2+11$

$= -6x^2+x+7$

3. ขั้นสรุป

3.1 ครูถามนักเรียนว่า การบวกพหุนามทำได้อย่างไร

(แนวตอบ การหาผลบวกของพหุนาม ทำได้โดยนำพหุนามมาเขียนในรูปการบวกและถ้ามีพจน์ที่คล้ายกัน ให้บวกพจน์ที่คล้ายกันเข้าด้วยกัน)

3.2 ครูถามนักเรียนว่า การลบพหุนามทำได้อย่างไร

(แนวตอบ การลบพหุนามด้วยพหุนามทำได้ โดยบวกพหุนามตัวตั้งด้วยพจน์ตรงข้ามของแต่ละพจน์ของพหุนามตัวลบ)

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนสร้างโจทย์ การบวกและการลบพหุนาม มาอย่างละ 2 ข้อ พร้อมทั้งหาคำตอบลงในสมุด

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนเขียนพหุนาม คนละ 1 ข้อ เพื่อที่จะนำไปแลกกับเพื่อน ให้หาคำตอบการบวกละการลบพหุนามลงในสมุด

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินจากการร่วมกิจกรรม การสร้างโจทย์

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. กระดาษชาร์ท
2. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถหาผลบวกและผลลบของพหุนามได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน	- ตรวจสมุด	ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 55

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง พหุนาม **จำนวน 10 ชั่วโมง**

เรื่อง การคูณระหว่างเอกนามกับเอกนาม **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... คาบที่ .....

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/1 เข้าใจหลักการการดำเนินการของพหุนามและใช้พหุนามในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สาระสำคัญ

ในการหาผลคูณระหว่างเอกนามกับเอกนามนั้น จะนำค่าคงตัวในแต่ละเอกนามมาคูณกัน และนำตัวแปรในแต่ละเอกนามมาคูณกัน โดยใช้สมบัติของเลขยกกำลัง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

1. หาผลคูณระหว่างเอกนามกับเอกนามได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา

2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1)

2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A3)

สาระการเรียนรู้

ในการหาผลคูณระหว่างเอกนามกับเอกนามนั้น จะนำค่าคงตัวในแต่ละเอกนามมาคูณกัน และนำตัวแปรในแต่ละเอกนามมาคูณกัน โดยใช้สมบัติของเลขยกกำลัง ตัวอย่าง

$(2)(5x) = 10x$

$(-4x)(6x) = -24x^2$

$(6xy)(3x) = 18x^2y$

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนการคูณของจำนวนนับและการคูณของตัวแปรเดียวกันหลาย ๆ ตัวโดยบทนิยาม ดังนี้

เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ ที่ a และ n เป็นจำนวนนับแล้ว

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{a \text{ จำนวน } n \text{ ตัวคูณกัน}}$$

1.2 ครูยกตัวอย่างโจทย์การคูณของเลขยกกำลัง แล้วให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบ พร้อมทั้งสังเกตเลขชี้กำลังของตัวแปรชุดเดียวกันก่อนการคูณ และชี้กำลังที่ได้จากการคูณแล้วช่วยกันสรุปหลักการหาคำตอบ ดังนี้

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

ดังนั้นพหุนามนี้มีดีกรีเท่ากับ 3

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

ครูยกตัวอย่างโจทย์การคูณกันของเอกนาม ดังนี้

ตัวอย่าง 1 $(2x)(3x^2) = 2 \times 3 \times x^{1+2}$

$= 6x^3$

ตัวอย่าง 2 $(-4x^5)(6x^2) = -24x^{5+2}$

$= -24x^7$

ตัวอย่าง 3 $(-3xy)(-2xy^2) = (-3)(-2)x^{1+1}y^{1+2}$

$= 6x^2y^3$

ตัวอย่าง 4 $(18x^4)(-4x^3) = (18)(-4)x^{4+3}$

$= -72x^7$

3. ขั้นสรุป

3.1 ครูถามนักเรียนว่า การคูณระหว่างเอกนามกับเอกนามทำได้อย่างไร

(แนวตอบ ในการหาผลคูณระหว่างเอกนามกับเอกนามนั้น จะนำค่าคงตัวในแต่ละเอกนามมาคูณกัน และนำตัวแปรในแต่ละเอกนามมาคูณกัน โดยใช้สมบัติของเลขยกกำลัง)

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 6.2 เรื่อง การคูณระหว่างเอกนามกับเอกนาม

5.ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนเขียนเอกนาม คนละ 1 ข้อ เพื่อที่จะนำไปแลกกับเพื่อน ให้หาคำตอบการคูณระหว่างเอกนามกับเอกนามลงในสมุด

คนละ 1 ข้อ เพื่อที่จะนำไปแลกกับเพื่อน ให้หาคำตอบการบวกละการลบพหุนามลงในสมุด

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียนและการแบบฝึกทักษะ

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 6.2 เรื่อง การคูณระหว่างเอกนามกับเอกนาม
2. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผล / จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถหาผลคูณระหว่างเอกนามกับเอกนามได้	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน	- ตรวจสมุด	ผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนเกิดทักษะ 1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P2) 2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (P4)	- สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะ /กระบวนการ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี(A1) 2. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล (A4)	- สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานของนักเรียน - สังเกตจากการตอบคำถามและการให้เหตุผลของนักเรียน - สังเกตจากการส่งงาน	-แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะ	ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับ 2 ขึ้นไป

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

แบบฝึกทักษะที่ 6.1

เรื่อง เอกนาม

ชื่อ .....ชั้น ..... เลขที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

จงหาผลคูณระหว่างเอกนามกับเอกนามในแต่ละข้อต่อไปนี้

1) $3(2x)$ = ...

