

แผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค32102)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์



นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ
ครูชำนาญการพิเศษ

โรงเรียนสตรีศึกษา
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาร้อยเอ็ด
คณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
กระทรวงศึกษาธิการ

คำนำ

แผนการจัดการเรียนรู้เล่มนี้ จัดทำขึ้นเพื่อนำไปใช้ประกอบการจัดการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์
พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 รหัสวิชา ค32102 ใช้เป็นแนวทางแก่ครูผู้สอนกลุ่มสาระ
การเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่ยึดตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน
กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยมุ่งหวังให้ผู้เรียนได้รับความรู้ที่เป็นความรู้ มีทักษะและ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ รวมถึงการวัดและประเมินผลที่หลากหลายตามสภาพจริง

อัญชลีรัตน์ รอดเลิศ

สารบัญ

	หน้า
คำอธิบายรายวิชา.....	ก
หน่วยการเรียนรู้.....	ข
ตารางแสดงตัวชี้วัดและน้ำหนักคะแนน.....	ค
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1	
ความหมายของลำดับ.....	1
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2	
ลำดับเลขคณิต.....	7
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3	
ลำดับเรขาคณิต.....	16
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4	
อนุกรมเลขคณิต.....	26
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5	
อนุกรมเรขาคณิต.....	39
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6	
การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ.....	47
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 7	
ดอกเบี้ย.....	58
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 8	
มูลค่าของเงิน.....	67
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9	
ค่ารายงวด.....	77

คำอธิบายรายวิชา

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สาระการเรียนรู้พื้นฐาน

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค32102

จำนวน 1.0 หน่วยกิต

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

จำนวน 40 ชั่วโมง

ศึกษา ค้นคว้า ฝึกทักษะ/กระบวนการเกี่ยวกับเรื่องต่อไปนี้

ลำดับและอนุกรม ความหมายของลำดับ การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต ความหมายของอนุกรม อนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรม เลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ค่ายางวด ใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหาได้ โดยจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าโดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงาน

เพื่อพัฒนาทักษะ/กระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิด ทักษะกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ ตามหลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างมีระบบ มีระเบียบ มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณและมีความเชื่อมั่นในตนเอง

การวัดผลและประเมินผล ใช้วิธีการที่หลากหลายตามสภาพจริง สอดคล้องกับเนื้อหาสาระ ทักษะ/กระบวนการ คุณลักษณะอันพึงประสงค์ การอ่าน คติวิเคราะห์และเขียนสื่อความหมายและสมรรถนะสำคัญของผู้เรียนที่ต้องการวัด

ตัวชี้วัด

ค1.2 ม.5/2

ค.1.3 ม.5/1

รวม 2 ตัวชี้วัด

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5	หน่วยการเรียนรู้ รหัสวิชา ค32102 จำนวน 40 ชั่วโมง/ภาคเรียน	ภาคเรียนที่ 2 จำนวน 1.0 หน่วยกิต
---	--	-------------------------------------

หน่วยที่	หน่วยการเรียนรู้/ชื่อเรื่องย่อย	จำนวน (ชั่วโมง)
1	ลำดับและอนุกรม 1. ลำดับ 2. อนุกรม 3. การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ	20
2	ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน 1. ดอกเบี้ย 2. มูลค่าของเงิน 3. ค่ารายงวด	20
	รวม	40

ตัวชี้วัดและน้ำหนักคะแนน

รายวิชา รายวิชาคณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 อัตราส่วนคะแนน 70 : 30

ตัวชี้วัด	การวัดผลและประเมินผล				
	ก่อนกลางภาค	กลางภาค	หลังกลางภาค	ปลายภาค	รวม
หน่วยที่ 1 ลำดับและอนุกรม (20 ชั่วโมง)					
1. บอกความหมายของลำดับได้	2	2		2	6
2. สามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับได้	6	7		3	16
3. บอกความสัมพันธ์ของลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต และสามารถแก้ปัญหาคำนวณ โดยวิธีการคำนวณที่เหมาะสม	5	11		5	21
4. บอกความหมายของอนุกรมได้	2			4	6
5. บอกความสัมพันธ์ของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต และสามารถแก้ปัญหาคำนวณ โดยวิธีการคำนวณที่เหมาะสม	5			6	11
หน่วยที่ 2 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน					
6. รู้และเข้าใจความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน			10	5	15
7. ใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหาคำนวณได้			10	5	15
รวม	20	20	20	30	90
คุณลักษณะ	10				10
รวมทั้งสิ้น	70			30	100

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

จำนวน 18 ชั่วโมง

เรื่อง ความหมายของลำดับ

เวลา 2 ชั่วโมง

1. มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เข้าใจความหมายของลำดับจำกัด และลำดับอนันต์ (K)
2. หาพจน์ถัดไปของลำดับที่กำหนดได้ (K)
4. สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความหมายของลำดับในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอได้ (P)
5. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อน้ำที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

3. สาระการเรียนรู้

ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต

4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก หรือสับเซตของจำนวนเต็มบวกในรูป $\{ 1, 2, 3, \dots, n \}$ ซึ่งฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นสับเซตของจำนวนเต็มบวกในรูป $\{ 1, 2, 3, \dots, n \}$ เรียกว่าลำดับจำกัด และฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก เรียกว่า ลำดับอนันต์

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร	1. มีวินัย รับผิดชอบ
2. ความสามารถในการคิด	2. ใฝ่เรียนรู้
1) ทักษะการหาแบบแผน	3. มุ่งมั่นในการทำงาน
2) ทักษะการวิเคราะห์	
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

ขั้นนำ

1. ครูกล่าวทักทายนักเรียนและแจ้งคะแนนสอบให้นักเรียนทราบ
2. ครูกระตุ้นความสนใจของนักเรียนจากภาพหน้าหน่วยหนังสือ แล้วตั้งคำถามดังนี้

- นักเรียนเคยเล่นเครื่องดนตรีประเภทใดบ้าง

(แนวตอบ : นักเรียนอาจตอบได้หลายคำตอบ เช่น กีตาร์ ไวโอลิน แซกโซโฟน เป็นต้น)

- นักเรียนทราบหรือไม่ว่าโน้ตดนตรีแต่ละตัวมีความยาวแตกต่างกันอย่างไร

(แนวตอบ : โน้ตตัวกลม, โน้ตตัวขาว, โน้ตตัวดำ, โน้ตตัวเข้บ็ต 1 ชั้น และโน้ตตัวเข้บ็ต

2 ชั้น ซึ่งจะมีความยาวลดลงเป็น $\frac{1}{2}$ ของโน้ตตัวแรก ตามลำดับ)

3. จากนั้นครูอธิบายว่า ความยาวของโน้ตแต่ละตัวเมื่อนำมาเรียงกันจะได้ความยาวดังนี้

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$$

จากความสัมพันธ์ข้างต้น ความยาวของโน้ตตัวถัดไปจะลดลงเป็นครึ่งหนึ่งเสมอ และเรียกความสัมพันธ์นี้เป็นลำดับเรขาคณิต ซึ่งจะได้ศึกษาในหน่วยการเรียนรู้ที่ 3

หมายเหตุ* ครูอาจให้นักเรียนทำแบบทดสอบพื้นฐานก่อนเรียน โดยการสแกน QR Code ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

ขั้นสอน

1. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม Investigation แล้วตั้งคำถามดังนี้

- จากกิจกรรมข้างต้นลำดับที่ และจำนวนลูกบาศก์เพิ่มขึ้นหรือลดลงทีละเท่าใด

(แนวตอบ : ลำดับที่เพิ่มขึ้นทีละ 1 เสมอ และจำนวนลูกบาศก์เพิ่มขึ้นทีละ 2, 3, 4 ...)

- ลำดับที่และจำนวนลูกบาศก์มีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร

(แนวตอบ : สัมพันธ์กัน คือ ลำดับที่จะเรียง 1, 2, 3, ..., n ซึ่งจะเรียงกันเป็นฟังก์ชันที่มี

โดเมนเป็นจำนวนเต็มบวกและมีเรนจ์เป็นจำนวนลูกบาศก์ โดยจะเรียง 1, 3, 6, 10, ..., $\frac{n(n+1)}{2}$ เช่น ต้องการ

ทราบจำนวนลูกบาศก์ของลำดับที่ 10 ให้นำ 10 ไปแทนค่าลงใน $\frac{n(n+1)}{2}$ จะได้ 55 ลูก)

2. ครูกล่าวบทนิยามของลำดับว่าเซตของฟังก์ชันเป็นลำดับที่มีโดเมนเป็นสับเซตของจำนวนเต็มบวก

$\{1, 2, 3, \dots, n\}$ เรียกว่า ลำดับจำกัด คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นสับเซตของจำนวนเต็มบวก

$\{1, 2, 3, \dots\}$ เรียกว่า ลำดับอนันต์ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

3. ครูกล่าวถึงการเขียนสัญลักษณ์แทนสมาชิกของลำดับ ดังนี้

- ใช้ตัว a แทนสัญลักษณ์ของลำดับ

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นลำดับจำกัดและ $a_1, a_2, a_3, \dots$ เป็นลำดับอนันต์ ซึ่งจะเรียก

a_1 ว่าพจน์ที่ 1 หรือพจน์แรกของลำดับ

a_2 ว่าพจน์ที่ 2 ของลำดับ

a_3 ว่าพจน์ที่ 3 ของลำดับ

a_n ว่าพจน์ที่ n ของลำดับ หรือพจน์ทั่วไปของลำดับ

4. ครูยกตัวอย่างการเขียนลำดับพร้อมทั้งให้ระบุว่าเป็นลำดับในแต่ละข้อเป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์ ดังนี้

- 5, 10, 15, 20, 25 เป็นลำดับจำกัดที่มี 5 พจน์ มี $a_1=5$, $a_2=10$, $a_3=15$, $a_4=20$, $a_5=25$

- 3, 6, 9, 12, 15, ... เป็นลำดับอนันต์ $a_1=3$, $a_2=6$, $a_3=9$, $a_4=12$, $a_5=15$, ...
ลำดับอนันต์ที่มีสมาชิกไม่มีที่สิ้นสุดเราจะใช้สัญลักษณ์แทนด้วย ... (จุดสามจุด)

5. ครูอธิบายเพิ่มเติมจากกรอบ ATTENTION ว่า “ถ้าไม่มีการกำหนดสมาชิกของโดเมนไว้ให้ถือว่าลำดับนั้นเป็นลำดับอนันต์”

6. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 1 และ 2 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมเพื่อศึกษาในชั่วโมงถัดไป

ชั่วโมงที่ 2

7. นักเรียนและครูร่วมกันศึกษาตัวอย่างที่ 1 และ 2 แล้วร่วมกันตอบคำถามดังนี้

- พจน์แรกของ $a_n = 2n - 5$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : พจน์แรกของ $a_n = 2n - 5$ มีค่าเท่ากับ $2(1) - 5 = -3$)

- พจน์สุดท้ายของ $a_n = 2n - 5$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : พจน์สุดท้ายของ $a_n = 2n - 5$ มีค่าเท่ากับ $2(5) - 5 = 5$)

- ห้าพจน์แรกของลำดับ $a_n = 2n - 5$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : ห้าพจน์แรกของลำดับ $a_n = 2n - 5$ มีค่าเท่ากับ -3, -1, 1, 3, 5)

- พจน์ที่สามของ $a_n = 3^{n-1}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : พจน์แรกของ $a_n = 3^{n-1}$ มีค่าเท่ากับ $3^{3-1} = 3^2 = 9$)

- ห้าพจน์แรกของลำดับ $a_n = 3^{n-1}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : ห้าพจน์แรกของลำดับ $a_n = 3^{n-1}$ มีค่าเท่ากับ 1, 3, 9, 27, 81)

8. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3 - 4 คน ศึกษาตัวอย่างที่ 3 และ 4 จากนั้นทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

9. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

10. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 3.1ก เรื่อง ความหมายของลำดับ ลงในสมุด
11. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3 – 4 คน เพื่อฝึกการใช้โปรแกรม Excel ในการคำนวณหาห้ำพจน์แรกของพจน์ที่ n โดยครูจะตั้งโจทย์กลุ่มละ 1 ข้อที่ไม่ซ้ำกัน
12. ครูสุ่มนักเรียนออกมาแนะนำเสนอการฝึกการใช้โปรแกรม Excel ในการคำนวณหาห้ำพจน์แรกของพจน์ที่ n พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน
13. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมเป็นการบ้าน

ขั้นสรุป

14. ครูสรุปโดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้
 - ลำดับคืออะไร
(แนวตอบ ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวกหรือสับเซตของจำนวนเต็มบวกในรูป $\{1, 2, 3, \dots, n\}$)
 - ให้ยกตัวอย่างลำดับจำกัด และลำดับอนันต์มาอย่างละ 1 ลำดับ
(แนวตอบ ลำดับจำกัดเช่น $\{8, 16, 24, 32, 40, 48\}$ และลำดับอนันต์ เช่น $\{5, 10, 15, 20, 25, \dots\}$)
 - ให้หาสามพจน์ถัดไปของลำดับ 4, 7, 10, 13, ...
(แนวตอบ สามพจน์ถัดไปคือ 16, 19, 22)
 - ให้หาสามพจน์ถัดไปของลำดับ 7, 9, 13, 21, ...
(แนวตอบ สามพจน์ถัดไปคือ 37, 69, 133)

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินก่อนเรียน - แบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม	- ตรวจแบบทดสอบ ก่อนเรียน	- แบบทดสอบ ก่อนเรียน	ประเมินตามสภาพจริง
7.2 การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรม การเรียนรู้ 1) ความหมายของ ลำดับ	- ตรวจแบบฝึกทักษะ 3.1ก	- แบบฝึกทักษะ 3.1ก	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
2) พฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะอันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ 3.1ก เรื่อง ความหมายของลำดับ
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

8.2 แหล่งการเรียนรู้

-

ความคิดเห็นของผู้อำนวยการโรงเรียน

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายจักรวาล เจริญทอง)

ผู้อำนวยการโรงเรียน

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ)

ผู้สอน

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

จำนวน 18 ชั่วโมง

เรื่อง ลำดับเลขคณิต

เวลา 4 ชั่วโมง

1. มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิตได้ (K)
2. หาพจน์ต่าง ๆ ของลำดับเลขคณิต และนำไปใช้ได้ (K)
3. สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับลำดับเลขคณิตในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอได้ (P)
4. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อนหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

3. สาระการเรียนรู้

ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต

4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่มีผลต่างของพจน์ที่ $n + 1$ กับพจน์ที่ n แล้วมีค่าคงตัวเสมอและเรียกผลต่างที่มีค่าคงตัวว่า ผลต่างร่วม

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการจำแนกประเภท 2) ทักษะการนำความรู้ไปใช้ 3) ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ 4) ทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย รับผิดชอบ 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

1. ครูกล่าวทบทวนความรู้เรื่องลำดับ ลำดับจำกัด ลำดับอนันต์ และการหาพจน์ทั่วไปของ

ลำดับ

- ลำดับคืออะไร

(แนวตอบ : ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวกหรือสับเซตของจำนวนเต็มบวกในรูป $\{1, 2, 3, \dots, n\}$)

- ให้ยกตัวอย่างลำดับจำกัดและลำดับอนันต์มาอย่างละ 1 ลำดับ

(แนวตอบ : ลำดับจำกัดเช่น $\{8, 16, 24, 32, 40, 48\}$ และลำดับอนันต์ เช่น $\{5, 10, 15, 20, 25, \dots\}$)

2. ครูอธิบายว่าลำดับในทางคณิตศาสตร์มีหลายเรื่อง แต่ในระดับมัธยมศึกษาจะเรียนแค่ 2 เรื่อง คือ ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต

ขั้นสอน

1. นักเรียนทำกิจกรรม Investigation เป็นรายบุคคลดังนี้

ข้อ	ลำดับ	$a_2 - a_1$	$a_3 - a_2$	$a_4 - a_3$	$a_5 - a_4$
1	2,5,8,11,14,...	$5-2 = 3$	$8-5=3$	$11-8 = 3$	$14-11 = 3$
2	6,3,0,-3,-6,...	$3-6 = (-3)$	$0-3 = (-3)$	$(-3)-0 = (-3)$	$(-6)-(-3) = (-3)$
3	5,9,13,17,21,...	$9-5 = 4$	$13-9 = 4$	$17-13 = 4$	$21-17 = 4$
4	1,1,1,1,1,...	$1-1 = 0$	$1-1 = 0$	$1-1 = 0$	$1-1 = 0$
5	1,2,4,7,11,...	$2-1 = 1$	$4-2 = 2$	$7-4 = 3$	$11-7 = 4$
6	9,8,6,3,-1,...	$8-9 = (-1)$	$6-8 = (-2)$	$3-6 = (-3)$	$(-1)-3 = (-4)$

จะเห็นว่าลำดับในข้อ 1 ถึง 4 จะมีผลต่างของพจน์หลังกับพจน์หน้าเป็นค่าคงตัวเสมอ เรียกว่า ลำดับเลขคณิตและเรียกผลต่างค่าคงตัวนี้ว่า ผลต่างร่วม

2. ครูอธิบายลำดับเลขคณิตในกรณีทั่วไป และสามารถเขียนพจน์อื่น ๆ ในลำดับเลขคณิตในรูปของ a_1 และ d เช่น

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d \quad \text{หรือ} \quad (a_1 + d) + d \quad \text{หรือ} \quad a_1 + 2d$$

$$a_4 = a_3 + d \quad \text{หรือ} \quad (a_1 + 2d) + d \quad \text{หรือ} \quad a_1 + 3d$$

$\vdots$

$$a_n = a_{n-1} + d \quad \text{หรือ} \quad [a_1 + (n-2)d] + d \quad \text{หรือ} \quad a_1 + (n-1)d$$

และการหาพจน์ทั่วไปของ ลำดับเลขคณิตคือ

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

เมื่อ a_1 คือ พจน์ที่ 1 ของลำดับเลขคณิต

d คือ ผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิต

n คือ ลำดับที่ n ของลำดับเลขคณิต

และ a_n คือ พจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต

3. ครุยกตัวอย่างที่ 5 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม ดังนี้

