

คำอธิบายรายวิชาพื้นฐาน

ค31102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 2
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
เวลา 40 ชั่วโมง จำนวน 1.0 หน่วยกิต

ศึกษา วิเคราะห์ อธิบาย ฝึกทักษะการแก้ปัญหาในสาระต่อไปนี้

หลักการนับเบื้องต้น หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นกรณีที่สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด การจัดหมู่กรณีที่สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด

ความน่าจะเป็น การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

โดยนำความรู้ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายมาใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆได้อย่างเหมาะสม มีเหตุผลประกอบในการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่างๆในคณิตศาสตร์และนความรู้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆและมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

เพื่อให้เกิดคุณลักษณะอันพึงประสงค์ สามารถทำงานอย่างมีระบบระเบียบ รอบคอบ รับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง มีความซื่อสัตย์สุจริตมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน รักความเป็นไทย มีจิตสาธารณะ พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

รหัสและตัวชี้วัด

ค3.2 ม.4/1, ม.4/2

รวมทั้งหมด 2 ตัวชี้วัด

โครงสร้างรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค31102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2568 ครูผู้สอน : นางศุภลักษณ์ เวียงสีมา

โรงเรียนสตรีศึกษา สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาร้อยเอ็ด

ตัวชี้วัด	การวัดและประเมินผล				
	วัดผลก่อนกลางภาค	วัดผลกลางภาค	วัดผลหลังกลางภาค	วัดผลปลายภาค	รวม
1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ	5	4		2	11
2. สามารถเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นกรณีสิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด	8	8		2	18
3. สามารถจัดหมู่กรณีสิ่งของแตกต่างกันทั้งหมดได้	7	8		2	17
4. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการทดลองสุ่มของเหตุการณ์ได้			6	8	14
5. สามารถหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เราสนใจได้			7	8	15
6. สามารถนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้ได้			7	8	15
7. คุณลักษณะอันพึงประสงค์	5		5		10
รวม	25	20	25	30	100

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค 31102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2568

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การนับเบื้องต้น

เรื่อง แผนภาพต้นไม้ : 1

เวลา 1 ชั่วโมง

วันที่..... เดือน..... พ.ศ.

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

2. ตัวชี้วัดชั้นปี

ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่
ในการแก้ปัญหา

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายความหมายของแผนภาพต้นไม้ (K)
2. แสดงแผนภาพต้นไม้ (P)
3. มีความกระตือรือร้น สนใจ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน (A)
4. ใฝ่เรียนรู้
5. มุ่งมั่นในการทำงาน

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
 - การจำแนก การให้เหตุผล การสรุปความรู้ การปฏิบัติ
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา
4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

5. สาระสำคัญ

แผนภาพต้นไม้ (Tree Diagram) เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับแสดงให้เห็นถึงความเป็นไปได้ของผลลัพธ์ที่จะเกิดขึ้นทั้งหมดในลักษณะของรูปภาพแทนการเขียนเซต โดยจะเริ่มจากจุดทางด้านซ้ายเสมอ และแตกกิ่งออกไปตามความเป็นไปได้ที่สามารถเกิดขึ้นได้ในแต่ละทางเลือก

6. สารการเรียนรู้

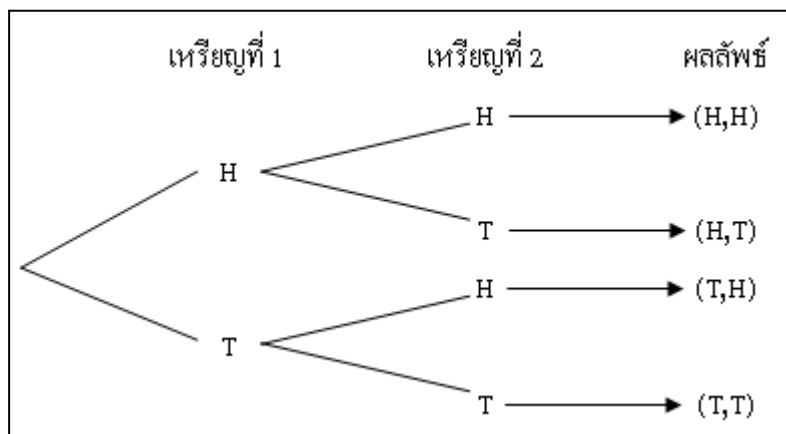
แผนภาพต้นไม้ (Tree Diagram)