2) $(-1)y$ = ...

3) $(7x)(x^2)$ = ...

4) $9(-a)^3$ = ...

5) $2(4b^2)$ = ...

6) $\left(\frac{1}{3}x\right)(x^2)$ = ...

7) $(4x)(-3x)$ = ...

8) $(-2x^2)\left(\frac{3}{2}y\right)$ = ...

9) $(a)(5a^3b^2)$ = ...

10) $(9a^2b)\left(\frac{2}{3}b^2\right)$ = ...

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 56

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค22101) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2** **ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 พหุนาม **จำนวน 10 ชั่วโมง**

เรื่อง การคูณระหว่างเอกนามกับพหุนาม **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วัน.....ที่..... เดือน..... พ.ศ. ..... คาบเรียนที่.....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/.....วัน.....ที่..... เดือน..... พ.ศ. ..... คาบเรียนที่.....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วัน.....ที่..... เดือน..... พ.ศ. ..... คาบเรียนที่.....

มาตรฐานและตัวชี้วัด

ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ม.2/1 เข้าใจหลักการการดำเนินการของพหุนามและใช้พหุนามในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สาระสำคัญ

ในการหาผลคูณระหว่างเอกนามกับพหุนามนั้น ทำได้โดยใช้สมบัติการแจกแจง และใช้หลักการคูณเอกนาม

จุดประสงค์การเรียนรู้(K-P-A)

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถหาผลคูณระหว่างเอกนามกับพหุนามได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P_1)
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P_2)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลายๆ กรณี(A_1)
2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A_3)

สาระการเรียนรู้

ในการหาผลคูณระหว่างเอกนามกับพหุนามนั้น ทำได้โดยใช้สมบัติการแจกแจง และใช้หลักการคูณเอกนาม

(2)($-2x-12$) = -4x-24

(-4x)(x^2-2x+7) = -4 x^3 + 8 x^2-28x

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

ครูทบทวนการคูณระหว่างเอกนามกับเอกนามให้นักเรียน และให้นักเรียนหาคำตอบ

เช่น

(2)(8x) = 16x

(-5x)(6x) = -30 x^2

(6xy)(2x) = 12 x^2y

(2)($-2x-12$) = -4x-24

(-4x)(x^2-2x+7) = -4 x^3 + 8 x^2-28x

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูถามว่า การคูณระหว่างเอกนามกับพหุนาม ทำได้หรือไม่ (ได้)

2.2 ครูอธิบายการหาผลคูณระหว่างเอกนามกับพหุนามนั้น ซึ่งจะใช้สมบัติการแจกแจง คือ

$$a(b+c)=ab+ac$$

ตัวอย่าง 1 $(3a)(a+b)$ = $(3a)(a)+(3a)+(b)$

= $3a^2+3ab$

ตัวอย่าง 2 $(-4x)(x^2-x)$ = $(-4x)(x^2)-(-4x)(x)$

= $-4x^3-(-4x^2)$

= $-4x^3+4x^2$

ตัวอย่าง 3 $(-7m)(m+n)$ = $(-7m)(m)+(-7m)(n)$

= $-7m^2-7mn$

ตัวอย่าง 4 $(8x)(x^2-2x+1)$ = $(8x)(x^2)-(8x)(2x)+(8x)(1)$

= $8x^3-16x^2+8x$

3. ขั้นสรุป

ครูถามนักเรียนว่า การคูณระหว่างเอกนามกับพหุนามทำได้อย่างไร

ตอบ ในการหาผลคูณระหว่างเอกนามกับพหุนามนั้น ทำได้โดยใช้สมบัติการแจกแจง และใช้หลักการคูณเอกนาม

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 3 เรื่อง การคูณระหว่างเอกนามกับพหุนาม

5. ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนเขียนเอกนาม คนละ 1 ข้อ เพื่อที่จะนำไปแลกกับเพื่อน ให้หาคำตอบการคูณระหว่างเอกนามกับพหุนามลงในสมุด

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียนและการแบบฝึกทักษะ

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 3 เรื่อง การคูณระหว่างเอกนามกับพหุนาม
2. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่วัด/ประเมินผล	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถหาผลคูณระหว่างเอกนามกับพหุนามได้	- แบบฝึกทักษะที่ 3 เรื่อง การคูณระหว่างเอกนามกับพหุนาม	-ตรวจแบบฝึกทักษะที่ 3 เรื่อง การคูณระหว่างเอกนามกับพหุนาม	คะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะและกระบวนการ (P) นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P_1) 2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P_2)	แบบสังเกตทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	การสังเกตทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	ผ่านเกณฑ์การประเมินในระดับ ดี
ด้านคุณลักษณะ (A) นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี(A_1) 2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A_3)	แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์	การสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์	ผ่านเกณฑ์การประเมินในระดับ ดี

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบฝึกทักษะที่ 3

จงหาผลคูณระหว่างเอกนามกับพหุนามในแต่ละข้อต่อไปนี้

1) $3(x + 3)$

2) $(-2)(4x - 1)$

3) $(x^2)(x - 5)$

4) $(6x)\left(x^2 + \frac{1}{2}\right)$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 57

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค22101) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2** **ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 พหุนาม **จำนวน 10 ชั่วโมง**

เรื่อง การคูณระหว่างพหุนามกับพหุนาม **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วัน.....ที่..... เดือน..... พ.ศ. ..... คาบเรียนที่.....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/.....วัน.....ที่..... เดือน..... พ.ศ. ..... คาบเรียนที่.....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วัน.....ที่..... เดือน..... พ.ศ. ..... คาบเรียนที่.....

มาตรฐานและตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด ม.2/1 เข้าใจหลักการการดำเนินการของพหุนามและใช้พหุนามในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สาระสำคัญ

การหาผลคูณของพหุนามกับพหุนาม ทำได้โดยคูณแต่ละพจน์ของพหุนามหนึ่งกับทุกๆ พจน์ของอีกพหุนามหนึ่ง แล้วนำผลคูณมาบวกกัน

จุดประสงค์การเรียนรู้(K-P-A)

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถหาผลคูณระหว่างพหุนามกับพหุนามได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P_1)
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P_2)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลายๆ กรณี(A_1)
2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A_3)

สาระการเรียนรู้

$(x - 7)(x - 8) = (x - 7) \times x - (x - 7) \times 8$

(ใช้สมบัติการแจกแจงโดยนำ (x - 7) ไปคูณแต่ละพจน์ของ (x - 8))

$= (x \times x - 7 \times x) - (x \times 8 - 7 \times 8)$

$= (x^2 - 7x) - (8x - 56)$

$= x^2 - 7x - 8x + 56$

$= x^2 - 15x + 56$

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูแนะนำเกี่ยวกับการหาผลคูณของจำนวนใดๆ เราสามารถใช้สมบัติการสลับที่ สมบัติการเปลี่ยนหมู่ และสมบัติการแจกแจง มาหาผลคูณของจำนวนนั้นๆ ได้ โดยครูทบทวนสมบัติดังกล่าวดังนี้

1) สมบัติการสลับที่ ถ้า a และ b แทนจำนวนใดๆ จะได้

$(a+b)(a-b) = (a-b)(a+b)$

2) สมบัติการเปลี่ยนหมู่ ถ้า a, b และ c แทนจำนวนใดๆ จะได้

$(a+b)[(a-b)(a+c)] = [(a+b)(a-b)](a+c)$

3) สมบัติการแจกแจง ถ้า a, b และ c แทนจำนวนใดๆ จะได้

$a(b+c) = ab+ac$

$(b+c)a = ba+ca$

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูให้นักเรียนพิจารณาและสังเกตการคูณพหุนามกับพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง ดังนี้

$(x-7)(x-8) = (x-7) \times x - (x-7) \times 8$

(ใช้สมบัติการแจกแจงโดยนำ (x - 7) ไปคูณแต่ละพจน์ของ (x - 8))

$= (x \times x - 7 \times x) - (x \times 8 - 7 \times 8)$

$= (x^2 - 7x) - (8x - 56)$

$= x^2 - 7x - 8x + 56$

$= x^2 - 15x + 56$

2.2 ครูให้นักเรียนใช้สมบัติการแจกแจงโดยนำ (x - 8) ไปคูณแต่ละพจน์ของ (x - 7) แล้วเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้ว่าเท่ากันหรือไม่ นักเรียนควรแสดงการคูณได้ดังนี้

$(x-7)(x-8) = x \times (x-8) - 7 \times (x-8)$

(ใช้สมบัติการแจกแจงโดยนำ (x - 8) ไปคูณแต่ละพจน์ของ (x - 7))

$= (x \times x - x \times 8) - (7 \times x - 7 \times 8)$

$= (x^2 - 8x) - (7x - 56)$

$= x^2 - 8x - 7x + 56$

$= x^2 - 15x + 56$

2.3 ครูแนะนำเพิ่มเติมว่า การหาผลคูณของพหุนาม อาจเขียนการคูณในแนวตั้งก็ได้ โดยควรเรียง

ดีกรีของพจน์ทั้งพหุนามตัวตั้งและพหุนามตัวคูณจากดีกรีมากไปน้อย

ตัวอย่าง จงหาผลคูณของ $3x^2+4x+1$ กับ x^2-x+2 ในแนวตั้ง

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 3x^2+4x+1 \\ \times \quad x^2-x+2 \\ \hline 3x^4+4x^3+x^2 \\ -3x^3-4x^2-x \\ \quad 6x^2+8x+2 \\ \hline 3x^4+x^3+3x^2+7x+2 \end{array}$$

นำ x^2 คูณทุกๆ พจน์ของตัวตั้ง

นำ $-x$ คูณทุกๆ พจน์ของตัวตั้ง

นำ 2 คูณทุกๆ พจน์ของตัวตั้ง

ตอบ $3x^4+x^3+3x^2+7x+2$

จากวิธีการคูณในแนวตั้งข้างต้น ครูอาจให้นักเรียนตั้งคูณเหมือนการคูณจำนวนเต็มก็ได้ ดังนี้

$$\begin{array}{r} 3x^2+4x+1 \\ \times \quad x^2-x+2 \\ \hline 6x^2+8x+2 \\ -3x^3-4x^2-x \\ 3x^4+4x^3+x^2 \\ \hline 3x^4+x^3+3x^2+7x+2 \end{array}$$

ตอบ $3x^4+x^3+3x^2+7x+2$

2.4 ครูให้ข้อสังเกตเพิ่มเติมว่า ในกรณีที่พหุนามที่นำมาคูณกันมีดีกรีไม่เท่ากัน นิยมใช้พหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าเป็นตัวตั้ง แต่ถ้าพหุนามทั้งสองมีดีกรีเท่ากัน จะใช้พหุนามใดเป็นตัวตั้งก็ได้

3. ขั้นสรุป

ครูถามนักเรียนว่า การคูณระหว่างพหุนามกับพหุนามทำได้อย่างไร

ตอบ การหาผลคูณของพหุนามกับพหุนาม ทำได้โดยคูณแต่ละพจน์ของพหุนามหนึ่งกับทุกๆ พจน์ของอีกพหุนามหนึ่ง แล้วนำผลคูณมาบวกกัน