- ให้เขียนสี่พจน์ถัดไปของลำดับเลขคณิต $-3, 1, 5, \dots$

ลำดับเลขคณิตมี $a_1 = (-3)$ และผลต่างร่วม $d = a_2 - a_1 = 1 - (-3) = 4$

จะได้ $a_4 = a_3 + d = 5 + 4 = 9$

$a_5 = a_4 + d = 9 + 4 = 13$

$a_6 = a_5 + d = 13 + 4 = 17$

$a_7 = a_6 + d = 17 + 4 = 21$

ดังนั้น สี่พจน์ถัดไปของลำดับเลขคณิตนี้คือ $9, 13, 17, 21$

4. ครุยกตัวอย่างเพิ่มเติมโดยให้นักเรียนร่วมกันแสดงวิธีทำดังนี้

- ลำดับ $1, 3, 5, \dots$ มีผลต่างร่วม (d) เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : ผลต่างร่วม (d) มีค่าเท่ากับ $a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2$)

- ให้เขียนสามพจน์ถัดไปของลำดับเลขคณิต $1, 3, 5, \dots$

(แนวตอบ : ลำดับเลขคณิตมี $a_1 = 1$ และผลต่างร่วม $d = a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2$)

จะได้ $a_4 = a_3 + d = 5 + 2 = 7$

$a_5 = a_4 + d = 7 + 2 = 9$

$a_6 = a_5 + d = 9 + 2 = 11$

ดังนั้น สามพจน์ถัดไปของลำดับเลขคณิตนี้คือ $7, 9, 11$

5. ครุยกโจทย์ของตัวอย่างที่ 6 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม และสามารถหาพจน์ที่ 50 ของลำดับเลขคณิต $3, 7, 11, 15, \dots$ โดยศึกษา PROBLEM SOLVING TIP ว่า การหาลำดับเลขคณิตในพจน์ที่ n จะต้องทราบค่าของ a_1 และ d ก่อนเสมอ

- ให้หาพจน์ที่ 50 ของลำดับเลขคณิต $3, 7, 11, 15, \dots$

ลำดับเลขคณิตมี $a_1 = 3$ และผลต่างร่วม $d = 7 - 3 = 4$

จาก $a_n = a_1 + (n - 1)d$

จะได้ $a_{50} = 3 + (50 - 1)(4)$

$= 3 + 196$

$= 199$

ดังนั้น พจน์ที่ 50 ของลำดับคือ 199

6. นักเรียนแต่ละคนกำหนดลำดับเลขคณิตมาคนละ 1 ลำดับ โดยที่แต่ละลำดับมี 4 พจน์ จากนั้นให้แต่ละคนเขียนพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต แล้วหาพจน์ที่ 100 ของลำดับดังกล่าว โดยทำลงในสมุด

ชั่วโมงที่ 2

7. ครูทบทวนเรื่อง ลำดับเลขคณิต จากชั่วโมงที่แล้วโดยตั้งคำถามดังนี้

- ลำดับเลขคณิตคืออะไร และหาพจน์ทั่วไปได้จากสูตรใด

(แนวตอบ : ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่มีผลต่างของพจน์ที่ $n + 1$ กับพจน์ที่ n แล้วมี

ค่าคงตัวเสมอ และเรียกผลต่างที่มีค่าคงตัวนี้ว่า ผลต่างร่วม และสูตรพจน์ทั่วไปคือ $a_n = a_1 + (n-1)d$)

8. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 7, 8 และ 9 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม แล้วร่วมกันตอบคำถามดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 7 ลำดับเลขคณิต 5, 1, -3, -7 จะได้ว่า a_1 และผลต่างร่วมมีค่าเท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : ลำดับเลขคณิต 5, 1, -3, -7 มี $a_1 = 5$ และผลต่างร่วม

$$d = a_2 - a_1 = 1 - 5 = (-4))$$

- จากตัวอย่างที่ 8 a_1 มีค่าเท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : $a_1 = -1$)

- จากตัวอย่างที่ 8 x มีค่าเท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : $x = 2$)

- จากตัวอย่างที่ 9 x มีค่าเท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : $x = 2$)

9. ครูเสริมจากกรอบ PROBLEM SOLVING TIP ว่า “การหาพจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิต จะต้องทราบค่า a_1 และ d ก่อนเสมอ”

10. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 7, 8 และ 9 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 3

11. ครูทบทวนเรื่อง ลำดับเลขคณิต จากชั่วโมงที่แล้วโดยตั้งคำถามดังนี้

- ลำดับเลขคณิตคืออะไร และหาพจน์ทั่วไปได้จากสูตรใด

(แนวตอบ : ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่มีผลต่างของพจน์ที่ $n + 1$ กับพจน์ที่ n แล้วมี

ค่าคงตัวเสมอ และเรียกผลต่างที่มีค่าคงตัวนี้ว่า ผลต่างร่วม และสูตรพจน์ทั่วไปคือ $a_n = a_1 + (n-1)d$)

- พจน์ที่ 50 ของลำดับเลขคณิต 11, 6, 1, -4, ... คือจำนวนใด

(แนวตอบ : หาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต คือ $a_n = -5n + 16$ และพจน์ที่ 50 คือ

$$a_{50} = -234)$$

12. นักเรียนจับคู่เพื่อศึกษาตัวอย่างที่ 10 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม ดังนี้

- ถ้าลำดับเลขคณิตชุดหนึ่งมีผลบวกและผลคูณของสามพจน์แรกเท่ากับ 9 และ 15 ตามลำดับ ให้หาสามพจน์แรกของลำดับเลขชุดนี้

ให้หาสามพจน์แรกของลำดับเลขคณิต คือ $a-d, a, a+d$

$$\text{จะได้ } (a-d)+a+(a+d) = 9$$

$$3a = 9$$

$$a = 3$$

$$\text{และ } (a-d)(a)(a+d) = 15$$

$$(3-d)(3)(3+d) = 15$$

$$9 - d^2 = 5$$

$$d^2 = 4$$

$$d = 2, (-2)$$

เมื่อ $d = 2$ และ $a = 3$ จะได้สามพจน์แรก คือ 1,3,5

$d = (-2)$ และ $a = 3$ จะได้สามพจน์แรกคือ 5,3,1

13. ครูตั้งคำถามเพิ่มเติมจากตัวอย่างที่ 10 ดังนี้

- หาสามพจน์แรกของลำดับเลขคณิตนี้

(แนวตอบ : ถ้า $d = 2$ และ $a = 3$ จะได้สามพจน์แรกคือ 1,3,5

$d = (-2)$ และ $a = 3$ จะได้สามพจน์แรกคือ 5,3,1)

- หาสามพจน์ถัดไปลำดับเลขคณิตนี้

(แนวตอบ : ถ้า $d = 2$ สามพจน์ถัดไปของลำดับ 1, 3, 5, ... คือ 7, 9 และ 11

$d = (-2)$ สามพจน์ถัดไปของลำดับ 5, 3, 1, ... คือ -1, -3 และ -5)

- หาพจน์ทั่วไป และพจน์ที่ 30 ของลำดับเลขคณิตนี้

(แนวตอบ : $a_n = 2n-1$ และพจน์ที่ 30 คือ 59)

14. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปตัวอย่างที่ 11 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับอนุกรม ดังนี้

- จำนวนเต็มตั้งแต่ 100 ถึง 1,000 ที่หารด้วย 7 ลงตัว มีทั้งหมดกี่จำนวน

จำนวนแรกที่หารด้วย 7 ลงตัว คือ 105

จำนวนสุดท้ายที่หารด้วย 7 ลงตัว คือ 994

จะได้ลำดับเลขคณิตคือ 105, 112, 119, ..., 994

จาก $a_n = a_1 + (n-1)d$ เมื่อ $a_1=105$, $d = 7$, และ $a_n = 994$

จะได้ $994 = 105 + (n-1)7$

$$994 = 105 + 7n - 7$$

$$7n = 896$$

$$n = 128$$

ดังนั้น จำนวนเต็มตั้งแต่ 100 ถึง 1,000 ที่หารด้วย 7 ลงตัวมีทั้งหมด 128 จำนวน

15. กรุณาอธิบายเพิ่มเติมว่าการหาจำนวนพจน์สามารถหาได้ โดยร่วมสรุปกันดังนี้

จากสูตร $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$a_n - a_1 = (n-1)d$$

$$\frac{a_n - a_1}{d} = (n-1)$$

$$n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$$

ดังนั้น การหาจำนวนพจน์สามารถหาได้จากสูตร $n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$ จากการย้ายข้าง

สมการ

16. กรุณาดูตัวอย่างเพิ่มเติมโดยให้นักเรียนร่วมกันแสดงวิธีทำ โดยใช้สูตร $n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$

- ระหว่าง 100 และ 500 มีจำนวนเต็มที่หารด้วย 4 ลงตัว มีกี่จำนวน

จาก $n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$, $a_n = 500$, $a_1 = 100$ และ $d = 4$

จะได้
$$\begin{aligned} n &= \frac{500 - 100}{4} + 1 \\ &= \frac{400}{4} + 1 \\ &= 100 + 1 \\ &= 101 \end{aligned}$$

- ดังนั้นระหว่าง 100 และ 500 มีจำนวนเต็มที่หารด้วย 4 ลงตัวมี 101 จำนวน

17. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 10 และ 11 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

18. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 10 และ 11 ในหนังสือเรียนรายวิชา พื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

ชั่วโมงที่ 4

19. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 12 แล้วตั้งคำถามดังนี้

- นักเรียนทราบได้อย่างไรว่าจากตัวอย่างที่ 12 มีลักษณะของโจทย์เป็นลำดับเลขคณิต
(แนวตอบ : เพราะวันชัยมีการจ่ายเงินเพิ่มทุกเดือน เดือนละ 50 บาท อย่างคงตัว)

- นักเรียนทราบค่า a_1, d และ a_n ได้อย่างไร

(แนวตอบ : เนื่องจากโจทย์ระบุว่าชำระเงินคืนเดือนแรก 850 บาท นั่นคือ $a_1 = 850$ วันชัยมีการจ่ายเงินเพิ่มทุกเดือน เดือนละ 50 บาท นั่นคือ $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = d$ วันชัยชำระเงินในเดือนสุดท้ายเป็นเงิน 1,700 บาท หรือพจน์สุดท้าย นั่นคือ $a_n = 1,700$)

- โจทย์ต้องการทราบอะไร และใช้สูตรใดในการคำนวณหาค่าตัวแปร

(แนวตอบ : โจทย์ต้องการทราบว่าวันชัยชำระเงินกู้เงินสหกรณ์เป็นระยะเวลากี่เดือน หรือหาค่า n และใช้สูตรในการคำนวณคือ $a_n = a_1 + (n-1)d$)

20. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 12 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

21. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 12 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

22. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม เป็นกรบ้าน

23. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3 – 4 คน โดยคละความสามารถทางคณิตศาสตร์ ทำกิจกรรม
ดังนี้

- ให้แต่ละกลุ่มทำแบบฝึกทักษะ 3.1ข ระดับพื้นฐาน และระดับกลาง ทุกข้อลงในสมุด
ชั้นสรุป

24. ครูทบทวนความรู้โดยใช้การถาม – ตอบ ดังนี้

- ลำดับเลขคณิตคืออะไร

(แนวตอบ ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่มีผลต่างของพจน์ที่ $n + 1$ กับพจน์ที่ n แล้วมีค่าคงตัวเสมอ และเรียกผลต่างที่มีค่าคงตัวนี้ว่า ผลต่างร่วม)

- สัญลักษณ์ที่ใช้ในการคำนวณหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต

(แนวตอบ: พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต คือ $a_n = a_1 + (n-1)d$

โดยที่ a_1 คือ พจน์แรก หรือพจน์ที่ 1

a_n คือ พจน์ที่ n หรือพจน์สุดท้าย

n คือ จำนวนพจน์

d คือ ผลต่างร่วม)

- เขียนสัญลักษณ์แทนผลบวกสามพจน์แรกของลำดับเลขคณิตซึ่งจะได้ผลบวกเท่ากับ 30

(แนวตอบ : $(a-d)+a+(a+d) = 30$ เมื่อ $a-d$ คือพจน์แรก)

- เขียนสัญลักษณ์แทนผลบวกสี่พจน์แรกของลำดับเลขคณิตซึ่งจะได้ผลบวกเท่ากับ 50

(แนวตอบ : $(a-3d)+(a-d)+(a+d)+(a+3d) = 50$ เมื่อ $a-3d$ คือพจน์แรก)

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้			
1) ลำดับเลขคณิต	- ตรวจแบบฝึกทักษะ 3.1ข	- แบบฝึกทักษะ 3.1ข	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะอันพึง ประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.1 สื่อการเรียนรู้

- หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม
- แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 3.1ข เรื่อง ลำดับเลขคณิต
- แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

8.2 แหล่งการเรียนรู้

-

ความคิดเห็นของผู้อำนวยการโรงเรียน

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายจักรวาล เจริญทอง)

ผู้อำนวยการโรงเรียน

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ)

ผู้สอน

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

จำนวน 18 ชั่วโมง

เรื่อง ลำดับเรขาคณิต

เวลา 4 ชั่วโมง

1. มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เข้าใจความหมายของลำดับเรขาคณิตได้ (K)
2. หาพจน์ต่าง ๆ ของลำดับเรขาคณิต และนำไปใช้ได้ (K)
3. สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับลำดับเรขาคณิตในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอได้ (P)
4. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

3. สาระการเรียนรู้

ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต

4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ลำดับเรขาคณิต คือ ลำดับที่มีอัตราส่วนของพจน์ที่ $n + 1$ กับพจน์ที่ n แล้วมีค่าคงตัวเสมอ และเรียกอัตราส่วนที่มีค่าคงตัวว่า อัตราส่วนร่วม

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการจำแนกประเภท 2) ทักษะการนำความรู้ไปใช้ 3) ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ 4) ทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย รับผิดชอบ 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

1. ครูกล่าวทบทวนความรู้เรื่องลำดับเลขคณิตดังนี้
 - พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต คือ $a_n = a_1 + (n - 1)d$

เมื่อ a_1 คือ พจน์แรก
 d คือ ผลต่างร่วม
 n คือ จำนวนพจน์ในลำดับเลขคณิต
 a_n คือ พจน์สุดท้ายของลำดับเลขคณิต

ขั้นตอน

1. นักเรียนทำกิจกรรม Investigation ดังนี้

ข้อ	ลำดับ	$\frac{a_2}{a_1}$	$\frac{a_3}{a_2}$	$\frac{a_4}{a_3}$	$\frac{a_5}{a_4}$
1	1,2,4,8,16,...	$\frac{2}{1} = 2$	$\frac{4}{2} = 2$	$\frac{8}{4} = 2$	$\frac{16}{8} = 2$
2	3,-9,27,-81,243,...	$\frac{-9}{3} = (-3)$	$\frac{27}{-9} = (-3)$	$\frac{-81}{27} = (-3)$	$\frac{243}{-81} = (-3)$
3	64,32,16,8,4,...	$\frac{32}{64} = \frac{1}{2}$	$\frac{16}{32} = \frac{1}{2}$	$\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$	$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$
4	1,1,1,1,1,1,...	$\frac{1}{1} = 1$	$\frac{1}{1} = 1$	$\frac{1}{1} = 1$	$\frac{1}{1} = 1$
5	1,2,6,24,120,...	$\frac{2}{1} = 2$	$\frac{6}{2} = 3$	$\frac{24}{6} = 4$	$\frac{120}{24} = 5$
6	9,8,6,3,-1,...	$\frac{8}{9}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{-1}{3}$

จะเห็นว่า ลำดับในข้อ 1-4 จะมีอัตราส่วนของพจน์หลังกับพจน์หน้าที่อยู่ติดกันดังนี้

- $\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{8}{4} = \frac{16}{8} = 2$ มีค่าคงตัวเท่ากับ 2
- $\frac{-9}{3} = \frac{27}{-9} = \frac{-81}{27} = \frac{243}{-81} = (-3)$ มีค่าคงตัวเท่ากับ (-3)
- $\frac{32}{64} = \frac{16}{32} = \frac{8}{16} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ มีค่าคงตัวเท่ากับ $\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{1}{1} = 1$ มีค่าคงตัวเท่ากับ 1

อัตราส่วนที่อยู่ติดกันในแต่ละคู่จะมีค่าคงตัวที่เท่ากัน ซึ่งจะเรียกลำดับนี้ว่า ลำดับเรขาคณิต

และอัตราส่วนที่คงตัว เรียกว่า อัตราส่วนร่วม ใช้สัญลักษณ์คือ r

2. ครูอธิบายลำดับเรขาคณิตในกรณีทั่วไป และสามารถเขียนพจน์อื่น ๆ ในลำดับเรขาคณิตในรูปของ a_1 และ r เช่น

- $a_2 = a_1 r$
- $a_3 = a_2 r$ หรือ $(a_1 r) r$ หรือ $a_1 r^2$
- $a_4 = a_3 r$ หรือ $(a_1 r^2) r$ หรือ $a_1 r^3$
- $\vdots$
- $a_n = a_{n-1} r$ หรือ $(a_1 r^{n-2}) r$ หรือ $a_1 r^{n-1}$

3. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต ดังนี้

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

เมื่อ a_1 คือ พจน์ที่ 1 ของลำดับเรขาคณิต

r คือ อัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิต

n คือ ลำดับที่ n ของลำดับเรขาคณิต

และ a_n คือ พจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต

4. ครูกยกตัวอย่างที่ 13 และ 14 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ ที่ 3 ลำดับและอนุกรม พร้อมร่วมตอบคำถามดังนี้

- ลำดับเรขาคณิตของ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ มี a_1 และค่า r เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : ลำดับเรขาคณิตนี้มี $a_1 = 1$ และ $r = \frac{\frac{3}{2}}{1} = \frac{3}{2}$)

- พจน์ที่ 4 ของลำดับ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : พจน์ที่ 4 ของลำดับ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ มีค่าเท่ากับ $\frac{27}{8}$)

- พจน์ที่ 5 ของลำดับ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : พจน์ที่ 5 ของลำดับ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ มีค่าเท่ากับ $\frac{81}{16}$)

- พจน์ที่ 6 ของลำดับ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : พจน์ที่ 6 ของลำดับ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ มีค่าเท่ากับ $\frac{243}{32}$)

- พจน์ที่ 7 ของลำดับ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : พจน์ที่ 7 ของลำดับ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ มีค่าเท่ากับ $\frac{729}{64}$)

- ลำดับเรขาคณิตของ $\frac{1}{16}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \dots$ มี a_1 และ ค่า r เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : ลำดับเรขาคณิตนี้มี $a_1 = \frac{1}{16}$ และ $r = -\frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{16}} = -2$)

- พจน์ที่ 10 ของลำดับ $\frac{1}{16}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \dots$ เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : พจน์ที่ 10 ของลำดับ $\frac{1}{16}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \dots$ มีค่าเท่ากับ -32)

5. ครูกดตัวอย่างเพิ่มเติมโดยให้นักเรียนร่วมกันแสดงวิธีทำดังนี้

- ให้เขียนพจน์ถัดไปของลำดับเรขาคณิต $75, 15, 3, \frac{3}{5}, \dots$

ลำดับเรขาคณิตนี้มี $a_1 = 75$, อัตราส่วนร่วม $r = \frac{15}{75} = \frac{1}{5}$ และ $n=5$

$$\begin{aligned} \text{จาก } a_n &= a_1 r^{n-1} \\ &= 75 \left(\frac{1}{5} \right)^{5-1} \\ &= 75 \left(\frac{1}{5} \right)^4 \\ &= 75 \left(\frac{1}{625} \right) \\ &= \frac{75}{625} \end{aligned}$$

พจน์ถัดไปของลำดับเรขาคณิต $75, 15, 3, \frac{3}{5}, \dots$ คือ $\frac{75}{625}$

- ให้หาพจน์ที่ 6 ของลำดับเรขาคณิต $1, 2, 4, 8, \dots$

ลำดับเรขาคณิตนี้มี $a_1 = 1$ และ อัตราส่วนร่วม $r = \frac{2}{1} = 2$

$$\begin{aligned} \text{จาก } a_n &= a_1 r^{n-1} \\ &= (1)(2)^{6-1} \end{aligned}$$

$$= 2^5$$

$$= 32$$

ดังนั้น พจน์ที่ 6 ของลำดับเรขาคณิต 1, 2, 4, 8, ... คือ 32

6. นักเรียนจับคู่ทำกิจกรรมต่อไปนี้

- ทบทวนความรู้เรื่อง ลำดับเรขาคณิต และพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต

$a_n = a_1 r^{n-1}$ โดยให้แต่ละคนเขียนลำดับเรขาคณิตมาคนละ 4 พจน์ ลงในสมุด

ชั่วโมงที่ 2

ขั้นสอน

7. ครูทบทวนเรื่อง ลำดับเรขาคณิต จากชั่วโมงที่แล้วดังนี้

- ลำดับเรขาคณิตคืออะไร และหาพจน์ทั่วไปได้จากสูตรใด

(แนวตอบ : ลำดับที่มีอัตราส่วนของพจน์ที่ $n + 1$ กับพจน์ที่ n แล้วมีค่าคงตัวเสมอ และ

เรียกอัตราส่วนที่มีค่าคงตัวว่า อัตราส่วนร่วม และสูตรพจน์ทั่วไปคือ $a_n = a_1 r^{n-1}$)

- พจน์ที่ 30 ของลำดับเรขาคณิต 15, -5, $\frac{5}{3}$, $-\frac{5}{9}$, ... คือจำนวนใด

(แนวตอบ : หาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต คือ $a_n = 15 \left(-\frac{1}{3} \right)^{n-1}$ และพจน์ที่

30 คือ $a_{30} = 15 \left(-\frac{1}{3} \right)^{29}$)

8. ครูอธิบายเกี่ยวกับการหาพจน์ของลำดับเรขาคณิตจากตัวอย่างที่ 15 และ 16 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม โดยตั้งคำถามดังนี้

- ลำดับเรขาคณิต 2, $2\sqrt{2}$, 4, $4\sqrt{2}$, ... มี a_1 และ ค่า r เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : ลำดับเรขาคณิต 2, $2\sqrt{2}$, 4, $4\sqrt{2}$, ... มี $a_1 = 2$ และ

อัตราส่วนร่วม $r = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$)

- พจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิต 2, $2\sqrt{2}$, 4, $4\sqrt{2}$, ... เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : พจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิต 2, $2\sqrt{2}$, 4, $4\sqrt{2}$, ...

$$a_n = 2(\sqrt{2})^{n-1}$$

- ลำดับเรขาคณิตของ 1, $\sqrt{3}$, 3, ... มี a_1 และ ค่า r เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : ลำดับเรขาคณิตของ 1, $\sqrt{3}$, 3, ... มี $a_1 = 1$ และอัตราส่วนร่วม

$$r = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

- 243 เป็นพจน์ที่เท่าใดของลำดับเรขาคณิตที่มี $1, \sqrt{3}, 3, \dots$
(แนวตอบ : 243 เป็นพจน์ที่ 11 ของลำดับ $1, \sqrt{3}, 3, \dots$)
- นักเรียนสามารถหาพจน์ทั่วไปและหาค่า n ของลำดับเรขาคณิตโดยใช้วิธีใด
(แนวตอบ : โดยแทนสมการทั่วไปและหาค่าออกมา)

9. นักเรียนฝึกทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 15 และ 16 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

10. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 15 และ 16 ในหนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

ชั่วโมงที่ 3

11. ครูทบทวนเรื่อง ลำดับเรขาคณิต จากชั่วโมงที่แล้วดังนี้

- ลำดับเรขาคณิตคืออะไร และหาพจน์ทั่วไปได้จากสูตรใด
(แนวตอบ : ลำดับที่มีอัตราส่วนของพจน์ที่ $n + 1$ กับพจน์ที่ n แล้วมีค่าคงตัวเสมอ

และเรียกอัตราส่วน ที่มีค่าคงตัวว่า อัตราส่วนร่วม และสูตรพจน์ทั่วไปคือ $a_n = a_1 r^{n-1}$)

12. ครูยกโจทย์ตัวอย่างที่ 17 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมจากนั้นตั้งคำถามดังนี้

- ถ้านักเรียนต้องการทราบพจน์ที่ 6 ของลำดับเรขาคณิตดังกล่าว นักเรียนจะต้องทราบค่าใดบ้าง

(แนวตอบ : พจน์ที่ 1 และ r)

- นักเรียนจะหาพจน์ที่ 1 และ r ได้อย่างไร เมื่อโจทย์กำหนด $a_3 = 2$ และ $a_7 = 2592$

(แนวตอบ : จัดรูป $a_3 = 2$ ให้เป็น $a_1 r^2 = 2$ (1)

และ $a_7 = 2592$ ให้เป็น $a_1 r^6 = 2592$ (2)

จากนั้นแก้ระบบสมการเพื่อหาค่า a_1 และ r)

จากนั้นนำค่า a_1 และ r มาแทนค่าใน $a_6 = a_1 r^5$ เพื่อหาพจน์ที่ 6

13. นักเรียนฝึกทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 17 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

14. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 17 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

ชั่วโมงที่ 4

ขั้นสอน

15. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 18 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม และร่วมตอบคำถามดังนี้

• จากตัวอย่างที่ 18 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม หลังจากลูกบอลกระทบพื้นครั้งที่ 10 ลูกบอลจะกระดอนไปได้กี่เมตร

$$(\text{แนวตอบ : } 108 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{10-1} \approx 2.81)$$

• ถ้าลูกบอลลูกนี้ถูกปล่อยจากความสูง 450 เมตร ให้หาว่าหลังจากลูกบอลกระทบพื้นครั้งที่ 6 ลูกบอลจะกระดอนขึ้นไปได้กี่เมตร

$$(\text{แนวตอบ : ลูกบอลกระทบพื้นครั้งที่ 1 ลูกบอลจะขึ้นไปได้สูงเท่ากับ } 450 \times \frac{2}{3} = 300$$

เมตร) ลูกบอลกระทบพื้นครั้งที่ 6 ลูกบอลจะขึ้นไปได้สูงเท่ากับ $300 \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 \approx 39.51$ เมตร)

16. นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันสืบค้นจากอินเทอร์เน็ตหรือในหนังสือหาแนวข้อสอบ O-NET หัวข้อโจทย์ประยุกต์เกี่ยวกับ เรื่อง ลำดับเรขาคณิต มากกลุ่มละ 1 ข้อ เขียนโจทย์และวิธีทำลงในกระดาษ A4

17. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมเป็นการบ้าน

18. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3 – 4 คน โดยละความสามารถทางคณิตศาสตร์ ทำกิจกรรมดังนี้

• ให้แต่ละกลุ่มทำแบบฝึกทักษะ 3.1ค ลงในสมุด โดยให้สมาชิกในกลุ่มปรึกษากัน
ขั้นสรุป

19. ครูทบทวนความรู้โดยใช้การถาม-ตอบดังนี้

• ลำดับเรขาคณิตคืออะไร

(แนวตอบ : ลำดับเรขาคณิต คือ ลำดับที่มีอัตราส่วนของพจน์ที่ $n + 1$ กับพจน์ที่ n แล้ว มีค่าคงตัวเสมอ และเรียก อัตราส่วนที่มีค่าคงตัวว่า อัตราส่วนร่วม และสูตรพจน์ทั่วไปคือ $a_n = a_1 r^{n-1}$)

• บอกสัญลักษณ์ที่ใช้ในการคำนวณหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต

(แนวตอบ : พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต คือ $a_n = a_1 r^{n-1}$

โดยที่ a_1 คือ พจน์แรก หรือพจน์ที่ 1

a_n คือ พจน์ที่ n หรือพจน์สุดท้าย

n คือ จำนวนพจน์

r คือ อัตราส่วนร่วม)

• ให้เขียนสัญลักษณ์แทนผลคูณสามพจน์แรกของลำดับเรขาคณิต ซึ่งจะได้ผลคูณเท่ากับ

1000

$$(\text{แนวตอบ : } (ar^{-1})(a)(ar) = 1000 \text{ เมื่อ } ar^{-1} \text{ คือ พจน์แรก})$$

- ให้เขียนสัญลักษณ์แทนผลคูณสี่พจน์แรกของลำดับเรขาคณิต ซึ่งจะได้ผลคูณ

เท่ากับ 625

(แนวตอบ : $(ar^{-3})(ar^{-1})(ar)(ar^3) = 625$ เมื่อ (ar^{-3}) คือ พจน์แรก)

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) ลำดับเรขาคณิต	- ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 3.1ค	- แบบฝึกทักษะ 3.1ค	- ร้อยละ 60 ผ่าน เกณฑ์
2) พฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 3.1ค เรื่อง ลำดับเรขาคณิต
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) อินเทอร์เน็ต
- 2) หนังสือแนวข้อสอบ O-NET

ความคิดเห็นของผู้อำนวยการโรงเรียน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายจักรวาล เจริญทอง)

ผู้อำนวยการโรงเรียน

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ)

ผู้สอน

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

จำนวน 18 ชั่วโมง

เรื่อง อนุกรมเลขคณิต

เวลา 6 ชั่วโมง

1. มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของอนุกรมเลขคณิตได้ (K)
2. หาผลบวกต่าง ๆ ของอนุกรมเลขคณิต และนำไปใช้ได้ (K)
3. สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับอนุกรมเลขคณิตในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอได้ (P)
4. ตั้งใจและรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย (A)

3. สาระการเรียนรู้

อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

อนุกรมเลขคณิต คือ อนุกรมที่ได้จากลำดับเลขคณิต และมีผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิตเป็น

ผลต่างร่วมของอนุกรมเลขคณิตด้วย สูตรผลบวกการหาอนุกรมเลขคณิต คือ $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ หรือ

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ 2) ทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย รับผิดชอบ 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

1. ครูกล่าวทบทวนความรู้เรื่องลำดับเลขคณิตโดยตั้งคำถามดังนี้

- ยกตัวอย่างของลำดับเลขคณิตมา 3 ลำดับ

- (แนวตอบ 1) 4,7,10,13
 2) 5, 8,11,14,...
 3) 1,-4,-9,-14,...)

- จากตัวอย่างข้างต้น ให้นักเรียนเขียนลำดับเลขคณิตให้อยู่ในรูปการบวก

- (แนวตอบ 1) $4 + 7 + 10 + 13$
 2) $5 + 8 + 11 + 14 + \dots$
 3) $1 + (-4) + (-9) + (-14) + \dots$)

2. ครูกล่าวเพิ่มเติมจากข้อ 1. ว่า “ผลบวกที่ได้จากลำดับเลขคณิต เรียกว่า อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมที่ได้จากลำดับจำกัด เรียกว่าอนุกรมจำกัด ดังตัวอย่างข้อ 1) เป็นอนุกรมจำกัด และอนุกรมที่ได้จากลำดับอนันต์ เรียกว่า อนุกรมอนันต์ ดังตัวอย่างข้อ 2) และ 3)”

ขั้นสอน

- ครูกล่าวเพิ่มเติมว่าผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเรียกว่า อนุกรม นั่นคือ

- เมื่อ a_1 คือ พจน์แรกของอนุกรม
 a_2 คือ พจน์ที่สองของอนุกรม
 a_3 คือ พจน์ที่สามของอนุกรม
 a_n คือ พจน์ที่ n ของอนุกรม

ถ้า $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นลำดับจำกัด แล้ว $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ เรียกว่า อนุกรม

จำกัด

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ เป็นลำดับอนันต์แล้ว $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$ เรียกว่า

อนุกรมอนันต์

- ครูยกตัวอย่างของอนุกรม ดังนี้

- $3 + 6 + 9 + 12 + 15$ เป็นอนุกรมจำกัดที่ได้จากลำดับจำกัด 3, 6, 9, 12, 15
- $25 + 20 + 15 + 10 + \dots$ เป็นอนุกรมอนันต์ที่ได้จากลำดับอนันต์
- $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$ เป็นอนุกรมอนันต์ที่ได้จากลำดับอนันต์

บทนิยาม กำหนด $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$ เป็นอนุกรมอนันต์

$$\begin{aligned}
 \text{ให้} \quad S_1 &= a_1 \\
 S_2 &= a_1 + a_2 \\
 S_3 &= a_1 + a_2 + a_3 \\
 &\vdots \\
 S_n &= a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n
 \end{aligned}$$

เรียก S_n ว่าผลบวกย่อย n พจน์แรกของอนุกรม เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก และเขียนในรูปแบบสัญลักษณ์แทนการบวกโดยใช้ตัวอักษรกรีก Σ เรียกว่า ซิกมา เช่น

อนุกรมจำกัด $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์

$$\sum_{i=1}^n a_i \text{ อ่านว่า ผลบวก } a_i \text{ เมื่อ } i \text{ มีค่าตั้งแต่ } 1 \text{ ถึง } n$$

ตัวอย่างเช่น

$$\sum_{i=1}^4 5i = 5(1) + 5(2) + 5(3) + 5(4)$$

$$\sum_{i=1}^6 x^2 = (1)^2 + (2)^2 + (3)^2 + (4)^2 + (5)^2 + (6)^2$$

อนุกรมอนันต์ $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i \text{ อ่านว่า ผลบวก } a_i \text{ เมื่อ } i \text{ เมื่อ } i \text{ มีค่าตั้งแต่ } 1 \text{ ขึ้นไป}$$

ตัวอย่างเช่น

$$\sum_{i=1}^{\infty} (i^2 - i) = (1^2 - 1) + (2^2 - 2) + (3^2 - 3) + (4^2 - 4) + \dots + (n^2 - n) + \dots$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{i+1} \right) = \left(\frac{1}{1+1} \right) + \left(\frac{1}{2+1} \right) + \left(\frac{1}{3+1} \right) + \left(\frac{1}{4+1} \right) + \dots + \left(\frac{1}{n+1} \right) + \dots$$

3. นักเรียนแบ่งกลุ่มๆ ละ 3-4 คน ให้ไปศึกษาเรื่องเกี่ยวกับการบวกและลบของ Σ แล้วนำมาอภิปรายหน้าชั้นเรียนในคาบถัดไป

ชั่วโมงที่ 2

4. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 19 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม แล้วร่วมตอบคำถามดังนี้

- จาก $\sum_{i=1}^{10} 5$ มีจำนวนบวกกันทั้งหมดกี่พจน์
(แนวตอบ : $\sum_{i=1}^{10} 5$ มี 10 พจน์)
- จาก $\sum_{i=1}^{10} 5$ มีผลลัพธ์ทั้งหมดเท่าไร
(แนวตอบ : $\sum_{i=1}^{10} 5$ เท่ากับ $5+5+5+5+5+5+5+5+5+5 = 50$)
- จาก $\sum_{i=3}^9 (3i - 5)$ เป็นอนุกรมประเภทใด
(แนวตอบ : $\sum_{i=3}^9 (3i - 5)$ เป็นอนุกรมจำกัด)
- จาก $\sum_{i=3}^9 (3i - 5)$ มีการกระจายผลลัพธ์อย่างไร
(แนวตอบ : $\sum_{i=3}^9 (3i - 5) = [3(3) - 5] + [3(4) - 5] + [3(5) - 5] + [3(6) - 5] + [3(7) - 5] + [3(8) - 5] + [3(9) - 5]$)
- แสดงวิธีทำของ $\sum_{k=1}^5 (2k - 3)^2$
(แนวตอบ : $\sum_{k=1}^5 (2k - 3)^2 = [2(1)-3]^2 + [2(2)-3]^2 + [2(3)-3]^2 + [2(4)-3]^2 + [2(5)-3]^2$
 $= (-1)^2 + 1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2$
 $= 1+1+9+25+49$
 $= 85$)