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 4 เรื่อง การคูณระหว่างพหุนามกับพหุนาม

5. ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนหาผลคูณระหว่างพหุนามกับพหุนามในแต่ละข้อต่อไปนี้ โดยการคูณในแนวนอน

$$(xy^2 - 4xy + y)(xy + 3x - 7)$$

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียนและการทำแบบฝึกทักษะ

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 4 เรื่อง การคูณระหว่างพหุนามกับพหุนาม
2. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

แหล่งเรียนรู้

1. ห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเขวาไร่ศึกษา
2. ห้องสมุด

การวัดและประเมินผล

สิ่งที่วัด/ประเมินผล	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถหาผลคูณระหว่างพหุนามกับพหุนามได้	- แบบฝึกทักษะที่ 4 เรื่อง การคูณระหว่างพหุนามกับพหุนาม	-ตรวจแบบฝึกทักษะที่ 4 เรื่อง การคูณระหว่างพหุนามกับพหุนาม	คะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะและกระบวนการ (P) นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P_1) 2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P_2)	แบบสังเกตทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	การสังเกตทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	ผ่านเกณฑ์การประเมินในระดับ ดี
ด้านคุณลักษณะ (A) นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี(A_1) 2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A_3)	แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์	การสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์	ผ่านเกณฑ์การประเมินในระดับ ดี

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 58

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค22101) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2** **ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 พหุนาม **จำนวน 10 ชั่วโมง**

เรื่อง การหารเอกนามด้วยเอกนาม **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วัน.....ที่..... เดือน..... พ.ศ. ..... คาบเรียนที่.....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/.....วัน.....ที่..... เดือน..... พ.ศ. ..... คาบเรียนที่.....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วัน.....ที่..... เดือน..... พ.ศ. ..... คาบเรียนที่.....

มาตรฐานและตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด ม.2/1 เข้าใจหลักการการดำเนินการของพหุนามและใช้พหุนามในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สาระสำคัญ

การหารเอกนามด้วยเอกนาม สามารถหาโดยนำค่าคงตัวแต่ละเอกนามมาหารกัน และนำตัวแปรในแต่ละเอกนามมาหารกันโดยใช้สมบัติของเลขยกกำลัง

จุดประสงค์การเรียนรู้ (K-P-A)

ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถหาผลหารของเอกนามด้วยเอกนามที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P_1)
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P_2)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลายๆ กรณี(A_1)
2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A_3)

สาระการเรียนรู้

การหารเอกนามด้วยเอกนาม

การหารเอกนามด้วยเอกนาม จะหารโดยใช้สมบัติของเลขยกกำลัง ดังนี้

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

และในการหารจะนำค่าคงตัวหารกัน และนำตัวแปรในเอกนามมาหารกันโดยใช้สมบัติของเลขยกกำลัง ถ้าผลหารที่ได้เป็นเอกนาม ถือว่า **หารลงตัว**

และการหารเมื่อได้ผลลัพธ์ออกมาแล้วสามารถตรวจสอบความถูกต้องได้โดยใช้ความสัมพันธ์

ตัวหาร × ผลหาร = ตัวตั้ง

ตัวอย่างที่ จงหาผลหาร $\frac{-10x^2}{5x}$

วิธีทำ $\frac{-10x^2}{5x} = \frac{-10}{5} \times x^{2-1}$

$= -2x$

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนหลักการผลคูณของพหุนามที่เรียนมาแล้วโดยนักเรียนยกตัวอย่างประกอบ แล้วให้นักเรียนอาสาออกมาแสดงวิธีการหาคำตอบบนกระดาน

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูแนะนำสมบัติการหารของเลขยกกำลังให้นักเรียนช่วยกันสังเกตและ พร้อมยกตัวอย่างการหารเลขยกกำลังประกอบ

2.2 ครูสนทนาเกี่ยวกับพจน์ที่คล้ายกันโดยให้นักเรียนช่วยกันบอกความหมาย แล้วจับคู่กับเพื่อนบอกพจน์ที่คล้ายกันคนละ 1 พจน์

2.3 ครูยกตัวอย่างโจทย์การหารเอกนามด้วยเอกนามให้นักเรียนช่วยกันวิเคราะห์คำตอบ

การหารเอกนามด้วยเอกนาม

การหารเอกนามด้วยเอกนาม จะหารโดยใช้สมบัติของเลขยกกำลัง ดังนี้

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

และในการหารจะนำค่าคงตัวหารกัน และนำตัวแปรในเอกนามมาหารกันโดยใช้สมบัติของเลขยกกำลัง ถ้าผลหารที่ได้เป็นเอกนาม ถือว่า **หารลงตัว**

และการหารเมื่อได้ผลลัพธ์ออกมาแล้วสามารถตรวจสอบความถูกต้องได้โดยใช้ความสัมพันธ์

ตัวหาร × ผลหาร = ตัวตั้ง

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลหาร $\frac{-10x^2}{5x}$

วิธีทำ $\frac{-10x^2}{5x} = \frac{-10}{5} \times x^{2-1}$

$= -2x$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลหาร $(8y^4) \div (4y^2)$

วิธีทำ $(8y^4) \div (4y^2) = (8 \div 4)(y^4 \div y^2)$

$= 2 \times y^{4-2}$

$= 2y^2$

2.4 ครูกล่าวว่า สำหรับหลักการหารเอกนามด้วยเอกนามใช้สมบัติการหารเลขยกกำลังมาประยุกต์ใช้