5. ครูกล่าวถึงสมบัติของสัญลักษณ์แทนการบวก Σ ดังนี้

$$1) \sum_{i=1}^n c = nc \quad \text{เมื่อ } c \text{ เป็นค่าคงตัว}$$

เช่น $\sum_{i=1}^6 3 = 6(3) = 18$

$$\sum_{i=1}^7 8 = 7(8) = 56$$

$$2) \sum_{i=1}^n c a_i = c \sum_{i=1}^n a_i \text{ เมื่อ } c \text{ เป็นค่าคงตัว}$$

$$\text{เช่น } \sum_{j=1}^7 3j = 3 \sum_{j=1}^7 j = 3(1+2+3+4+5+6+7) = 3(28) = 84$$

$$\sum_{i=1}^5 6i = 6 \sum_{i=1}^5 i = 6(1+2+3+4+5) = 6(15) = 90$$

$$3) \sum_{i=1}^n (a_i + b_i) = \sum_{i=1}^n a_i + \sum_{i=1}^n b_i$$

$$\begin{aligned} \text{เช่น } \sum_{i=1}^5 (4i + 6i) &= \sum_{i=1}^5 4i + \sum_{i=1}^5 6i = 4 \sum_{i=1}^5 i + 6 \sum_{i=1}^5 i \\ &= 4(1+2+3+4+5) + 6(1+2+3+4+5) \\ &= 4(15) + 6(15) \\ &= 60 + 90 \\ &= 150 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^7 (i + 9i) &= \sum_{i=1}^7 i + \sum_{i=1}^7 9i = \sum_{i=1}^7 i + 9 \sum_{i=1}^7 i \\ &= (1+2+3+4+5+6+7) + 9(1+2+3+4+5+6+7) \\ &= 28+252 \\ &= 280 \end{aligned}$$

$$4) \sum_{i=1}^n (a_i - b_i) = \sum_{i=1}^n a_i - \sum_{i=1}^n b_i$$

$$\begin{aligned} \text{เช่น } \sum_{i=1}^5 (3i^2 - 4i) &= \sum_{i=1}^5 3i^2 - \sum_{i=1}^5 4i = 3 \sum_{i=1}^5 i^2 - 4 \sum_{i=1}^5 i \\ &= 3(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2) - 4(1+2+3+4+5) \\ &= 3(55) - 4(15) \\ &= 165 - 60 \\ &= 105 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^8 (9i - i^2) &= \sum_{i=1}^8 9i - \sum_{i=1}^8 i^2 = 9 \sum_{i=1}^8 i - \sum_{i=1}^8 i^2 \\
&= 9(1+2+3+4+5+6+7+8) - \\
&\quad (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2) \\
&= 9(36) - (1+4+9+16+25+36+49+64) \\
&= 324 - 204 \\
&= 120
\end{aligned}$$

6. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3-4 คน โดยให้ศึกษาตัวอย่างที่ 20, 21 และ 22 พร้อมทั้งทำแบบฝึกทักษะที่ 3.2ก เรื่อง อนุกรมเลขคณิต เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 3

7. นักเรียนจับคู่ทำกิจกรรม Class Discussion แล้วตอบคำถามจากกิจกรรมดังนี้

- ให้หาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเลขคณิต 1, 3, 5, 7, 9, 11

(แนวตอบ : ผลบวกของ 1, 3, 5, 7, 9, 11 คือ $1+3+5+7+9+11 = 36$)

- ให้หาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเลขคณิต 1, 3, 5, ..., 99

(แนวตอบ : ผลบวกของ 1, 3, 5, ..., 99 คือ $1+3+5+7+\dots+93+95+97+99 = 2500$)

8. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปผลที่ได้จากกิจกรรมได้ดังนี้

- ผลบวกของอนุกรมที่มีจำนวนพจน์น้อย ๆ สามารถนำแต่ละพจน์มาบวกกันได้ คือ S_6

$$= 1+3+5+7+9+11 \text{ หรือ } S_6 = 36$$

- ผลบวกที่มีจำนวนพจน์มาก ๆ ทำให้ไม่สะดวกในการหาผลบวกแต่สามารถทำได้โดย

ใช้แนวคิดของเกาส์ในการคำนวณดังนี้

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 93 + 95 + 97 + 99$$

จากผลบวกข้างต้น จะได้ว่าแต่ละคู่มีผลบวกเท่ากับ 100 ซึ่งจะมีทั้งหมด 25 คู่

ดังนั้น ผลบวกทั้งหมดของ $1+3+5+7+\dots+93+95+97+99$ หรือ

$$S_{50} = [100 \times 25] + 50 = 2500$$

9. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า จากแนวคิดของเกาส์ดังกล่าวนำมาหาผลบวกในกรณีทั่วไปของอนุกรมเลขคณิต ซึ่งมีสูตรผลบวก ได้ดังนี้

$$\text{ให้ } S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

$$S_n = a_1 + (a_1 + d) + \dots + (a_n - 2d) + (a_n - d) + a_n \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$S_n = a_n + (a_n - d) + \dots + (a_1 + 2d) + (a_1 + d) + a_1 \quad \dots\dots\dots(2)$$

นำ (1)+(2)

$$2S_n = \underbrace{(a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + \dots + (a_1 + a_n)}_{n \text{ พจน์}}$$

$$2S_n = n(a_1 + a_n)$$

ดังนั้น $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$

เมื่อ a_1 คือ พจน์ที่ 1 ของอนุกรมเลขคณิต

a_n คือ พจน์ที่ n ของอนุกรมเลขคณิต

n คือ จำนวนพจน์ของอนุกรมเลขคณิต

และ S_n คือ ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต

เนื่องจาก $a_n = a_1 + (n-1)d$ แทนในสูตร $\frac{n(a_1 + a_n)}{2}$

จะได้ $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$

$$S_n = \frac{n}{2}[a_1 + (a_1 + (n-1)d)]$$

ดังนั้น $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

เมื่อ a_1 คือ พจน์ที่ 1 ของอนุกรมเลขคณิต

d คือ ผลต่างร่วมของอนุกรมเลขคณิต

n คือ จำนวนพจน์ของอนุกรมเลขคณิต

และ S_n คือ ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต

10. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3-4 คน ให้ไปศึกษาเรื่องเกี่ยวกับอนุกรมเลขคณิต แล้วนำมาอภิปรายหน้าชั้นเรียนในคาบถัดไป

ชั่วโมงที่ 4

11. ครูกยกตัวอย่างที่ 23 และ 24 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม แล้วตั้งคำถามดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 23 “ให้หาผลบวก 30 พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต $1 + 4 + 7 + \dots$ ”
นักเรียนทราบอะไรจากโจทย์

(แนวตอบ : $a_1 = 1, d = 4 - 1 = 3$ และ $n = 30$)

- จากตัวอย่างที่ 23 นักเรียนเลือกใช้สูตรใดในการคำนวณหาผลบวกของ
อนุกรมเลขคณิต

(แนวตอบ : $S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$)

- จากตัวอย่างที่ 24 นักเรียนทราบค่าอะไรบ้าง

(แนวตอบ : $a_1 = 9, d = 12 - 9 = 3$ และ $a_n = 30$)

- จากตัวอย่างที่ 24 นักเรียนจะทราบจำนวนพจน์ของอนุกรมเลขคณิตนี้ได้อย่างไร

(แนวตอบ : หาจำนวนพจน์จากสูตรลำดับเลขคณิต คือ $a_n = a_1 + (n-1)d$)

- จากตัวอย่างที่ 24 ให้นักเรียนลองคำนวณหาค่า n แล้วหาผลบวก 50 พจน์แรกของ
อนุกรมนี้

(แนวตอบ : หาผลบวกของ 50 พจน์ จาก $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$)

$$S_{50} = \frac{50}{2} (9 + 156)$$

$$= 25(165)$$

$$= 4,125$$

ดังนั้น ผลบวกทั้ง 50 พจน์ของอนุกรมเลขคณิตนี้คือ 4,125)

12. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 23 และ 24 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 5

13. ครูกล่าวทบทวนเรื่อง การหาผลบวกอนุกรมเลขคณิต จากชั่วโมงที่แล้ว โดยตั้งคำถาม
ดังนี้

- ถ้านักเรียนทราบค่า a_1, a_n, n ของอนุกรมเลขคณิตควรจะใช้สูตรใดในการคำนวณ

(แนวตอบ : $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$)

- ถ้านักเรียนทราบค่า a_1, d, n ของอนุกรมเลขคณิตควรจะใช้สูตรใดในการคำนวณ
(แนวตอบ : $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$)

- ถ้านักเรียนไม่ทราบค่าจำนวนพจน์ของอนุกรมเลขคณิตจะหาได้จากสูตรใด
(แนวตอบ : หาจำนวนพจน์จากสูตรลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n-1)d$)

14. นักเรียนจับคู่ศึกษาตัวอย่างที่ 25 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

15. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน เพื่อศึกษาตัวอย่างที่ 26 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม แล้วตอบคำถามดังนี้

- จำนวนแรกที่หารด้วย 3 ลงตัว คือจำนวนใด
(แนวตอบ : จำนวนแรกที่หารด้วย 3 ลงตัวคือ 51)
- จำนวนที่สองที่หารด้วย 3 ลงตัวคือจำนวนใด
(แนวตอบ : จำนวนที่สองที่หารด้วย 3 ลงตัวคือ 54)
- จำนวนที่สามที่หารด้วย 3 ลงตัว คือจำนวนใด
(แนวตอบ : จำนวนที่สามที่หารด้วย 3 ลงตัวคือ 57)
- จำนวนสุดท้ายที่หารด้วย 3 ลงตัว คือจำนวนใด
(แนวตอบ : จำนวนสุดท้ายที่หารด้วยสามลงตัวคือ 189)
- เมื่อนำสามพจน์แรก 51, 54, 57, ..., 189 มาเรียงต่อกันจะเป็นลำดับชนิดใด
(แนวตอบ : ลำดับเลขคณิต เพราะมีผลต่างร่วม $d = 3$)

16. ครูสรุปจากคำถามข้างต้น ลำดับเลขคณิตมีความสัมพันธ์กับอนุกรมเลขคณิต ซึ่งอนุกรมเลขคณิตที่ได้คือ $51+54+57+..+189$

- นักเรียนหาจำนวนพจน์ของอนุกรมเลขคณิตได้อย่างไร
(แนวตอบ : หาจำนวนพจน์จาก $a_n = a_1 + (n-1)d$)
- เมื่อแก้สมการหาค่า n แล้ว จะหาผลบวกได้จากสูตรใด
(แนวตอบ : $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$)

17. นักเรียนแต่ละคนหาผลบวกของจำนวนเต็มที่มีค่าอยู่ระหว่าง 50 และ 190 แต่หารด้วย 5 ลงตัว โดยใช้หลักการเดียวกัน ตัวอย่างที่ 26 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมเป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 6

18. ครุยกตัวอย่างที่ 27 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมแล้วตั้งคำถามดังนี้

- นิธิศเดินทางวันแรกถึงวันที่สามเป็นระยะทางเท่าใดในแต่ละวัน
(แนวตอบ : วันแรกเดินทางได้ 50 กิโลเมตร
วันที่สองเดินทางได้ 48 กิโลเมตร
วันที่สามเดินทางได้ 46 กิโลเมตร)
- ระยะทางในแต่ละวันที่นิธิศเดินทางได้เพิ่มขึ้นหรือลดลงอย่างไร
(แนวตอบ : ลดลงอย่างคงที่วันละ 2 กิโลเมตร)
- ถ้าต้องการทราบระยะทางทั้งหมดที่นิธิศเดินทางได้ จะมีวิธีคิดอย่างไร
(แนวตอบ : ระยะทางทั้งหมดหาได้จากอนุกรมเลขคณิต)
- จากโจทย์ นักเรียนทราบค่าอะไรบ้าง
(แนวตอบ : $a_1 = 50$, $d = -2$ และ $a_n = 22$)
- นักเรียนจะหาจำนวนวันที่นิธิศเดินทางได้จากสูตรใด
(แนวตอบ : $a_n = a_1 + (n-1)d$)

19. ครูแทนค่าลงไปในสมการ $a_n = a_1 + (n-1)d$ เพื่อหาค่า n ดังนี้

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$22 = 50 + (n-1)(-2)$$

$$22 = 50 - 2n + 2$$

$$2n = 30$$

$$n = 15$$

$$\text{หาระยะทางทั้งหมดที่นิธิศเดินทางได้เท่ากับ } S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

$$\begin{aligned} \text{นั่นคือ } S_{15} &= \frac{15}{2}[2(50) + (15-1)(-2)] \\ &= 540 \end{aligned}$$

20. ครูตั้งคำถามเพิ่มเติมจากตัวอย่างที่ 26 ดังนี้

- ถ้านิธิศเดินทางในแต่ละวัน คือ 20, 25 และ 30 ตามลำดับ จะเป็นลำดับเลขคณิตหรือไม่ อย่างไร

(แนวตอบ : เป็นลำดับเลขคณิต เพราะนิธิศเดินทางเพิ่มขึ้นวันละ 5 กิโลเมตรอย่างคงตัว)

- ถ้านิธิศเดินทางวันสุดท้ายได้ 70 กิโลเมตร จะหาระยะทางทั้งหมดได้เท่าใด

$$(\text{แนวตอบ : } a_n = a_1 + (n-1)d)$$

$$70 = 20 + (n-1)(5)$$

$$n = 11)$$

- โจทย์ต้องการทราบอะไร และใช้สูตรใดในการคำนวณหาค่าตัวแปร

$$(\text{แนวตอบ : } S_{11} = \frac{11}{2} [2(20) + (11-1)(5)])$$

$$= 495 \text{ กิโลเมตร}$$

21. นักเรียนเขียนสรุปความรู้เรื่อง อนุกรมเลขคณิต ลงในสมุด

22. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับ

และอนุกรม เป็นการบ้าน

23. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน โดยละความสามารถทางคณิตศาสตร์ ทำ

กิจกรรมดังนี้

- ให้แต่ละกลุ่มทำแบบฝึกทักษะ 3.2ก ลงในสมุด

ขั้นสรุป

24. ครูทบทวนความรู้โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

- อนุกรมเลขคณิตคืออะไร

(แนวตอบ : อนุกรมเลขคณิต คือ ผลบวกที่ได้จากลำดับเลขคณิต และจะมีผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิตเป็นผลต่างร่วมของอนุกรมเลขคณิตด้วย

- บอกสัญลักษณ์ และสูตรที่ใช้ในการคำนวณหาผลบวกของอนุกรมเลขคณิต

$$(\text{แนวตอบ : สูตรผลบวกการหาอนุกรมเลขคณิต คือ } S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2})$$

$$\text{หรือ } S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

โดยที่ a_1 คือ พจน์แรก หรือพจน์ที่ 1

a_n คือ พจน์ที่ n หรือพจน์สุดท้าย

n คือ จำนวนพจน์

d คือ ผลต่างร่วม)

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) อนุกรมเลขคณิต	- ตรวจแบบฝึกทักษะ 3.2ก	- แบบฝึกทักษะ 3.2ก	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
2) พฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะอันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 3.2ก เรื่อง อนุกรมเลขคณิต
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

8.2 แหล่งการเรียนรู้

-

ความคิดเห็นของผู้อำนวยการโรงเรียน

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายจักรวาล เจริญทอง)

ผู้อำนวยการโรงเรียน

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ)

ผู้สอน

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

จำนวน 18 ชั่วโมง

เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต

เวลา 2 ชั่วโมง

1. มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของอนุกรมเรขาคณิตได้ (K)
2. หาผลบวกต่าง ๆ ของอนุกรมเรขาคณิต และนำไปใช้ได้ (K)
3. สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับอนุกรมเรขาคณิตในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอได้ (P)
4. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อนหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

3. สาระการเรียนรู้

อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

อนุกรมเรขาคณิต คือ อนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต และมีอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิต

เป็นอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิตด้วย สูตรผลบวกการหาอนุกรมเรขาคณิต คือ $S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$ หรือ $S_n = \frac{a_1 - a_n}{1-r}$ เมื่อ $r \neq 1$

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ 2) ทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย รับผิดชอบ 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนความรู้เรื่องลำดับเรขาคณิต โดยตั้งคำถามดังนี้

- ยกตัวอย่างของลำดับเรขาคณิตมา 3 ลำดับ

(แนวตอบ : 1. 5, 10, 20, 40

2. 50, 25, 5, $\frac{1}{5}$, ...

3. 3, -6, 12, -24, ...)

- จากตัวอย่างข้างต้นให้นักเรียนเขียนลำดับเรขาคณิตให้อยู่ในรูปการบวก

(แนวตอบ : 1. 5+10+20+40

2. 50+25+5 + $\frac{1}{5}$ + ...

3. 3 + (-6) + 12 + (-24) + ...)

2. ครูอธิบายเพิ่มเติมจากข้อ 1. ว่า “ผลบวกที่ได้จากลำดับเรขาคณิต เรียกว่า อนุกรมเรขาคณิต”

ขั้นสอน

3. นักเรียนจับคู่ทำกิจกรรม Class Discussion แล้วตอบคำถามจากกิจกรรม

- ให้หาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเรขาคณิต 1, 2, 4, 8, 16, 32

(แนวตอบ : ผลบวกของ 1, 2, 4, 8, 16, 32 คือ 63)

- ให้หาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเรขาคณิต 1, 2, 4, ..., 4,096

(แนวตอบ : ผลบวกของ 1, 2, 4, ..., 4,096 คือ 8,191)

4. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปผลที่ได้จากกิจกรรม ดังนี้

- ผลบวกของอนุกรมที่มีจำนวนพจน์น้อย ๆ สามารถนำแต่ละพจน์มาบวกกันได้ นั่นคือ

$$S_6 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 63$$

- ผลบวกที่มีจำนวนพจน์มากๆจะทำให้ไม่สะดวกในการหาผลบวกแต่สามารถหาผลบวก

โดยใช้วิธีดังนี้

$$\text{ให้} \quad S = 1+2+4+8+\dots+4,096 \quad \dots(1)$$

$$\text{นำ } 2 \times (1) \quad 2S = 2+4+8+\dots+4,096+8,192 \quad \dots(2)$$

$$\text{นำ } (2) - (1) \quad S = 8,192 - 1$$

5. นักเรียนและครูร่วมพิจารณาในการหาพจน์ทั่วไปได้ดังนี้

$$\text{ให้} \quad S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

$$S_n = a_1 + a_1r + a_1r^2 + \dots + a_1r^{n-1} \quad \dots(1)$$

$$\text{นำ } r \times (1) \quad rS_n = a_1r + a_1r^2 + \dots + a_1r^{n-1} + a_1r^n \quad \dots(2)$$

$$\text{นำ } (2) - (1) : rS_n - S_n = a_1r^n - a_1$$

$$(r - 1)S_n = a_1r^n - a_1$$

$$(r - 1)S_n = a_1(r^n - 1)$$

ดังนั้น $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$ หรือ $S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$ โดยที่ $r \neq 1$

เมื่อ a_1 คือ พจน์ที่ 1 ของอนุกรมเรขาคณิต

r คือ อัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิต

และ S_n คือ ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

จาก $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$

$$S_n = \frac{a_1 r^n - a_1}{r - 1}$$

$$S_n = \frac{(a_1 r^{n-1})r - a_1}{r - 1}$$

เนื่องจาก $a_n = a_1 r^{n-1}$ แทนในสูตร $S_n = \frac{(a_1 r^{n-1})r - a_1}{r - 1}$

จะได้ $S_n = \frac{(a_n r - a_1)}{r - 1}$

ดังนั้น $S_n = \frac{a_n r - a_1}{r - 1}$ หรือ $S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}$

เมื่อ a_1 คือ พจน์ที่ 1 ของอนุกรมเรขาคณิต

r คือ อัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิต

a_n คือ พจน์ที่ n ของอนุกรมเรขาคณิต

และ S_n คือ ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

6. ครูทบทวนเรื่องอนุกรมเรขาคณิตและสูตรในการคำนวณหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต

ดังนี้

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}, r \neq 1 \text{ เมื่อทราบค่า } a_1, a_n, r$$

หรือ

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}, r \neq 1 \text{ เมื่อทราบค่า } a_1, r, n$$

7. ครูยกตัวอย่างที่ 28 และ 29 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม แล้วตั้งคำถามดังนี้

• จากตัวอย่างที่ 28 “ให้หาผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต $4 + 8 + 16 + \dots$ ” นักเรียนทราบค่าอะไรจากโจทย์

(แนวตอบ : $a_1 = 4, r = \frac{8}{4} = 2$ และ $n = 10$)

เรขาคณิต

- จากตัวอย่างที่ 28 นักเรียนเลือกใช้สูตรใดในการคำนวณหาผลบวกของอนุกรม

(แนวตอบ : $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}, r \neq 1$)

- จากตัวอย่างที่ 29 นักเรียนทราบค่าอะไรบ้าง

(แนวตอบ : $a_1 = 1, r = \frac{1}{3}$ และ $a_n = \frac{1}{2,187}$)

- จากตัวอย่างที่ 29 นักเรียนจะทราบจำนวนพจน์ของอนุกรมเรขาคณิตนี้ได้อย่างไร

(แนวตอบ : หาจำนวนพจน์จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$)

- จากตัวอย่างที่ 29 นักเรียนสามารถหาผลบวกของอนุกรมได้จากสูตรใด

(แนวตอบ : $S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}$ เมื่อ $a_1 = 1, r = \frac{1}{3}$ และ $a_n = \frac{1}{2,187}$)

8. นักเรียนจับคู่กันแล้วศึกษาตัวอย่างที่ 30 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมแล้วตอบคำถามดังนี้

- นักเรียนหาค่า r ได้อย่างไร

(แนวตอบ : หาได้จาก $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{16}{64} = \frac{1}{4}$)

- นักเรียนหาค่า n ได้อย่างไร

(แนวตอบ : เนื่องจาก $a_n = a_1 r^{n-1}$ และ $a_n = \frac{1}{4}$ จะได้ $\frac{1}{4} = (64) \left(\frac{1}{4} \right)^{n-1}$)

- นักเรียนจะใช้สมบัติใดในการหาค่า n

(แนวตอบ : ใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่ว่า ถ้า $a^x = a^y$ แล้ว $x=y$)

จาก $\left(\frac{1}{4} \right)^4 = \left(\frac{1}{4} \right)^{n-1}$

จะได้ $4 = n - 1$

ดังนั้น $n = 5$)

- นักเรียนหาค่า S_n ได้จากสูตรใด

(แนวตอบ : หาผลบวกของอนุกรมจากสูตร $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$)

9. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 28 และ 29 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

ชั่วโมงที่ 2

10. ครุยกตัวอย่างที่ 31 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมแล้วตั้งคำถามดังนี้

- สายชลบริจาคเงินเพื่อเป็นทุนการศึกษาใน 3 ปีแรกคิดเป็นเงินจำนวนเท่าใด

(แนวตอบ : ปีแรกบริจาคเงิน 5,000 บาท

ปีที่สองบริจาคเงินเพิ่มขึ้น 10% ของปีแรก

จะได้ $10\% \times (5,000) = 500$

ดังนั้น ปีที่สองบริจาคเงินเท่ากับ $5,000 + 500 = 5,500$

ปีที่สามบริจาคเงินเพิ่มขึ้น 10% ของปีที่สอง

จะได้ $10\% \times (5,500) = 550$

ดังนั้น ปีที่สามบริจาคเงินเท่ากับ $5,500 + 550 = 6,050$)

- เงินที่สายชลบริจาคในแต่ละปีมีลำดับเลขคณิตหรือลำดับเรขาคณิตเพราะเหตุใด

(แนวตอบ : เงินที่สายชลบริจาคสามปีแรก คือ 5,000, 5,500, 6,050, ...

และเป็นลำดับเรขาคณิตเนื่องจากมีอัตราส่วนร่วมคงที่คือ $r = \frac{11}{10} = 1.1$)

- นักเรียนทราบค่า n ได้อย่างไร

(แนวตอบ : โจทย์ต้องทราบว่าเมื่อเวลาผ่านไป 20 ปี สายชลต้องบริจาคเงินไปทั้งหมดเท่าไร ดังนั้นจะได้ว่า $n = 20$)

- จากโจทย์ สายชลจะบริจาคเงินทั้งหมดในเวลา 20 ปี เป็นเงินเท่าหมดกี่บาท ต้องหาค่าของตัวแปรใด

(แนวตอบ : หาค่าของ S_{20})

- นักเรียนจะหาค่าของ S_{20} ได้จากสูตรใด

(แนวตอบ : $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$ เพราะทราบค่า a_1, r, n)

11. ครูตั้งคำถามเพิ่มเติมจากตัวอย่างที่ 31 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมดังนี้

- ถ้าสายชลบริจาคเงินในสี่ปีแรกคือ 5,000, 5,500, 6,000 และ 6,500 ตามลำดับ จากลำดับดังกล่าวเป็นลำดับชนิดใด

(แนวตอบ : เป็นลำดับเลขคณิต เพราะสายชลบริจาคเพิ่มขึ้นปีละ 500 บาท อย่างคงตัว)

- ให้นักเรียนหาเงินที่สายชลบริจาคในเวลา 10 ปีแรกและหาได้อย่างไร

(แนวตอบ : ทราบ $d = 5,500 - 5,000 = 500, n = 10, a_1 = 5,000$

$$\text{จากสูตร} \quad S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad S_{10} &= \frac{10}{2} [2(5,000) + (10-1)(500)] \\ &= 72,500 \end{aligned}$$

12. นักเรียนแบ่งกลุ่มๆละ 3 – 4 คน โดยความสามารถทางคณิตศาสตร์ทำกิจกรรมดังนี้

- ให้แต่ละกลุ่มทำแบบฝึกทักษะ 3.2ข ลงในสมุด

13. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมเป็นการบ้าน

14. นักเรียนจับกลุ่ม ๆ ละ 3-4 คน ให้นักเรียนหาโจทย์และศึกษาจากแหล่งการเรียนรู้อินเทอร์เน็ตเกี่ยวกับเรื่อง อนุกรมเรขาคณิตกลุ่มละ 10 โจทย์

15. นักเรียนแต่ละกลุ่มและครูร่วมกันอภิปรายและสรุปหน้าชั้นเรียนเกี่ยวกับเรื่อง อนุกรมเรขาคณิต

ขั้นสรุป

16. ครูทบทวนความรู้เรื่องอนุกรมโดยใช้การถาม-ตอบดังนี้

- อนุกรมเรขาคณิตคืออะไร

(แนวตอบ : อนุกรมเรขาคณิต คือ ผลบวกที่ได้จากลำดับเรขาคณิต และมีอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตเป็นอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิตด้วย)

- สูตรผลบวกการหาอนุกรมเรขาคณิตคืออะไร

$$\text{(แนวตอบ : } S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}, r \neq 1 \text{ เมื่อทราบค่า } a_1, a_n, r \text{ หรือ } S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

, $r \neq 1$ เมื่อทราบค่า a_1, r, n)

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้			
1) อนุกรมเรขาคณิต	- ตรวจแบบฝึกทักษะ 3.2ข	- แบบฝึกทักษะ 3.2ข	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
4) คุณลักษณะอันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่าน เกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 3.2ข เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) อินเทอร์เน็ต

ความคิดเห็นของผู้อำนวยการโรงเรียน

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายจักรวาล เจริญทอง)

ผู้อำนวยการโรงเรียน

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ)

ผู้สอน

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

จำนวน 18 ชั่วโมง

เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

เวลา 2 ชั่วโมง

1. มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. หาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดที่กำหนดให้ได้ (K)
2. หาพจน์ทั่วไปของลำดับอนันต์ที่กำหนดให้ได้ (K)
3. สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับการหาพจน์ทั่วไปของลำดับในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอได้ (P)
4. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

3. สาระการเรียนรู้

ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต

4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ คือ การเขียนแสดงพจน์ทั่วไป a_n ในรูปที่มี n เป็นตัวแปร ซึ่งจะมีความสัมพันธ์ของพจน์ต่างๆ และความสัมพันธ์ระหว่างพจน์กับลำดับที่โจทย์กำหนดให้

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร	1. มีวินัย รับผิดชอบ
2. ความสามารถในการคิด	2. ใฝ่เรียนรู้
1) ทักษะการหาแบบแผน	3. มุ่งมั่นในการทำงาน
2) ทักษะการวิเคราะห์	
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

1. นักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 8, 16, 24, 32, 40 แล้วแสดงวิธีการหาพจน์ทั่วไป ดังนี้

$$8 = 8(1)$$

$$16 = 8(2)$$

$$24 = 8(3)$$

$$32 = 8(4)$$

$$40 = 8(5)$$

สรุปได้ว่าลำดับของแต่ละพจน์มี 8 คูณด้วยจำนวนเต็มบวก 1, 2, 3, 4, 5 จึงเขียนพจน์ทั่วไปได้ คือ $8n$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5$

ชั้นสอน

2. ครูยกตัวอย่างที่ 32 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม ดังนี้

1) 1, 5, 9, 13, 17

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์และลำดับที่ของแต่พจน์ ดังนี้

$$\text{จะได้ } a_1 = 1$$

$$a_2 = 5 = 1+4 = 1 + 4(1)$$

$$a_3 = 9 = 1+4+4 = 1 + 4(2)$$

$$a_4 = 13 = 1+4+4+4 = 1 + 4(3)$$

$$a_5 = 17 = 1+4+4+4+4 = 1 + 4(4)$$

$$\text{ดังนั้น } a_n = 1+4(n-1) = 4n-3 \quad \text{เมื่อ } n \in \{1,2,3,4,5\}$$

3. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมของการหาพจน์ทั่วไปดังนี้

1) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 3, 5, 7, 9, 11

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์และลำดับที่ของแต่พจน์ ดังนี้

$$\text{จะได้ } a_1 = 3 = (2 \times 1) + 1 = 2(1) + 1$$

$$a_2 = 5 = (2 \times 2) + 1 = 2(2) + 1$$

$$a_3 = 7 = (2 \times 3) + 1 = 2(3) + 1$$

$$a_4 = 9 = (2 \times 4) + 1 = 2(4) + 1$$

$$a_5 = 11 = (2 \times 5) + 1 = 2(5) + 1$$

$$\text{ดังนั้น } a_n = 2n+1 \quad \text{เมื่อ } n \in \{1,2,3,4,5\}$$

2) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ -1, 2, -3, 4, -5

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์และลำดับที่ของแต่พจน์ดังนี้

$$\text{จะได้ } a_1 = -1 = [1 \times (-1)] = 1 \times (-1)^1$$

$$a_2 = 2 = 2 \times 1 = 2 \times (-1)^2$$

$$a_3 = -3 = [3 \times (-1)] = 3 \times (-1)^3$$

$$a_4 = 4 = 4 \times 1 = 4 \times (-1)^4$$

$$a_5 = -5 = [5 \times (-1)] = 5 \times (-1)^5$$

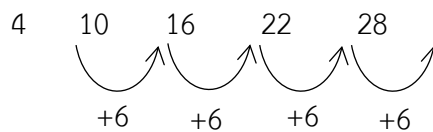
ดังนั้น อนุกรมนี้จะมีพจน์ทั่วไป คือ $n \times (-1)^n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

4. นักเรียนทำ “ลองทำดู” จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมเป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

5. ครูอธิบายจากตัวอย่างที่ 33 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมว่านักเรียนสามารถการหาพจน์ทั่วไป โดยใช้ฟังก์ชันพหุนามได้ดังนี้

- จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 4, 10, 16, 22, 28



จากลำดับที่กำหนดให้ พจน์ที่อยู่ถัดไปมีค่าเพิ่มขึ้นทีละ 6

ให้พจน์ทั่วไปอยู่ในรูป $a_n = an + b$

แทน $n = 1$ จะได้ $a_1 = 4 = a + b \dots\dots\dots 1)$

$n = 2$ จะได้ $a_2 = 10 = 2a + b \dots\dots\dots 2)$

นำ 2) - 1) จะได้ $a = 6$

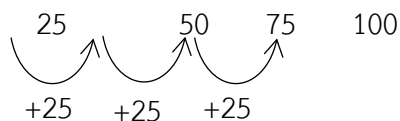
แทน a ใน 1) ด้วย 6 จะได้ $b = -2$

ดังนั้น $a_n = 6n - 2$

จะเห็นว่าลำดับเพิ่มทีละ 6 อย่างคงที่ ดังนั้นพจน์ทั่วไปจะอยู่ในรูป $a_n = an + b$

6. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมของการหาพจน์ทั่วไป โดยใช้ฟังก์ชันพหุนามได้ดังนี้

- จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 25, 50, 75, 100, ...



จากลำดับที่กำหนดให้ พจน์ที่อยู่ถัดไปมีค่าเพิ่มขึ้นทีละ 25

ให้พจน์ทั่วไปอยู่ในรูป $a_n = an + b$

แทน $n = 1$ จะได้ $a_1 = 25 = a + b \dots\dots\dots 1)$

$n = 2$ จะได้ $a_2 = 50 = 2a + b \dots\dots\dots 2)$

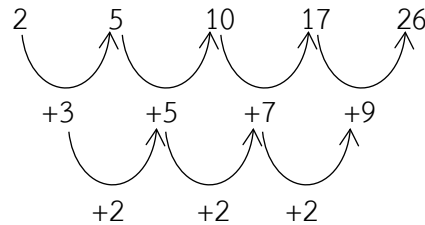
นำ 2) - 1) จะได้ $a = 25$

แทน a ใน 1) ด้วย 25 จะได้ $b = 0$

ดังนั้น $a_n = 25n$

7. ครูยกตัวอย่างที่ 33 ลำดับจากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมว่านักเรียนสามารถหาพจน์ทั่วไป โดยใช้ฟังก์ชันพหุนามได้ดังนี้

- จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 5, 10, 17, 26



แทน 1 ในสมการ	$1^2 + 1 = 2$
	$2^2 + 1 = 5$
	$3^2 + 1 = 10$
	$4^2 + 1 = 17$
	$5^2 + 1 = 26$

จะเห็นว่าลำดับเพิ่มทีละ 3, 5, 7, 9 ตามลำดับ ซึ่งจะเห็นว่าเป็นการเพิ่มขึ้นแต่ไม่คงที่ จากนั้น หาผลต่างของลำดับ 3, 5, 7, 9 อีกครั้งจะเห็นว่าลำดับเพิ่มขึ้นทีละ 2 อย่างคงที่ ดังนั้นพจน์ทั่วไปจะอยู่ในรูป $a_n = an^2 + bn + c$ แล้วทำการแทนค่า $n = 1, n = 2$ และ $n = 3$ ลงไปในสมการดังกล่าวจะได้ดังรูป $n^2 + 1$

8. นักเรียนแบ่งกลุ่มๆละ 3 – 4 คนทำกิจกรรม Performance Task ในหัวข้อ “การหาบรรพบุรุษของฝั่งเพศผู้” โดยสืบค้นจากอินเทอร์เน็ต และช่วยกันสรุปว่าลำดับดังกล่าวเป็นลำดับแบบใด จากนั้นเขียนลำดับของบรรพบุรุษของฝั่งรุ่นที่ 1 – 20

9. นักเรียนแบ่งกลุ่มเท่า ๆ กัน 4 กลุ่ม โดยช่วยกันศึกษาแบบฝึกทักษะ 3.3ก ดังนี้

กลุ่มที่ 1 ทำข้อ 1,1), ข้อ 2,2), ข้อ 3,3)

กลุ่มที่ 2 ทำข้อ 1,2), ข้อ 2,3), ข้อ 3,4)

กลุ่มที่ 3 ทำข้อ 1,3), ข้อ 2,4), ข้อ 3,3)

กลุ่มที่ 4 ทำข้อ 1,4), ข้อ 2,1), ข้อ 3,2)

10. นักเรียนทำชิ้นงานหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

11. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

ขั้นสรุป

12. นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน หน่วยที่ 3 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

13. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปหลักการหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม ดังนี้

- ถ้าลำดับที่กำหนดมีผลต่างครั้งที่ 1 คงที่ให้ใช้พจน์ทั่วไปอยู่ในรูป $a_n = an + b$ แล้วทำการแทนค่าลงไปในสมการดังกล่าวแทน $n=1$ และ $n=2$ แล้วแก้สมการหาค่า a และ b
- ถ้าลำดับที่กำหนดมีผลต่างครั้งที่ 2 คงที่ให้ใช้พจน์ทั่วไปอยู่ในรูป $a_n = an^2 + bn + c$ แล้วทำการแทนค่าลงไปในสมการดังกล่าวแทน $n=1$, $n=2$ และ $n=3$ แล้วแก้สมการหาค่า a , b และ c

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินหลังเรียน - แบบทดสอบหลังเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 3	- ตรวจแบบทดสอบ หลังเรียน	- แบบทดสอบหลังเรียน	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
7.2 การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) การหาพจน์ทั่วไป ของลำดับ	- ตรวจแบบฝึกทักษะ 3.3ก	- แบบฝึกทักษะ 3.3ก	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรมการทำงาน รายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงาน รายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการทำงาน กลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 3.3ก เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) อินเทอร์เน็ต

เรื่อง ลำดับและอนุกรม

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

1. ชายคนหนึ่งเดินทางจากเมือง A ไปเมือง B ซึ่งห่างกัน 162 ไมล์ ถ้าวันแรกเดินทางได้ 30 ไมล์ วันที่สองเดินทางได้ 27 ไมล์ วันที่สามเดินทางได้ 24 ไมล์ เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ ไป เขาใช้เวลาเดินทางกี่วัน จึงจะถึงเมือง B

[illegible]

เฉลย เรื่อง ลำดับและอนุกรม

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

- ชายคนหนึ่งเดินทางจากเมือง A ไปเมือง B ซึ่งห่างกัน 162 ไมล์ ถ้าวันแรกเดินทางได้ 30 ไมล์ วันที่สองเดินทางได้ 27 ไมล์ วันที่สามเดินทางได้ 24 ไมล์ เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ ไป เขาใช้เวลาเดินทางกี่วัน จึงจะถึงเมือง B

วิธีทำ ระยะทางในการเดินทางของชายคนนี้เรียงเป็นลำดับเลขคณิต 30,27,24,...