3. ขั้นสรุป

ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุป การหารเอกนามด้วยเอกนามสามารถหาโดยนำค่าคงตัวแต่ละเอกนามมาหารกัน และนำตัวแปรในแต่ละเอกนามมาหารกันโดยใช้สมบัติของเลขยกกำลัง

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 5 เรื่อง การหารเอกนามด้วยเอกนาม

5. ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนหาผลหารของเอกนามด้วยเอกนามในแต่ละข้อต่อไปนี้

$\frac{7x^{12}y^9z^{14}}{49x^4y^7z^{11}}$ $\frac{-65x^{18}y^7z^{15}}{13x^{16}y^2z^9}$

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียนและการทำแบบฝึกทักษะ

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 5 เรื่อง การหารเอกนามด้วยเอกนาม
2. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

แหล่งเรียนรู้

1. ห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเขวาไร่ศึกษา
2. ห้องสมุด

การวัดและประเมินผล

สิ่งที่วัด/ประเมินผล	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถหาผลหารเอกนามด้วยเอกนามได้	- แบบฝึกทักษะที่ 5 เรื่อง การหารเอกนามด้วยเอกนาม	-ตรวจแบบฝึกทักษะที่ 5 เรื่อง การหารเอกนามด้วยเอกนาม	คะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะและกระบวนการ (P) นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P_1) 2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P_2)	แบบสังเกตทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	การสังเกตทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	ผ่านเกณฑ์การประเมินในระดับ ดี
ด้านคุณลักษณะ (A) นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี(A_1) 2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A_3)	แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์	การสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์	ผ่านเกณฑ์การประเมินในระดับ ดี

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

ชื่อ……..……ชั้น……เลขที่……

แบบฝึกทักษะที่ 5

1. หาผลหารของการหารของเอกนามด้วยเอกนามในแต่ละข้อต่อไปนี้

1) $\frac{3x^5}{12x^2}$

2) $\frac{-27x^4}{9x^3}$

3) $\frac{28x^6}{-4x^4}$

4) $-\frac{6y^7}{15y}$

5) $\frac{14x^4y^3}{21x^2y}$

6) $\frac{-55a^8b^6}{-10a^4b^3}$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 59

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค22101) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2** **ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 พหุนาม **จำนวน 10 ชั่วโมง**

เรื่อง การหารพุนามนามด้วยเอกนาม **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วัน.....ที่..... เดือน..... พ.ศ. ..... คาบเรียนที่.....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/.....วัน.....ที่..... เดือน..... พ.ศ. ..... คาบเรียนที่.....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วัน.....ที่..... เดือน..... พ.ศ. ..... คาบเรียนที่.....

มาตรฐานและตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด ม.2/1 เข้าใจหลักการการดำเนินการของพหุนามและใช้พหุนามในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สาระสำคัญ

การหารพหุนามด้วยเอกนาม สามารถหาโดยหารแต่ละพจน์ของพหุนามด้วยเอกนาม แล้วนำผลหารเหล่านั้นมากบวกกัน และเมื่อได้ผลหารเป็นพหุนาม

จุดประสงค์การเรียนรู้ (K-P-A)

ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถหาผลหารของพหุนามด้วยเอกนามที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P_1)
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P_2)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลายๆ กรณี(A_1)
2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A_3)

สาระการเรียนรู้

การหารพหุนามด้วยเอกนาม

ในการหารพหุนามด้วยเอกนามนั้น จะหารแต่ละพจน์ของพหุนามด้วยเอกนามแล้วนำผลหารเหล่านั้นมาบวกกัน และถ้าผลหารเป็นพหุนามจะกล่าวว่าการหารนั้นเป็นการหารลงตัว

ดังนั้น การหารพหุนามด้วยเอกนาม เมื่อได้ผลหารเป็นพหุนาม เราสามารถตรวจสอบผลหารโดยนำตัวหารคูณกับผลหาร ถ้ามีผลลัพธ์เท่ากับตัวตั้ง แสดงว่าผลหารนั้นถูกต้อง

ตัวอย่างที่ จงหาร $14x^2-7$ ด้วย 7

วิธีทำ $\frac{14x^2-7}{7} = \frac{14x^2}{7}+\frac{-7}{7}$

$= 2x^2+(-1)$

$= 2x^2-1$

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนหลักการผลคูณของพหุนามที่เรียนมาแล้วโดยนักเรียนยกตัวอย่างประกอบ แล้วให้นักเรียนอาสาออกมาแสดงวิธีการหาคำตอบบนกระดาน

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูแนะนำสมบัติการหารของเลขยกกำลังให้นักเรียนช่วยกันสังเกตและ พร้อมยกตัวอย่างการหารเลขยกกำลังประกอบ

2.2 ครูสนทนาเกี่ยวกับพจน์ที่คล้ายกันโดยให้นักเรียนช่วยกันบอกความหมาย แล้วจับคู่กับเพื่อนบอกพจน์ที่คล้ายกันคนละ 1 พจน์

2.3 ครูยกตัวอย่างโจทย์การหารพหุนามด้วยเอกนามให้นักเรียนช่วยกันวิเคราะห์

การหารพหุนามด้วยเอกนาม

ครูกล่าวว่า ในการหารพหุนามด้วยเอกนามนั้น จะหารแต่ละพจน์ของพหุนามด้วยเอกนามแล้วนำผลหารเหล่านั้นมาบวกกัน และถ้าผลหารเป็นพหุนามจะกล่าวว่าการหารนั้นเป็นการหารลงตัว