จากลำดับเลขคณิตจะได้ว่า $a_1 = 30, d = -3$

ให้เขาเดินทางจนถึงเมือง B ใช้เวลา n วัน นั่นคือเดินทางได้ 162 ไมล์

$$\text{จาก} \quad S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$\text{จะได้} \quad 162 = \frac{n}{2} [2(30) + (n-1)(-3)]$$

$$324 = n(60 - 3n + 3)$$

$$3n^2 - 63n + 324 = 0$$

$$n^2 - 21n + 108 = 0$$

$$(n-9)(n-12) = 0$$

$$n = 9, 12$$

ดังนั้น เขาจะใช้เวลาในการเดินทาง 9 วัน

*หมายเหตุ สำหรับ $n=12$ ใช้ไม่ได้เพราะเมื่อนำไปคำนวณระยะทาง จะทำให้ระยะการเดินทางในวันนั้นมีค่าติดลบ จึงทำให้ไม่เป็นความจริง ($a_{12} = a_1 + (12-1)d = 30 + 11(-3) = -3$)

เรื่อง ลำดับและอนุกรม

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

2. ถังน้ำใบหนึ่งจุน้ำ 5,832 ลิตร ถ้ามีการนำจากถังไปใช้ทุกวันตลอดสัปดาห์ โดยที่แต่ละวันจะใช้น้ำไป

$\frac{1}{3}$ ของปริมาณน้ำที่มีอยู่ ในถัง อยากทราบว่าเมื่อครบ 6 วันจะมีน้ำเหลืออยู่ในถังกี่ลิตร

3. ประหยัดตั้งใจจะออมเงิน โดยวันแรกเขาเก็บไว้ 1 บาท วันที่สอง 2 บาท วันที่สาม 4 บาท วันที่สี่ 8 บาท เช่นนี้เรื่อย ๆ ไปจนครบ 10 วัน ประหยัดจะออมเงินได้กี่บาท

เฉลย เรื่อง ลำดับและอนุกรม

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

2. ถังน้ำใบหนึ่งจุน้ำ 5,832 ลิตร ถ้ามีการนำจากถังไปใช้ทุกวันตลอดสัปดาห์ โดยที่แต่ละวันจะใช้น้ำไป $\frac{1}{3}$ ของปริมาณน้ำที่มีอยู่ในถัง อยากทราบว่าเมื่อครบ 6 วันจะมีน้ำเหลืออยู่ในถังกี่ลิตร

วิธีทำ

จากโจทย์จะเห็นได้ว่าน้ำลดลงเป็นปริมาตรคงที่เป็นลำดับเรขาคณิต

โจทย์ต้องการหาปริมาณน้ำเหลือในวันที่ 6 (a_6) เท่ากับเท่าไรจึงกำหนดให้

$$a_1 = 5,832 \text{ และ } r = \frac{1}{3}$$

$$\text{จากสูตร } a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_6 = a_1 r^{6-1}$$

$$a_6 = 5,832 \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

$$a_6 = 24$$

ดังนั้นเมื่อครบ 6 วันจะมีน้ำเหลืออยู่ในถัง 24 ลิตร

3. ประหยัดตั้งใจจะออมเงิน โดยวันแรกเขาเก็บไว้ 1 บาท วันที่สอง 2 บาท วันที่สาม 4 บาท วันที่สี่ 8 บาท เช่นนี้เรื่อย ๆ ไปจนครบ 10 วัน ประหยัดจะออมเงินได้กี่บาท

วิธีทำ

ประหยัดจะออมเงินได้เท่ากับ $1+2+4+8+\dots$ (10 วัน)

เป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี $a_1 = 1$ และ $r = 2$

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}, r \neq 1$$

$$\text{จะได้ } S_{10} = \frac{1(2^{10} - 1)}{2 - 1}$$

$$= 1,024 - 1$$

$$= 1,023$$

ดังนั้น ในเวลา 10 วันเขาออมเงินได้ 1,023 บาท

ความคิดเห็นของผู้อำนวยการโรงเรียน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายจักรวาล เจริญทอง)

ผู้อำนวยการโรงเรียน

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ)

ผู้สอน

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 7

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

จำนวน 18 ชั่วโมง

เรื่อง ดอกเบี้ย

เวลา 3 ชั่วโมง

1. มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม.5/1 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหา

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับดอกเบี้ย (K)
2. นำความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ (P)
3. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อนหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

3. สาระการเรียนรู้

สาระการเรียนรู้แกนกลาง	สาระการเรียนรู้ท้องถิ่น
ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน (ดอกเบี้ย มูลค่าของเงิน ค่ายางวด)	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

- การคิดดอกเบี้ยคงต้น เป็นการคิดดอกเบี้ยเพียงครั้งเดียวจากระยะเวลาการฝากเงิน หรือกู้ยืมเงิน
- การคิดดอกเบี้ยทบต้น เป็นการคิดดอกเบี้ยโดยนำดอกเบี้ยจากงวดก่อนรวมกับเงินต้นของงวดต่อไป และจะมีการคิดดอกเบี้ยจากเงินต้นงวดใหม่ ซึ่งสามารถคำนวณหาเงินรวมทั้งหมด และดอกเบี้ยที่ได้รับ หรืออัตราดอกเบี้ยจากดอกเบี้ยทั้งสองแบบ

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการเชื่อมโยง 2) ทักษะการพิสูจน์ความจริง 3) ทักษะกระบวนการคิดตัดสินใจ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย รับผิดชอบ 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

ขั้นนำ

1. ครูทักทายนักเรียนและแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
2. ครูอธิบายถึงการฝากเงินการกู้ยืมเงินในธนาคารในชีวิตประจำวัน ซึ่งผู้ให้ยืมจะได้รับผลตอบแทนจากเงินที่ให้ยืมไปและผลตอบแทน เรียกว่า ดอกเบี้ย
3. ครูถามนักเรียนว่า นักเรียนคิดว่าดอกเบี้ยที่นักเรียนเคยได้ยินมา มีกี่ประเภท อะไรบ้าง
(แนวตอบ : ดอกเบี้ยมี 2 ประเภท ได้แก่ ดอกเบี้ยคงต้น (Simple Interest) และดอกเบี้ยทบต้น (Compound Interest))

ขั้นสอน

4. ครูอธิบายว่าดอกเบี้ยมี 2 ประเภท ได้แก่ ดอกเบี้ยคงต้น (Simple Interest) และดอกเบี้ยทบต้น (Compound Interest)

5. ครูอธิบายนักเรียนว่า ดอกเบี้ยคงต้น (Simple Interest) เป็นการคิดดอกเบี้ยเพียงครั้งเดียวจากระยะเวลาการฝากเงินหรือกู้ยืมเงิน ซึ่งดอกเบี้ยดังกล่าว สามารถคำนวณได้จากสูตร $A = P(1 + rt)$ โดยที่

A	แทน	เงินรวมทั้งหมด
P	แทน	เงินต้น
i	แทน	อัตราดอกเบี้ยต่อปี
t	แทน	จำนวนระยะเวลาเป็นปี

6. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 1 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน และยกตัวอย่างเพิ่มเติมทำนองเดียวกับตัวอย่างที่ 1 ดังนี้

- จงคำนวณหาดอกเบี้ยของเงินต้น 10,000 บาท อัตราดอกเบี้ย 12% เวลา 4 ปี

จากโจทย์ : จะได้ $P=10,000$, $r=0.12$ และ $t=4$

และจากสูตรดอกเบี้ยคงต้น $A = P(1+rt)$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ เมื่อสิ้นปีที่สี่จะมีเงินฝาก} &= 10,000[1 + (0.12)(4)] \\ &= 14,800 \text{ บาท} \end{aligned}$$

ดังนั้น สิ้นปีที่สี่จะมีเงินฝาก 14,800 บาท

- ถ้าวางเงินที่ธนาคารแห่งหนึ่งเป็นเงินจำนวน 50,000 บาท ธนาคารให้ดอกเบี้ย 20% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบคงต้น

ให้หาว่าเมื่อสิ้นปีที่ 5 ถ้าวางจะมีเงินฝากในธนาคารเป็นเงินทั้งหมดเท่าใด

จากโจทย์ : จะได้ $P=50,000$, $r=0.20$ และ $t=5$

และจากสูตรดอกเบี้ยคงต้น $A = P(1+rt)$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ เมื่อสิ้นปีที่ห้าจะมีเงินฝาก} &= 50,000[1 + (0.20)(5)] \\ &= 100,000 \text{ บาท} \end{aligned}$$

ดังนั้น สิ้นปีที่ห้าถ้าวางจะมีเงินฝาก 100,000 บาท

7. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 2 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินพร้อมทั้งถามคำถามดังนี้

- จากโจทย์กำหนดค่าอะไรได้บ้าง
(แนวตอบ : จากโจทย์กำหนดค่า $A=8,520$, $r=0.013$ และ $t=5$)
- นิธิศฝากเงินในธนาคารเป็นระยะเวลากี่ปี
(แนวตอบ : นิธิศฝากเงินเป็นระยะเวลา 5 ปี)
- นิธิศได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยเป็นเงินทั้งหมดเท่าไร
(แนวตอบ : นิธิศได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยเป็นเงินทั้งหมด 8,520 บาท)
- จากโจทย์ให้หาค่าของอะไร
(แนวตอบ : จากโจทย์ให้หาค่าของ P คือ ค่าเงินต้น)
- นิธิศฝากเงินไว้กับธนาคารทั้งหมดกี่บาท
(แนวตอบ : นิธิศฝากเงินไว้กับธนาคารจำนวน 8,000 บาท)

8. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 2 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

9. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 3 และ 4 พร้อมตั้งคำถามเพิ่มเติมเพื่อศึกษาดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 3 โจทย์ให้หาค่าของอะไร
(แนวตอบ : หาค่าของ t คือเวลา)
- จากตัวอย่างที่ 3 นักเรียนจำเป็นต้องรู้ค่าอะไรบ้างในการหาค่า t
(แนวตอบ : ในการหาค่า t จำเป็นต้องรู้ค่า A , P , r)
- ถ้าน้ำทิพย์กู้เงินจากธนาคาร โดยธนาคารคิดดอกเบี้ยร้อยละ 3 ต่อปี ภายในเวลา 6 ปี โดยต่อมา ธนาคารแจ้งว่าน้ำทิพย์ต้องจ่ายเงิน 590,000 บาท น้ำทิพย์กู้เงินเป็นเงินจำนวนเท่าไร
(แนวตอบ : น้ำทิพย์กู้เงินเป็นเงินจำนวน 500,000 วิธีคิดคือการนำไปแทนค่าสมการ

$$A = P(1+rt))$$

- ถ้าค่า t มีหน่วยเป็นเดือน สามารถทำให้หน่วยเป็นปีได้อย่างไร
(แนวตอบ : ค่า t มีหน่วยเป็นเดือน สามารถทำให้หน่วยเป็นปีได้ คือ $t = \frac{\text{จำนวนเดือน}}{12}$)
- ถ้าค่า t มีหน่วยเป็นวัน สามารถทำให้หน่วยเป็นปีได้อย่างไร
(แนวตอบ : ค่า t มีหน่วยเป็นวัน สามารถทำให้หน่วยเป็นปีได้ดังนี้คือ $t = \frac{\text{จำนวนวัน}}{\text{จำนวนวันในปี}}$)

10. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 5 และทำลองทำดูตัวอย่างที่ 1-5 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

ชั้นสอน

11. นักเรียนศึกษาเรื่องดอกเบี้ยทบต้นจาก Investigation ดังนี้

- ปึงปองต้องการฝากเงินจำนวน 10,000 บาท เป็นระยะเวลา 3 ปี โดยมีข้อเสนอจากธนาคารสองแห่ง ดังนี้ ธนาคารอักษรไทยให้ดอกเบี้ย 2% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบคงต้น
ธนาคารสยามไทยให้อัตราดอกเบี้ย 2% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยทบต้นต่อปี
จาก Investigation จะเห็นว่าสามารถคำนวณเงินรวมของธนาคารสยามไทยในสามปีแรกได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\text{เงินรวมในสิ้นปีที่ 1 คือ } A_1 &= P_1 + I_1 \\ &= 10,000 + 10,000 \times \frac{2}{100} \\ &= 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{เงินรวมในสิ้นปีที่ 2 คือ } A_2 &= P_2 + I_2 \\ &= 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right) + 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right) \times \frac{2}{100} \\ &= 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right) \left(1 + \frac{2}{100} \right) \\ &= 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{เงินรวมในสิ้นปีที่ 3 คือ } A_3 &= P_3 + I_3 \\ &= 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right)^2 + 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right)^2 \times \frac{2}{100} \\ &= 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right)^2 \left(1 + \frac{2}{100} \right) \\ &= 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right)^3\end{aligned}$$

ในกรณีทั่วไป สามารถเขียนรูปแบบของเงินรวมในแต่ละปีถึงสิ้นปีที่ n ได้ดังนี้

$$\text{เมื่อสิ้นปีที่ 1 จะได้เงินรวม } A_1 = P(1+i)$$

$$\text{เมื่อสิ้นปีที่ 2 จะได้เงินรวม } A_2 = A_1(1+i) = P(1+i)^2$$

$$\text{เมื่อสิ้นปีที่ 3 จะได้เงินรวม } A_3 = A_2(1+i) = P(1+i)^3$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$\text{เมื่อสิ้นปีที่ } n \text{ จะได้เงินรวม } A_n = A_{n-1}(1+i) = P(1+i)^n$$

สามารถเขียนสูตรการหาเงินรวมแบบดอกเบี้ยทบต้นได้ ดังนี้

$$A = P(1+i)^n$$

โดยที่	A	แทน	เงินรวมทั้งหมด
	P	แทน	เงินต้น
	i	แทน	อัตราดอกเบี้ยต่องวด
	n	แทน	จำนวนงวดที่คิดดอกเบี้ยทบต้น

12. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 6 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน พร้อมตั้งคำถามเพื่อศึกษาดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 6 โจทย์ให้นักเรียนหาค่าของอะไร

(แนวตอบ : จากโจทย์นักเรียนหาค่าของ

1) ให้หาเงินรวมทั้งหมดโดยธนาคารคิดดอกเบี้ยทบต้นต่อปี

2) ให้หาเงินรวมทั้งหมดโดยธนาคารคิดดอกเบี้ยทบต้นทุกเดือน)

- จากตัวอย่างที่ 6 ในการหาเงินรวมทั้งหมด โดยธนาคารคิดดอกเบี้ยทบต้นต่อปี หรือ A

โจทย์กำหนดค่าอะไรบ้าง

(แนวตอบ : โจทย์กำหนดค่า $P=50,000$, $i=0.016$ และ $n=3$)

- จากตัวอย่างที่ 6 ใช้สูตรอะไรในการหาเงินรวมทั้งหมด

(แนวตอบ : ใช้สูตร $A = P(1+i)^n$)

13. นักเรียนทำกิจกรรม “ลองทำดู” ตัวของตัวอย่างที่ 6 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 3

ขั้นสอน

14. นักเรียนและครูพิจารณาตัวอย่างที่ 7 จากนั้นครูตั้งคำถามเพิ่มเติมว่า “ถ้าตะวันฝากเงินไว้กับธนาคารเป็นเงินจำนวนหนึ่ง ธนาคารให้ดอกเบี้ย 5% โดยคิดค่าดอกเบี้ยแบบทบต้นต่อปี เมื่อสิ้นปีที่ 3 ตะวันจะได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยเป็นเงินจำนวน 92,610 บาท ตะวันฝากเงินไว้กับธนาคารเป็นเงินจำนวนเท่าใด”

- จากโจทย์ให้หาค่าของอะไร
(แนวตอบ : จากโจทย์ให้หาค่าของเงินต้น หรือค่า P)
 - จากโจทย์ ธนาคารให้ดอกเบี้ยทั้งหมดกี่เปอร์เซ็นต์ต่อปี
(แนวตอบ : ธนาคารให้ดอกเบี้ยทั้งหมด 5% ต่อปี)
 - จากโจทย์ ตะวันต้องได้รับเงินเป็นจำนวนทั้งหมดเท่าใด
(แนวตอบ : ตะวันต้องได้รับเงินทั้งหมด 92,610 บาท)
 - จากโจทย์กำหนดค่าอะไรบ้างในการหาค่าอะไรบ้างในการหาค่า P
(แนวตอบ : โจทย์กำหนดค่า $A = 92,610$ บาท, $i=0.05$, $n=3$)
- จากโจทย์ ตะวันฝากเงินไว้กับธนาคารเป็นเงินจำนวนทั้งหมดเท่าใด จงแสดงวิธีทำ
(แนวตอบ : แสดงวิธีทำ ดังนี้ ค่า $A = 92,610$ บาท, $i=0.05$, $n=3$)

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร } A &= P(1+i)^n \\
 92,610 &= P(1+0.05)^3 \\
 92,610 &= P(1.05)^3 \\
 \frac{92,610}{1.157625} &= P \\
 P &= 80,000 \text{ บาท}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ตะวันฝากเงินไว้กับธนาคารเป็นเงินจำนวนทั้งหมด 80,000 บาท)

- นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 8 แล้วทำกิจกรรม “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 7, 8 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน เป็นการบ้าน
 - นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่า ของเงินเป็นการบ้าน
 - นักเรียนทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 4.1 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ลงในสมุด
- ขั้นสรุป**
- ครูสรุปโดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้
 - ดอกเบี้ยคงต้น (Simple Interest) เป็นการคิดดอกเบี้ยลักษณะอย่างไร
(แนวตอบ : เป็นการคิดดอกเบี้ยเพียงครั้งเดียวจากระยะเวลาการฝากเงินหรือกู้ยืมเงิน)
 - สูตรการคำนวณดอกเบี้ยคงต้นคืออะไร
(แนวตอบ : $A = P(1+rt)$)

- จากสูตรการคำนวณดอกเบี้ยคงต้น ตัวแปรแต่ละตัวแทนความหมายของอะไร
(แนวตอบ : A แทนเงินรวมทั้งหมด, P แทนเงินต้น, i แทนอัตราดอกเบี้ยต่อปี, t แทนจำนวนระยะเวลาเป็นปี)
- ในการแก้โจทย์ปัญหา โจทย์กำหนดค่าอะไรมาบ้าง
(แนวตอบ : เงินต้นและอัตราดอกเบี้ย)
- ดอกเบี้ยทบต้น (Compound Interest) เป็นการคิดดอกเบี้ยลักษณะอย่างไร
(แนวตอบ : เป็นการคิดดอกเบี้ยจากงวดก่อนรวมกับเงินต้นของงวดต่อไป และจะมีการคิดดอกเบี้ยจากเงินต้นงวดใหม่ นั่นคือ ถ้ามีการคิดดอกเบี้ยทบต้นไปเรื่อย ๆ จะทำให้เงินต้นของงวดต่อไปมีจำนวนมากขึ้น)
- สูตรการคำนวณดอกเบี้ยทบต้นคืออะไร
(แนวตอบ : $A = P(1+i)^n$)
- จากสูตรการคำนวณดอกเบี้ยทบต้น ตัวแปร n แทนความหมายของอะไร
(แนวตอบ : n แทนจำนวนงวดที่คิดดอกเบี้ยทบต้น)

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินก่อนเรียน - แบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน	- ตรวจแบบทดสอบ ก่อนเรียน	- แบบทดสอบก่อนเรียน	ประเมินตามสภาพจริง
7.2 การประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ 1) ดอกเบี้ย	- ตรวจแบบฝึกทักษะ 4.1	- แบบฝึกทักษะ 4.1	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรมการทำงาน รายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะอันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบ ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 4.1 เรื่อง ดอกเบี้ย
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

8.2 แหล่งการเรียนรู้

-

ความคิดเห็นของผู้อำนวยการโรงเรียน

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายนายจักรวาล เจริญทอง)

ผู้อำนวยการโรงเรียน

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ)

ผู้สอน

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 8

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

จำนวน 18 ชั่วโมง

เรื่อง มูลค่าของเงิน

เวลา 2 ชั่วโมง

1. มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม.5/1 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหา

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับมูลค่าของเงินได้อย่างถูกต้อง (K)
2. นำความรู้เกี่ยวกับมูลค่าของเงิน ไปใช้ในการเปรียบเทียบค่าของเงินในเวลาที่แตกต่างกันได้ (P)
3. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

3. สาระการเรียนรู้

สาระการเรียนรู้แกนกลาง	สาระการเรียนรู้ท้องถิ่น
ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน (ดอกเบี้ย มูลค่าของเงิน ค่ารายงวด)	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

- **มูลค่าอนาคต** เป็นมูลค่าของเงินในอนาคตภายใต้ช่วงเวลา หรืออัตราดอกเบี้ยที่กำหนดไว้ โดยมีกระบวนการเริ่มจากจำนวนเงินจำนวนหนึ่ง ณ ปัจจุบัน มีค่าเพิ่มมากขึ้นในอนาคต จะเรียกว่า การทบต้นของค่าเงินด้วยดอกเบี้ยที่ได้รับ
- **มูลค่าปัจจุบัน** คือ มูลค่าของเงิน ณ ปัจจุบัน ที่เกิดขึ้นในอนาคต และมีค่าเท่ากับจำนวนเงินจำนวนหนึ่ง ณ ปัจจุบัน ซึ่งการหาค่าเงินปัจจุบันมีกระบวนการคิดตรงกันข้ามกับการคิดทบต้น โดยจะเป็นการคำนวณเอาดอกเบี้ยออกไปเพื่อให้เหลือเงินเริ่มต้น จะเรียกว่า การคิดลดค่าเงิน

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร	1. มีวินัย รับผิดชอบ
2. ความสามารถในการคิด	2. ใฝ่เรียนรู้
1) ทักษะการเชื่อมโยง	3. มุ่งมั่นในการทำงาน
2) ทักษะการพิสูจน์ความจริง	
3) ทักษะกระบวนการคิดตัดสินใจ	
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

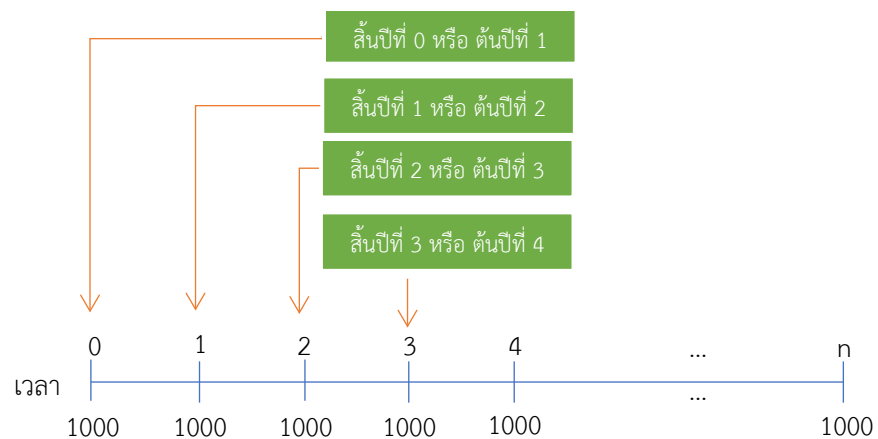
ขั้นนำ

1. ครูถามนักเรียนว่า มูลค่าของเงินในอดีต ถ้าเทียบกับมูลค่าของเงินในปัจจุบัน มีความแตกต่างกันหรือไม่ อย่างไร

(แนวตอบ : มีความแตกต่างกัน มูลค่าของเงินในปัจจุบันมีค่าน้อยกว่าในอดีต เช่น เงิน 100 บาท ในอดีตสามารถซื้อของได้ 5 อย่าง แต่เงิน 100 บาทในปัจจุบันสามารถซื้อของชนิดเดียวกันได้เพียงแค่ 3 อย่างก็ได้)

2. ครูอธิบายว่า มูลค่าของเงินในแต่ละประเทศ แต่ละภูมิภาคก็มีค่าแตกต่างกันออกไป แต่เราสามารถเปรียบเทียบมูลค่าของเงินได้โดยการแปลงจำนวนเงินนั้น ๆ ให้เป็นค่าเงินปัจจุบัน ก็จะสามารถเปรียบเทียบมูลค่าของเงินได้

3. นักเรียนศึกษาเรื่องเส้นเวลาแล้วตั้งคำถามดังนี้



- เส้นเวลาเป็นเครื่องมือแสดงให้เห็นมูลค่าของอะไร

(แนวตอบ : เส้นเวลาเป็นเครื่องมือแสดงให้เห็นว่ามูลค่าของเงินในอนาคตจะเกิดขึ้นเมื่อใด และจำนวนเท่าใด)

- จากรูป ตัวเลขข้างบน เวลา 0 หมายถึงอะไร

(แนวตอบ : เวลา 0 หมายถึงปัจจุบัน)

- จากรูป ตัวเลขข้างบน เช่น เวลา 1 หมายถึงอะไร

(แนวตอบ : เวลา 1 หมายถึงเวลา 1 งวดจากปัจจุบัน)

- ถ้าวัดเวลาเป็นปี เวลา 1 หมายถึงอะไร

(แนวตอบ : งวดเวลาเป็นปีเวลา 1 หมายถึง สิ้นปีที่ 1 นับจากปัจจุบัน หรือต้นปีที่ 2)

ขั้นสอน

4. นักเรียนศึกษา Investigation ในหนังสือหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน แล้วร่วมกันตอบคำถามดังนี้

ตระวันนำเงิน 10,000 บาท ไปลงทุนบริษัท A โดยได้รับผลตอบแทนเป็นดอกเบี้ยแบบทบต้น 2% ต่อปี ในเวลา 1 ปีดังนี้

ปี	เงินต้น ณ ต้นปี	ดอกเบี้ยของปี	เงินรวม
0	10,000	0	10,000
1	10,000	200	10,200

• ค่าเงิน 10,000 บาท ณ ปัจจุบันกับค่าเงิน 10,200 บาท เมื่อเวลาผ่านไป 1 ปี นักเรียนคิดว่าเงินสองจำนวนนี้มีค่าเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

(แนวตอบ : เมื่อนำเงินต้น 10,000 บาท ไปฝากธนาคารจะได้เงินรวมทั้งหมด 10,200 บาท ในอีก 1 ปีข้างหน้า)

- เงิน 10,000 บาท จะเรียกว่าค่าอะไร

(แนวตอบ : เงิน 10,000 บาท เรียกว่า มูลค่าปัจจุบัน)

- เงิน 10,200 บาท จะเรียกว่าค่าอะไร

(แนวตอบ : เงิน 10,200 บาท เรียกว่า มูลค่าในอนาคต)

5. ครูตั้งคำถามเพิ่มเติมจากตัวอย่างดังนี้

- มูลค่าอนาคตมีความหมายว่าอะไร

(แนวตอบ : มูลค่าอนาคต คือ มูลค่าของเงินในอนาคต ภายใต้ช่วงเวลาหรืออัตราตอบแทนที่ได้กำหนดไว้ ซึ่งมีกระบวนการที่เริ่มจากจำนวนเงินจำนวนหนึ่ง ณ ปัจจุบัน มีค่าเพิ่มมากขึ้นในอนาคต จะเรียกว่า การทบต้นของค่าเงินด้วยดอกเบี้ยที่ได้รับ)

- นักเรียนใช้สูตรไหนในการคำนวณมูลค่าอนาคต

(แนวตอบ : ในการคำนวณมูลค่าในอนาคต จะใช้สูตร $FV = PV(1+i)^n$)

โดยที่ FV แทน มูลค่าในอนาคต

PV แทน มูลค่าปัจจุบันของเงินจำนวนหนึ่ง

i แทน อัตราดอกเบี้ยต่องวด

n แทน จำนวนงวดเวลา)

6. ครูอธิบายเพิ่มเติมจากเรื่อง มูลค่าอนาคต โดยใช้โจทย์คล้ายตัวอย่างที่ 9 ดังนี้

ถ้าวันวิสาฝากเงินกับธนาคารเป็น 200,000 บาท โดยธนาคารคิดดอกเบี้ย 2% ถ้าธนาคารคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นต่อปี อยากทราบว่าเมื่อสิ้นปีที่ 3 วันวิสาจะได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยทั้งหมดเท่าใด

- จากโจทย์ กำหนดค่าอะไรบ้าง

(แนวตอบ : จากโจทย์กำหนดค่า $PV = 200,000$ บาท, $i = 0.02$ และ $n=3$)

- จากโจทย์ ใช้สูตรใดในการหาค่าของมูลค่าในอนาคต

(แนวตอบ : จากโจทย์ใช้สูตร $FV = PV(1+i)^n$)

- วันวิสาจะจะได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยทั้งหมดเท่าใด

(แนวตอบ : วันวิสาจะจะได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยทั้งหมด 212,241.6 บาท)

7. นักเรียนทดลองทำดูของตัวอย่างที่ 9 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

8. ครูตั้งคำถามเพิ่มเติมจากคาบที่แล้วเกี่ยวกับมูลค่าปัจจุบัน ดังนี้

- มูลค่าปัจจุบันมีความหมายว่าอะไร

(แนวตอบ : มูลค่าปัจจุบัน คือ ค่าเงิน ณ ปัจจุบัน ที่เกิดขึ้นในอนาคต และมีค่าเท่ากับจำนวนเงินจำนวนหนึ่ง ณ ปัจจุบันซึ่งการหาค่าเงินปัจจุบันมีกระบวนการคิดตรงกันข้ามกับการคิดทบต้น โดยจะเป็นการคำนวณเอาดอกเบี้ยออกไปเพื่อให้เหลือเงินเริ่มต้น จะเรียกว่า การคิดลดค่าเงิน)

- นักเรียนใช้สูตรไหนในการคำนวณมูลค่าปัจจุบัน

(แนวตอบ : ในการคำนวณมูลค่าปัจจุบัน จะใช้สูตร $\frac{FV}{(1+i)^n}$ หรือ $PV = FV(1+i)^{-n}$)

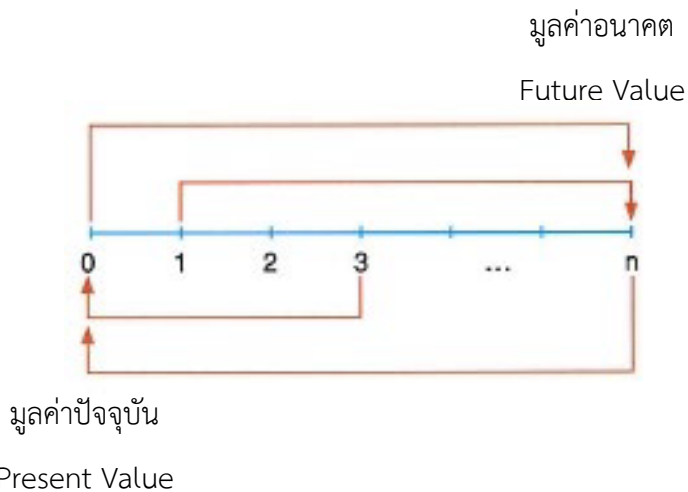
โดยที่ FV แทน มูลค่าปัจจุบันของเงินจำนวนหนึ่ง

PV แทน มูลค่าในอนาคต

i แทน อัตราดอกเบี้ยต่องวด

n แทน จำนวนงวดเวลา)

9. กรุณาแสดงความสัมพันธ์ระหว่างมูลค่าปัจจุบันและอนาคตดังนี้



10. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 10 และ 11 แล้วให้ทำกิจกรรม “ลองทำดู” จากหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.5หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

11. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ย และมูลค่าของเงิน และใบงานที่ 4.2.1 เรื่อง มูลค่าของเงิน เป็นการบ้าน

12. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3-4 คน ทำแบบฝึกทักษะที่ 4.2 ขั้นท้าทาย จากหนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

ขั้นสรุป

13. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปโดยตั้งคำถามดังนี้

- มูลค่าอนาคตคืออะไร

(แนวตอบ : มูลค่าของเงินในอนาคตภายใต้ช่วงเวลา หรืออัตราดอกเบี้ยที่กำหนดไว้ ซึ่งมีกระบวนการที่เริ่มจากจำนวนเงินจำนวนหนึ่ง ณ ปัจจุบัน มีค่าเพิ่มมากขึ้นในอนาคต จะเรียกว่า การทบต้น ของค่าเงินด้วยดอกเบี้ยที่ได้รับ (Compounding))

- มูลค่าปัจจุบันคืออะไร

(แนวตอบ : มูลค่าของเงิน ณ ปัจจุบัน ที่เกิดขึ้นในอนาคตและมีค่าเท่ากับจำนวนเงินจำนวนหนึ่ง ณ ปัจจุบัน ซึ่งการหาค่าเงินปัจจุบันมีกระบวนการคิดตรงกันข้ามกับการคิดทบต้น ซึ่งจะเป็นการคำนวณเอาดอกเบี้ยออกไปเพื่อให้เหลือเงินเริ่มต้น จะเรียกว่า การคิดลดค่าเงิน (Discounting))

- การคำนวณมูลค่าอนาคต จะคำนวณโดยใช้สูตรอะไร

(แนวตอบ : สูตร $FV = PV(1+i)^n$)

เมื่อ FV แทน มูลค่าในอนาคต

PV แทน มูลค่าปัจจุบันของเงินจำนวนหนึ่ง

i แทน อัตราดอกเบี้ยต่องวด

n แทน จำนวนงวดเวลา)

- การคำนวณมูลค่าปัจจุบัน จะคำนวณโดยใช้สูตรอะไร

(แนวตอบ : สูตร $\frac{FV}{(1+i)^n}$ หรือ $FV(1+i)^{-n}$)

เมื่อ FV แทน มูลค่าปัจจุบันของเงินจำนวนหนึ่ง

PV แทน มูลค่าในอนาคต

i แทน อัตราดอกเบี้ยต่องวด

n แทน จำนวนงวดเวลา)

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินระหว่าง การ จัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) มูลค่าของเงิน	- ตรวจแบบฝึกทักษะที่ 4.2 - ตรวจใบงาน 4.2.1	- แบบฝึกทักษะที่ 4.2 - ใบงาน 4.2.1	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
2) พฤติกรรมการทำงาน รายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบ ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 4.2 เรื่อง มูลค่าของเงิน
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน
- 4) ใบงานที่ 4.2.1 เรื่อง มูลค่าของเงิน

8.2 แหล่งการเรียนรู้

ใบงานที่ 4.2.1

เรื่อง มูลค่าของเงิน

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีทำ

1. ชีรเดชฝากเงิน 10,000 บาทไว้ในบัญชีออมทรัพย์ ซึ่งธนาคารจ่ายดอกเบี้ย 10% หากชีรเดชไม่นำดอกเบี้ยไปใช้ก่อนกำหนด มูลค่าในอนาคต ณ สิ้นปีที่ 3 จะเป็นเท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

2. ปกรณ์จะต้องฝากเงินเป็นจำนวนเงินเท่าไร เพื่อให้ได้รับเงิน 2,000 บาท ในอีก 5 ปีข้างหน้าถ้าอัตราดอกเบี้ยเงินฝากเป็น 6%