ดังนั้น การหารพหุนามด้วยเอกนาม เมื่อได้ผลหารเป็นพหุนาม เราสามารถตรวจสอบผลหารโดยนำตัวหารคูณกับผลหาร ถ้ามีผลลัพธ์เท่ากับตัวตั้ง แสดงว่าผลหารนั้นถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 1 จงหาร $14x^2-7$ ด้วย 7

วิธีทำ $\frac{14x^2-7}{7} = \frac{14x^2}{7}+\frac{-7}{7}$

$= 2x^2+(-1)$

$= 2x^2-1$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาร $(-12x^2-28x)$ ด้วย $(-4x)$

วิธีทำ $\frac{-12x^2-28x}{-4x} = \frac{(-12x^2)}{-4x}+\frac{(-28x)}{-4x}$

$= 3x+7$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาร $5a^3-10a^2+15a$ ด้วย $5a$

วิธีทำ $\frac{5a^3-10a^2+15a}{5a} = \frac{5a^3}{5a}+\frac{(-10a^2)}{5a}+\frac{15a}{5a}$

$= a^2+(-2a)+3$

$= a^2-2a+3$

2.4 ครูกล่าวว่า สำหรับการหารพหุนามอย่างง่ายใช้สมบัติการแจกแจง และการ เขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วน

3. ขั้นสรุป

ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุป การหารพหุนามด้วยเอกนาม สามารถหาโดยหารแต่ละพจน์ของพหุนามด้วยเอกนาม แล้วนำผลหาร เหล่านั้นมากบวกกัน และเมื่อได้ผลหารเป็นพหุนาม

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 6 เรื่อง การหารพหุนามด้วยเอกนาม

5. ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนหาผลลัพธ์ในแต่ละข้อต่อไปนี้ เมื่อกำหนดให้ A แทนพหุนาม $8x^3y+4x^2y$ B แทนพหุนาม $-10x^4y^2+6xy^3$ และ c แทนเอกนาม $-4xy$ จงหา $A \div (-C)$ และ $\frac{B}{C}$

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินผลจากการตอบคำถาม สังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียนและการทำแบบฝึกทักษะ

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะที่ 6 เรื่อง การหารพหุนามด้วยเอกนาม
2. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

แหล่งเรียนรู้

1. ห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเขวาไร่ศึกษา
2. ห้องสมุด

การวัดและประเมินผล

สิ่งที่วัด/ประเมินผล	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถหาผลหารพหุนามด้วยเอกนามได้	- แบบฝึกทักษะที่ 6 เรื่อง การหารพหุนามด้วยเอกนาม	-ตรวจแบบฝึกทักษะที่ 6 เรื่อง การหารพหุนามด้วยเอกนาม	คะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะและกระบวนการ (P) นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P_1) 2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P_2)	แบบสังเกตทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	การสังเกตทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	ผ่านเกณฑ์การประเมินในระดับ ดี
ด้านคุณลักษณะ (A) นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี(A_1) 2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A_3)	แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์	การสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์	ผ่านเกณฑ์การประเมินในระดับ ดี

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ

ภาคผนวก

ชื่อ……..……ชั้น……เลขที่……

แบบฝึกทักษะที่ 6

1. หาผลหารของการหารของพหุนามด้วยเอกนามในแต่ละข้อต่อไปนี้

1) $(9x + 15) \div 3$

.....

.....

.....

.....

2) $(-16x + 24) \div 4$

.....

.....

.....

.....

3) $(18y^2 - 36y) \div (-9y)$

.....

.....

.....

.....

4) $(-35x^4 - 42x^3) \div (7x^2)$

.....

.....

.....

.....

5) $(48x^5 - 72x^3 + 56x^2) \div (-8x^2)$

.....

.....

.....

.....

6) $(45ab^5 + 30a^3b - 75b^2) \div (15b)$

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 60

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค22101) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2** **ภาคเรียนที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 พหุนาม **จำนวน 10 ชั่วโมง**

เรื่อง การหารพุนามด้วยพหุนาม **จำนวน 1 ชั่วโมง**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วัน.....ที่..... เดือน..... พ.ศ. ..... คาบเรียนที่.....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/.....วัน.....ที่..... เดือน..... พ.ศ. ..... คาบเรียนที่.....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/..... วัน.....ที่..... เดือน..... พ.ศ. ..... คาบเรียนที่.....

มาตรฐานและตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด ม.2/1 เข้าใจหลักการการดำเนินการของพหุนามและใช้พหุนามในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สาระสำคัญ

หลักการหารพหุนาม ดังนี้

1) เรียงพจน์ของตัวตั้งและตัวหารจากดีกรีมากไปน้อย แล้วตั้งหาร

2) นำพจน์แรกของตัวหารไปหารพจน์แรกของตัวตั้ง แล้วเขียนผลหารไว้บนบรรทัดเหนือตัวตั้ง

3) นำผลหารตัวแรกไปคูณตัวหาร เขียนผลลัพธ์ไว้ใต้บรรทัดตัวตั้งโดยให้ตำแหน่งของพจน์ที่มีเลขชี้กำลังเท่ากันตรงกัน

4) นำผลลัพธ์ที่ได้ไปลบออกแล้วดึงพจน์ถัดไปของตัวตั้งลงมาหนึ่งพจน์ เป็นตัวตั้งใหม่

5) นำพจน์แรกของตัวหารไปหารพจน์แรกของตัวตั้งใหม่ แล้วทำซ้ำขั้นตอนที่ 3) และ 4) จนกว่าดีกรีของตัวตั้งจะน้อยกว่าดีกรีของตัวหาร

จุดประสงค์การเรียนรู้(K-P-A)

ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถหาผลหารพหุนามด้วยพหุนามได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P): นักเรียนเกิดทักษะ