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. สู้ขวัญฝากเงินไว้กับธนาคารแห่งหนึ่งเป็นจำนวนเงิน 50,000 บาท ทุกๆสิ้นปีเป็นระยะเวลา 5 ปี ธนาคารคิดอัตราดอกเบี้ยที่ 6% พอครบสิ้นปีที่ 5 สู้ขวัญจะมีเงินเท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลยใบงานที่ 4.2.1

เรื่อง มูลค่าของเงิน

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีทำ

1. ชีรเดชฝากเงิน 10,000 บาทไว้ในบัญชีออมทรัพย์ ซึ่งธนาคารจ่ายดอกเบี้ย 10% หากชีรเดชไม่นำดอกเบี้ยไปใช้ก่อน กำหนด มูลค่าในอนาคต ณ สิ้นปีที่ 3 จะเป็นเท่าไร

$$\text{วิธีทำ จากโจทย์ } PV = 10,000, i = \frac{10}{100} = 0.1, n = 3$$

$$\begin{aligned} \text{จากสูตรการคำนวณมูลค่าในอนาคต } FV &= PV(1+i)^n \\ &= (10,000)(1+0.1)^3 \\ &= (10,000)(1.331) \\ &= 13,310 \text{ บาท} \end{aligned}$$

ดังนั้น กำหนดมูลค่าในอนาคต ณ สิ้นปีที่ 3 จะเป็นเงิน 13,310 บาท

2. ประณจะต้องฝากเงินเป็นจำนวนเงินเท่าไรเพื่อให้ได้รับเงิน 2,000 บาท ในอีก 5 ปีข้างหน้า ถ้าอัตราดอกเบี้ยเงินฝากเป็น 6%

$$\text{วิธีทำ จากโจทย์ } FV = 2,000, i = \frac{6}{100} = 0.06, n = 5$$

$$\begin{aligned} \text{คำนวณหามูลค่าปัจจุบันโดยแก้สมการจากสูตร } FV &= PV(1+i)^n \\ 2,000 &= PV(1+0.06)^5 \\ \frac{2,000}{(1.06)^5} &\approx PV \\ PV &\approx 1,494.52 \end{aligned}$$

ดังนั้น ประณจะต้องฝากเงินเป็นจำนวนประมาณ 1,494.52 บาท

3. สุขวิญฝากเงินไว้กับธนาคารแห่งหนึ่งเป็นจำนวนเงิน 50,000 บาท ทุก ๆ สิ้นปีเป็นระยะเวลา 5 ปี ธนาคารคิดอัตราดอกเบี้ยที่ 6% พอครบสิ้นปีที่ 5 สุขวิญจะมีเงินเท่าไร

$$\text{วิธีทำ จากโจทย์ } PV = 50,000, i = \frac{6}{100} = 0.06, n = 5$$

$$\begin{aligned} \text{จากสูตรการคำนวณมูลค่าในอนาคต } FV &= PV(1+i)^n \\ &= (50,000)(1+0.06)^5 \\ &\approx (50,000)(1.19) \\ &\approx 59,550.8 \text{ บาท} \end{aligned}$$

ดังนั้น พอครบสิ้นปีที่ 5 สุขวิญจะมีเงินประมาณ 59,550.8 บาท

ความคิดเห็นของผู้อำนวยการโรงเรียน

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายนายจักรวาล เจริญทอง)

ผู้อำนวยการโรงเรียน

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ)

ผู้สอน

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

จำนวน 18 ชั่วโมง

เรื่อง ค่ำรายงวด

เวลา 2 ชั่วโมง

1. มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม.5/1 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหา

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับค่ำรายงวดได้อย่างถูกต้อง (K)
2. นำความรู้เกี่ยวกับค่ำรายงวดไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ (P)
3. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อนหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

3. สาระการเรียนรู้

สาระการเรียนรู้แกนกลาง	สาระการเรียนรู้ท้องถิ่น
ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน (ดอกเบี้ย มูลค่าของเงิน ค่ำรายงวด)	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ค่ำรายงวด เป็นการจ่ายเงินหรือฝากเงินเป็นงวดติดต่อกันหลายงวด โดยการจ่ายเงินแต่ละงวด มีระยะห่างเท่า ๆ กัน

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการเชื่อมโยง 2) ทักษะการพิสูจน์ความจริง 3) ทักษะกระบวนการคิดตัดสินใจ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย รับผิดชอบ 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

1. ครูถามนักเรียนว่า นักเรียนพบอัตราดอกเบี้ยในชีวิตประจำวันอะไรบ้าง

(แนวตอบ : ฝากเงินในธนาคาร กู้ยืมเงิน ผ่อนสินค้า)

2. ครูอธิบายนักเรียนว่า “ในการผ่อนสินค้าหรือฝากเงิน จะมีการกำหนดจ่ายเงินเป็นงวด ๆ เราจะเรียกว่า **ค่ารายงวด**”

3. ครูอธิบายเกี่ยวกับมูลค่าในอนาคตของเงินงวด สามารถแบ่งได้เป็น 2 กรณีคือ

- **เงินงวดเกิดขึ้น ณ วันปลายงวด** หมายถึง มูลค่ารวมในอนาคตของเงินงวด

ซึ่งเท่ากับผลรวมของเงินงวดแต่ละงวดทบต้นด้วยดอกเบี้ยตามกาลเวลา

- **เงินงวดเกิดขึ้น ณ วันต้นงวด** หมายถึง มูลค่ารวมในอนาคตที่เกิดขึ้น ณ วันต้นงวด โดยแต่ละงวดจะเกิดขึ้นเร็วกว่ากรณีที่เกิด ณ วันปลายงวด ซึ่งมีผลทำให้เงินงวดแต่ละงวดมีการทบต้นดอกเบี้ยเพิ่มขึ้นอีก 1 งวด ทำให้มูลค่ารวมมีค่ามากกว่ากรณีปลายงวด

ขั้นสอน

4. ครูอธิบายนักเรียนว่า “**ค่ารายงวด** หมายถึง การจ่ายเงินหรือฝากเงินเป็นงวดๆ ติดต่อกันหลายงวด โดยการจ่ายเงินแต่ละงวดมีระยะเวลาห่างเท่า ๆ กัน เช่น การซื้อสินค้าเงินผ่อน การออมเงินแบบฝากประจำกับธนาคาร เป็นต้น”

5. ครูอธิบายนักเรียนว่า “ในการคำนวณมูลค่ารวมในอนาคตของเงินงวดปลายงวดได้จาก

$$\text{สูตร } FVA_n = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

6. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 12 และ 13 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.

5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน โดยตั้งคำถามร่วมกันดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 12 โจทย์กำหนดค่าอะไรบ้าง

(แนวตอบ : โจทย์กำหนดค่า $A = 6,000$ บาท , $i = \frac{0.024}{12}$, $n = 5 \times 12 = 60$)

- จากตัวอย่างที่ 12 ตัวแปร n มีความหมายว่าอะไร

(แนวตอบ : ตัวแปร n หมายถึง จำนวนงวดเวลา)

- จากตัวอย่างที่ 12 ตัวแปร A มีความหมายว่าอะไร

(แนวตอบ : ตัวแปร A หมายถึง เงินฝาก)

- จากตัวอย่างที่ 12 ใช้สูตรไหนในการคำนวณหาเงินรวมทั้งหมด

(แนวตอบ : ใช้สูตร $FVA_n = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$ ในการคำนวณหาเงินรวมทั้งหมด)

- จากตัวอย่างที่ 12 เงินรวมทั้งหมดมีค่าทั้งหมดเท่าไร

(แนวตอบ : เงินรวมทั้งหมดมีค่าเท่ากับ 382,085.22 บาท)

7. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 4.3 เรื่อง ค่ารายงวด

ข้อ 1-2 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ลงในสมุด

ชั่วโมงที่ 2

8. ครูทบทวนความรู้เรื่อง ค่ำรายงวด โดยครูใช้วิธีการถามตอบดังนี้

- ค่ำรายงวด หมายถึงอะไร

(แนวตอบ : การจ่ายเงินหรือฝากเงินเป็นงวด ๆ ติดต่อกันหลายงวด โดยการจ่ายเงินแต่ละงวดมีระยะเวลาห่างเท่า ๆ กัน เช่น การซื้อสินค้าเงินผ่อน การออมเงินแบบฝากประจำกับธนาคาร)

- สูตรการคำนวณมูลค่ารวมในอนาคตของเงินงวดปลายงวดคืออะไร

$$\text{(แนวตอบ : } FVA_n = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \text{)}$$

9. ครูอธิบายนักเรียนว่า ในการคำนวณมูลค่ารวมในอนาคตของเงินงวดต้นงวดได้จากสูตร

$$FVA_n = A(1+i) \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

10. ครูยกตัวอย่างโจทย์คล้ายกับตัวอย่างที่ 13 พร้อมทั้งตั้งคำถามดังนี้

- นำชัยฝากเงินกับธนาคารโดยฝากเงินประจำทุกเดือน เดือนละ 2,000 บาท ทุกต้นงวดเป็นเวลา 2 ปี ธนาคารให้ดอกเบี้ย 2% ต่อปี โดยคิดค่าดอกเบี้ยทบต้นทุกเดือน เมื่อครบ 2 ปี นำชัยจะได้รับเงินทั้งหมดเท่าใด

$$\text{จากโจทย์ : จะได้ } A = 2,000, i = \frac{0.002}{12} = 0.00167, n = 2 \times 12 = 24$$

$$\text{จากสูตร } FVA_n = A(1+i) \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$FVA_{24} = 2,000(1 + 0.00167) \left[\frac{(1 + 0.00167)^{24} - 1}{0.00167} \right]$$

$$= 2,000(1.00167) \left[\frac{(1.00167)^{24} - 1}{0.00167} \right]$$

$$= 2,003.34(24.46)$$

$$\approx 49,014.95$$

- จากโจทย์ ตัวแปร FVA_n หมายถึงอะไร

(แนวตอบ : ตัวแปร FVA_n หมายถึง เงินรวมทั้งหมด)

- จากโจทย์ ธนาคารให้ดอกเบี้ยกี่เปอร์เซ็นต์ต่อปี

(แนวตอบ : ธนาคารให้ดอกเบี้ยร้อยละ 2% ต่อปี)

- จากโจทย์ นักเรียนใช้สูตรไหนในการหาเงินรวมทั้งหมด

$$(\text{แนวตอบ : ใช้สูตร } FVA_n = A(1+i) \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right])$$

- จากโจทย์ เงินรวมทั้งหมดเป็นทั้งหมดกี่บาท

(แนวตอบ : เงินรวมทั้งหมดเป็นเงินประมาณ 49,014.95 บาท)

11. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3 - 4 คน จากนั้นให้นักเรียนทำกิจกรรม “ลองทำดู”

ของตัวอย่างที่ 13 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินและใบงานที่ 4.3.1 เรื่อง ค่ารายงวด

12. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4

ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน เป็นการบ้าน

13. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3 - 4 คน พร้อมทั้งไปศึกษาเกี่ยวกับเรื่องค่ารายงวด โดยให้หาโจทย์เรื่องค่ารายงวดกลุ่มละ 5 ตัวอย่าง ในอินเทอร์เน็ต พร้อมทั้งให้นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายเรื่องค่ารายงวด ในคาบเรียน

14. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

15. นักเรียนทำชิ้นงานหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน เป็นการบ้าน

ขั้นสรุป

16. ครูสรุปโดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

- ค่ารายงวดหมายถึงอะไร

(แนวตอบ : การจ่ายเงินหรือฝากเงินเป็นงวด ๆ ติดต่อกันหลายงวด โดยการจ่ายเงินแต่ละงวดมีระยะเวลาห่างเท่า ๆ กัน เช่น การซื้อสินค้าเงินผ่อน การออมเงินแบบฝากประจำกับธนาคาร)

- เงินงวดเกิดขึ้น ณ วันปลายงวด หมายถึงอะไร

(แนวตอบ : เงินงวดเกิดขึ้น ณ วันปลายงวด หมายถึง มูลค่ารวมในอนาคตของเงินงวด ซึ่งเท่ากับผลรวมของเงินงวดแต่ละงวดทบต้นด้วยดอกเบี้ยตามกาลเวลา)

- เงินงวดเกิดขึ้น ณ วันต้นงวด หมายถึงอะไร

(แนวตอบ : เงินงวดเกิดขึ้น ณ วันต้นงวด หมายถึง มูลค่ารวมในอนาคตที่เกิดขึ้น ณ วันต้นงวด โดยแต่ละงวดจะเกิดขึ้นเร็วกว่ากรณีที่เกิด ณ วันปลายงวด ซึ่งมีผลทำให้เงินงวดแต่ละงวดมีการทบต้นดอกเบี้ยเพิ่มขึ้นอีก 1 งวด ทำให้มูลค่ารวมมีค่ามากกว่ากรณีปลายงวด)

- การคำนวณมูลค่ารวมในอนาคตของเงินงวดปลายงวด เราควรใช้สูตรไหนในการ

คำนวณ

$$(\text{แนวตอบ : } FVA_n = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right])$$

- การคำนวณมูลค่ารวมในอนาคตของเงินงวดต้นงวด เราควรใช้สูตรไหนในการคำนวณ

$$(\text{แนวตอบ : } FVA_n = A(1+i) \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right])$$

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินหลังเรียน - แบบทดสอบหลังเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 4	- ตรวจแบบทดสอบ หลังเรียน	- แบบทดสอบหลังเรียน	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
7.2 การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) ค่ารายงวด	- ตรวจใบงาน 4.3.1 - ตรวจแบบฝึกทักษะที่ 4.3	- ใบงาน 4.3.1 - แบบฝึกทักษะที่ 4.3	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นใน การทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 4.3 เรื่อง ค่ารายงวด
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน
- 4) ใบงานที่ 4.3.1 เรื่อง ค่ารายงวด

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) ห้องสมุด
- 2) ห้องเรียน
- 3) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 4.3.1

เรื่อง ค่ายางвод

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีทำ

1. สมบัติวางแผนเก็บเงินเพื่อให้เงินจำนวน 500,000 บาท ในอีก 2 ปีข้างหน้า โดยฝากธนาคารทุกเดือน ธนาคารจะดอกเบี้ยร้อยละ 6 ต่อปี และคิดดอกเบี้ยทบต้นให้ในทุกปลายงวด อยากทราบว่าสมบัติควรฝากเงินกับธนาคารเดือนละเท่าไร เพื่อให้มีเงินครบตามจำนวนที่ต้องการ

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

2. นิสิตคนหนึ่งฝากเงินประจำทุกเดือน เดือนละ 2,000 บาท ต่อเนื่องกันเป็นระยะเวลา 5 ปี และธนาคารจะให้ดอกเบี้ยร้อยละ 12 ต่อปี โดยจะคิดทบต้นให้ทุกต้นงวด อยากทราบว่า เมื่อครบกำหนดเวลา 5 ปี นิสิตคนนี้จะได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยเป็นจำนวนเท่าใด

[illegible]

เฉลยใบงานที่ 4.3.1

เรื่อง มูลค่าของเงิน

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีทำ

1. สมบัติวางแผนเก็บเงินเพื่อให้เงินจำนวน 500,000 บาท ในอีก 2 ปีข้างหน้า โดยฝากธนาคารทุกเดือน ทางธนาคารจะให้ดอกเบี้ยร้อยละ 6 ต่อปี และคิดดอกเบี้ยทบต้นให้ในทุกปลายงวด อยากทราบว่า สมบัติควรฝากเงินกับธนาคารเดือนละเท่าไร เพื่อให้มีเงินครบตามจำนวนที่ต้องการ

วิธีทำ จากสูตร $FVA_n = 500,000$, $n = 2 \times 12 = 24$, $i = \frac{0.06}{12} = 0.005$

$$\begin{aligned} FVA_n &= A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \\ 500,000 &= A \left[\frac{(1+0.005)^{24} - 1}{0.005} \right] \\ 500,000 &\approx A \left[\frac{0.127}{0.005} \right] \\ 500,000 &\approx 25.4A \\ A &\approx 19,685.4 \end{aligned}$$

ดังนั้นสมบัติควรฝากเงินกับธนาคารเดือนละประมาณ 19,685.4 บาท เพื่อให้มีเงินครบตามจำนวนที่ต้องการ

2. นิสิตคนหนึ่งฝากเงินประจำทุกเดือน เดือนละ 2,000 บาท ต่อเนื่องกันเป็นระยะเวลา 5 ปี และธนาคารจะให้ดอกเบี้ยร้อยละ 12 ต่อปี โดยจะคิดทบต้นให้ทุกต้นงวด อยากทราบว่า เมื่อครบกำหนดเวลา 5 ปี นิสิตคนนี้จะได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยเป็นจำนวนเท่าใด

วิธีทำ จากสูตร $A = 2,000$, $n = 5 \times 12 = 60$, $i = \frac{0.12}{12} = 0.01$

$$\begin{aligned} FVA_n &= 2,000(1+0.01) \left[\frac{(1+0.01)^{60} - 1}{0.01} \right] \\ &= 2,000(1.01) \left[\frac{(1.01)^{60} - 1}{0.01} \right] \\ &\approx 2,000(1.01) \left[\frac{1.82 - 1}{0.01} \right] \end{aligned}$$

$$\approx 2,020(82)$$

$$\approx 165,640$$

ดังนั้น เมื่อครบกำหนดเวลา 5 ปี นิสิตคนนี้จะได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยเป็นเงินจำนวน
ประมาณ 165,640 บาท

ชิ้นงาน/ภาระงาน (รวบยอด)

เรื่อง ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

คำชี้แจง ให้นักเรียนอธิบายความหมายเกี่ยวกับดอกเบี้ย มูลค่าของเงินและค่ารายงวด พร้อมทั้งบอกประโยชน์ของทั้งสามข้างต้นที่ซึ่งเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของอย่างไร และสรุปความคิดรวบยอด/องค์ความรู้โดยนำเสนอในรูปแบบแผนผังความคิด (Mind mapping)

ความคิดเห็นของผู้อำนวยการโรงเรียน

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายนายจักรวาล เจริญทอง)

ผู้อำนวยการโรงเรียน

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ)

ผู้สอน