1. การแก้ปัญหา (P_1)
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P_2)

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณี ตัวอย่างหลายๆ กรณี(A_1)
2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A_3)

สาระการเรียนรู้

$6x^3 - 11x^2 - 3x + 2$ หารด้วย $x - 2$

$$
\begin{array}{r}
6x^2 + x - 1 \\
x - 2 \overline{)\,6x^3 - 11x^2 - 3x + 2} \\
\underline{6x^3 - 12x^2} \\
x^2 - 3x \\
\underline{x^2 - 2x} \\
-x + 2 \\
\underline{-x + 2} \\
0
\end{array}
$$

ผลลัพธ์ $6x^2 + x - 1$ เศษ 0

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1.1 ครูทบทวนการหารพหุนามด้วยเอกนาม ทำได้โดยนำตัวหารไปหารทุกพจน์ของตัวตั้ง แล้วนำผลหารที่ได้มาบวกกัน โดยย้ำในประเด็นที่ว่า พหุนามตัวหารต้องไม่เป็นศูนย์ เช่น

1) $\dfrac{4x^2y}{2x} = \dfrac{2 \times 2xxy}{2x} = 2xy$

เป็นการหารลงตัว มี $4x^2y$ เป็นตัวตั้ง มี $2x$ เป็นตัวหาร และมี $2xy$ เป็นผลหาร

2) $\dfrac{x^3 - 3x^2 - x}{x} = \dfrac{x^3}{x} - \dfrac{3x^2}{x} - \dfrac{x}{x} = x^2 - 3x - 1, \; x \neq 0$

เป็นการหารลงตัว มี $x^3 - 3x^2 - x$ เป็นตัวตั้ง มี x เป็นตัวหาร และมี $x^2 - 3x - 1$ เป็นผลหาร

3) $\dfrac{9x^3 - 6x^2 + 3x}{3x} = \dfrac{3x(3x^2 - 2x + 1)}{3x} \quad (x \neq 0)$

$$= \frac{(3x^2 - 2x + 1) \cdot 3x}{1 \cdot (3x)} \quad (x \neq 0)$$

$$= 3x^2 - 2x + 1 \qquad (x \neq 0)$$

เป็นการหารลงตัว มี $9x^3 - 6x^2 + 3x$ เป็นตัวตั้ง มี $3x$ เป็นตัวหาร และมี $3x^2 - 2x + 1$ เป็นผลหาร

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูยกตัวอย่างการหารจำนวนเต็มบวกโดยวิธีหารยาว จากนั้นจึงนำเสนอวิธีการหารพหุนามด้วยพหุนามตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

<u>ตัวอย่าง</u> จงหาผลลัพธ์ของ $(43x + 14x^2 - 91) \div (2x + 9)$

<u>วิธีทำ</u> ขั้นที่ 1 เรียงพจน์ของพหุนามทั้งตัวตั้งและตัวหารตามดีกรีจากมากไปหาน้อยแล้วเขียนการตั้งหารยาว

$$2x + 9 \overline{)\,14x^2 + 43x - 91}$$

ขั้นที่ 2 นำพจน์แรกของตัวหารไปหารพจน์แรกของตัวตั้ง เขียนผลหารที่ได้ไว้ที่บรรทัดเหนือตัวตั้ง โดยเขียนในตำแหน่งที่ตรงกัน

$$\begin{array}{r} 7x \\ 2x+9\overline{)14x^2+43x-91} \end{array}$$

ขั้นที่ 3 นำผลที่ได้จากขั้นที่ 2 คือ 7x ไปคูณ 2x + 9 จะได้ $14x^2+63x$ แล้วเขียนไว้ใต้บรรทัดตัวตั้ง

$$\begin{array}{r} 7x \\ 2x+9\overline{)14x^2+43x-91} \end{array}$$

$7x(2x+9) \rightarrow 14x^2+63x$

ขั้นที่ 4 นำผลลัพธ์ที่ได้ในขั้นที่ 3 ไปลบออกจากตัวตั้ง

$$\begin{array}{r} 7x \\ 2x+9\overline{)14x^2+43x-91} \\ - \\ \underline{14x^2+63x} \\ -20x-91 \end{array}$$

ขั้นที่ 5 นำพจน์แรกของตัวหาร คือ 2x ไปหารพจน์แรกของตัวตั้งใหม่ คือ –20x ได้ –10 แล้วทำซ้ำขั้นตอนที่ 3 และ 4 จนกว่าดีกรีของตัวตั้งจะน้อยกว่าดีกรีของตัวหาร ดังนี้

$$\begin{array}{r} 7x-10 \\ 2x+9\overline{)14x^2+43x-91} \\ - \\ 7x(2x+9) \rightarrow \underline{14x^2+63x} \\ -20x-91 \\ - \\ -10(2x+9) \rightarrow \underline{-20x-90} \\ \underline{\underline{-1}} \end{array}$$

(เป็นเศษเพราะดีกรีน้อยกว่าตัวหาร)

ดังนั้น $(14x^2+43x-91) \div (2x+9) = 7x-10$ เศษ (-1)

ตรวจสอบคำตอบ

$$\begin{aligned} (2x+9)(7x-10)+(-1) &= (14x^2-20x+63x-90)+(-1) \\ &= 14x^2+43x-90-1 \\ &= 14x^2+43x-91 \end{aligned}$$

2.2 ครูให้ข้อสังเกตเพิ่มเติมในประเด็นต่อไปนี้

1) ในการเขียนพหุนามนิยมเขียนเรียงพจน์ โดยจะเขียนจากพจน์ที่มีดีกรีมากไปหาน้อย เช่น $37x^2-66x-4x^3+21$ เมื่อเขียนเรียงพจน์ใหม่จะได้

$$-4x^3+37x^2-66x+21$$

2) พหุนามตัวหารต้องไม่เป็นศูนย์

3) วิธีการหารพหุนามด้วยพหุนามคล้ายกับวิธีการหารจำนวนเต็มแบบหารยาว

4) การหารพหุนามด้วยพหุนามมีทั้งการหารลงตัวและการหารไม่ลงตัว เช่นเดียว กับการหารจำนวนเต็ม

5) ถ้าให้ความสัมพันธ์ระหว่างตัวตั้ง P(x) และตัวหาร (x – a) มีผลหารเป็น Q(x) และเศษเป็น r

ดังนั้น $\frac{P(x)}{x-a} = Q(x) + \frac{r}{x-a}$

นั่นคือ $P(x) = (x-a)Q(x) + r$

2.3 ครูให้นักเรียนฝึกทำโจทย์ต่อไปนี้เพิ่มเติมเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ

1) $6x^3 - 11x^2 - 3x + 2$ หารด้วย $x - 2$

$$
\begin{array}{r}
6x^2 + x - 1 \\
x-2\overline{)\,6x^3 - 11x^2 - 3x + 2} \\
\underline{6x^3 - 12x^2} \\
x^2 - 3x \\
\underline{x^2 - 2x} \\
-x + 2 \\
\underline{-x + 2} \\
0
\end{array}
$$

ผลลัพธ์ $6x^2 + x - 1$ เศษ 0

2) $6x^4 + 13x^3 - 11x^2 - 13x + 15$ หารด้วย $3x - 1$

$$
\begin{array}{r}
2x^3 + 5x^2 - 2x - 5 \\
3x-1\overline{)\,6x^4 + 13x^3 - 11x^2 - 13x + 15} \\
\underline{6x^4 - 2x^3} \\
15x^3 - 11x^2 \\
\underline{15x^3 - 5x^2} \\
-6x^2 - 13x \\
\underline{-6x^2 + 2x} \\
-15x + 15 \\
\underline{-15x + 5} \\
10
\end{array}
$$

ผลลัพธ์ $2x^3 + 5x^2 - 2x - 5$ เศษ 10

3. ขั้นสรุป

ครูถามนักเรียนว่า การหารหุนามด้วยพหุนามทำได้อย่างไร

ตอบ หลักการหารพหุนาม ดังนี้

1) เรียงพจน์ของตัวตั้งและตัวหารจากดีกรีมากไปน้อย แล้วตั้งหาร

2) นำพจน์แรกของตัวหารไปหารพจน์แรกของตัวตั้ง แล้วเขียนผลหารไว้บนบรรทัดเหนือตัวตั้ง

3) นำผลหารตัวแรกไปคูณตัวหาร เขียนผลลัพธ์ไว้ใต้บรรทัดตัวตั้งโดยให้ตำแหน่งของพจน์ที่มีเลขชี้กำลังเท่ากันตรงกัน

4) นำผลลัพธ์ที่ได้ไปลบออกแล้วดึงพจน์ถัดไปของตัวตั้งลงมาหนึ่งพจน์ เป็นตัวตั้งใหม่

5) นำพจน์แรกของตัวหารไปหารพจน์แรกของตัวตั้งใหม่ แล้วทำซ้ำขั้นตอนที่ (3) และ (4) จนกว่าดีกรีของตัวตั้งจะน้อยกว่าดีกรีของตัวหาร

4. ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนสร้างโจทย์ การหารพหุนามด้วยพหุนาม มาคนละ 2 ข้อ พร้อมทั้งหาคำตอบลงในสมุด

5. ขั้นนำไปใช้

ให้นักเรียนเขียนพหุนาม คนละ 1 ข้อ เพื่อที่จะนำไปแลกกับเพื่อน ให้หาคำตอบการหารพหุนามด้วยพหุนามลงในสมุด

6. ขั้นประเมินผล

ประเมินจากการร่วมกิจกรรม การสร้างโจทย์

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. กระดาษชาร์ท
2. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.2 พ.ศ. 2560 (สสวท.)

แหล่งเรียนรู้

1. ห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเขวาไร่ศึกษา
2. ห้องสมุด

การวัดและประเมินผล

สิ่งที่วัด/ประเมินผล	เครื่องมือวัดผล	วิธีการวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถหาผลหารพหุนามด้วยพหุนามได้	- สมุด	-ตรวจสมุด	คะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะและกระบวนการ (P) นักเรียนเกิดทักษะ 1. การแก้ปัญหา (P_1) 2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P_2)	แบบสังเกตทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	การสังเกตทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	ผ่านเกณฑ์การประเมินในระดับ ดี
ด้านคุณลักษณะ (A) นักเรียนสามารถ 1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลายๆกรณี(A_1) 2. มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A_3)	แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์	การสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์	ผ่านเกณฑ์การประเมินในระดับ ดี

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านความรู้

ได้คะแนนรวม	ร้อยละ 80 ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
	ร้อยละ 70-79	หมายถึง	ดี
	ร้อยละ 60-69	หมายถึง	ปานกลาง
	ร้อยละ 50-59	หมายถึง	พอใช้
	ต่ำกว่าร้อยละ 50	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านการประเมินตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

ระดับคุณภาพในการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ได้คะแนน	ระดับ	3	หมายถึง	ดีมาก
	ระดับ	2	หมายถึง	ดี
	ระดับ	1	หมายถึง	ปานกลาง
	ระดับ	0	หมายถึง	ปรับปรุง

ผ่านเกณฑ์คะแนนระดับ 2(ดี) ทุกข้อ