7. กิจกรรมการเรียนรู้

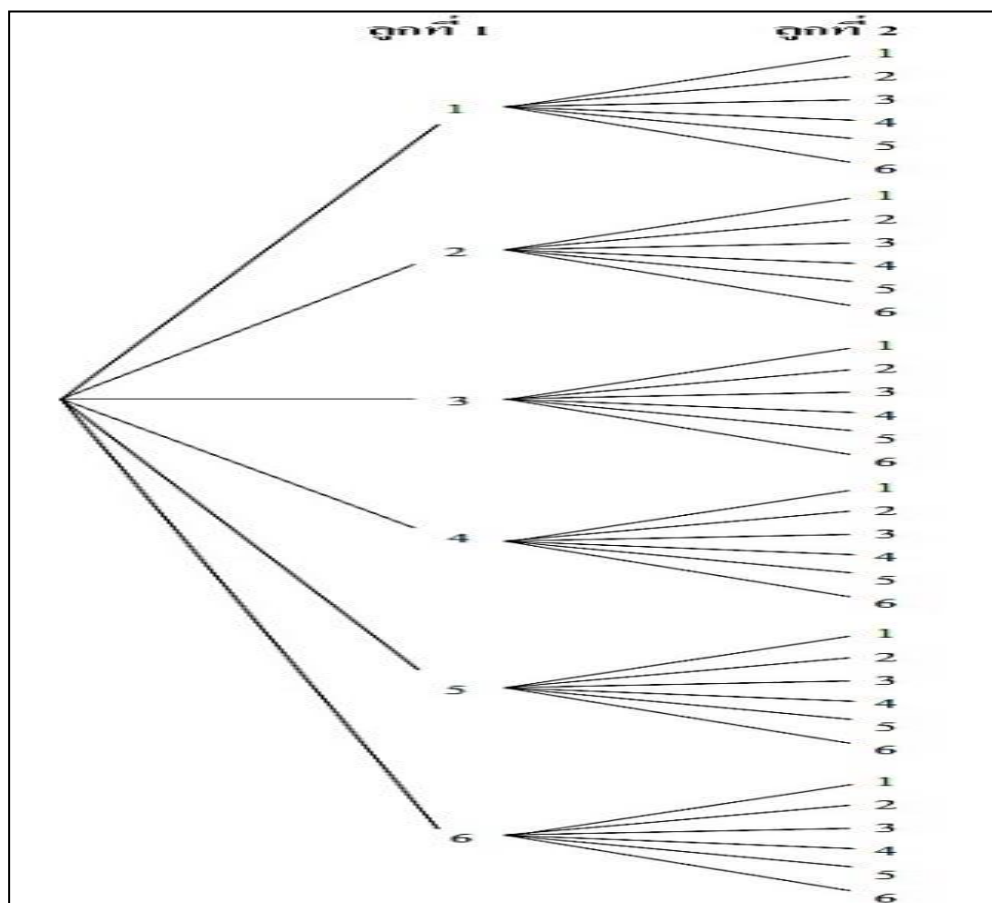
Step 1 : ขั้นสังเกต รวบรวมข้อมูล (Gathering)

1. นักเรียนคาดการณ์ผลของเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันที่จะเกิดขึ้นต่อไปนี้ โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

1) การโยนเหรียญ 2 เหรียญ



2) การทอดลูกเต๋า 2 ลูก



2. นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้

- นักเรียนสามารถเขียนแสดงแผนภาพต้นไม้ได้อย่างไร

3. นักเรียนศึกษา รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับแผนภาพต้นไม้ จากแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย

เช่น จากการสังเกต การร่วมสนทนากับเพื่อนในชั้นเรียน จากหนังสือเรียนหรืออินเทอร์เน็ต

Step 2 : ขั้นตอนวิเคราะห์และสรุปความรู้ (Processing) (Gathering)

4. นักเรียนเรียนรู้เกี่ยวกับแผนภาพต้นไม้ ดังนี้

แผนภาพต้นไม้ (Tree Diagram) มี 2 แบบ คือ

- 1) แผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งอย่างเป็นระเบียบ
- 2) แผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งอย่างไม่เป็นระเบียบ

5. นักเรียนพิจารณาตามตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 ร้านขายเสื้อผ้าแห่งหนึ่งต้องการจัดแสดงเสื้อทั้งหมด โดยมีเสื้อ 3 ขนาด คือ S M และ L

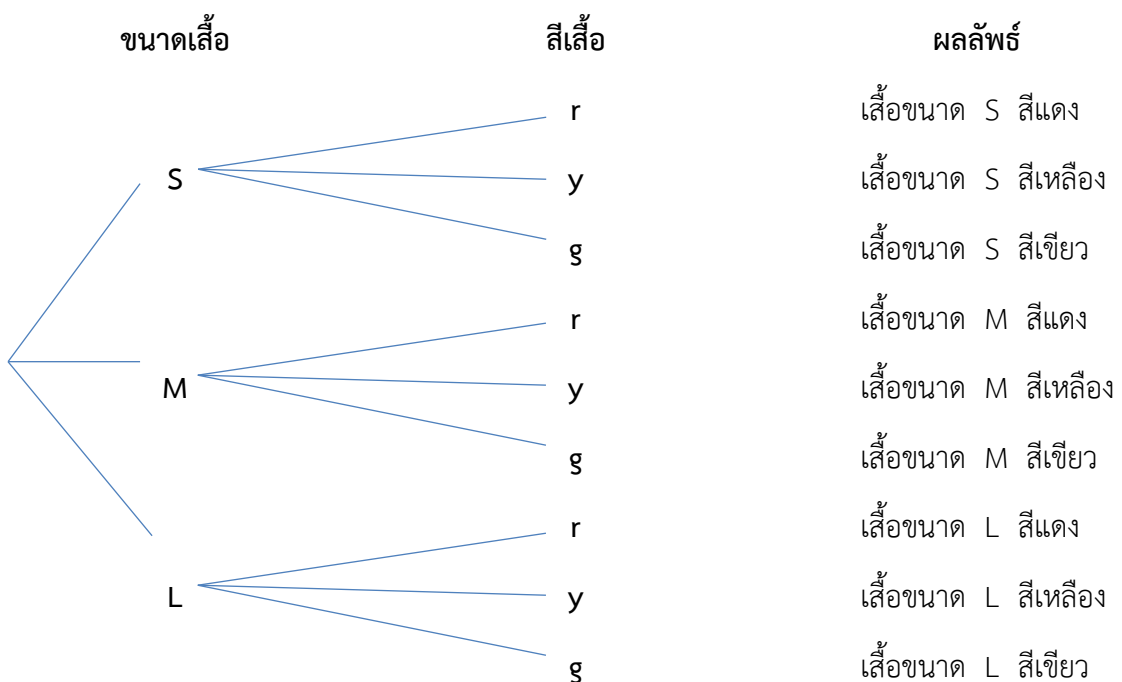
แต่ละขนาดมี 3 สี คือ สีแดง สีเหลือง และสีเขียว ร้านขายเสื้อผ้าแห่งนี้จะมีแบบเสื้อทุกขนาด และทุกสีทั้งหมดกี่แบบ

วิธีทำ

แก้ปัญหาจำนวนแบบเสื้อทั้งหมด โดยใช้แผนภาพต้นไม้

ให้ r แทน สีแดง y แทน สีเหลือง g แทน สีเขียว

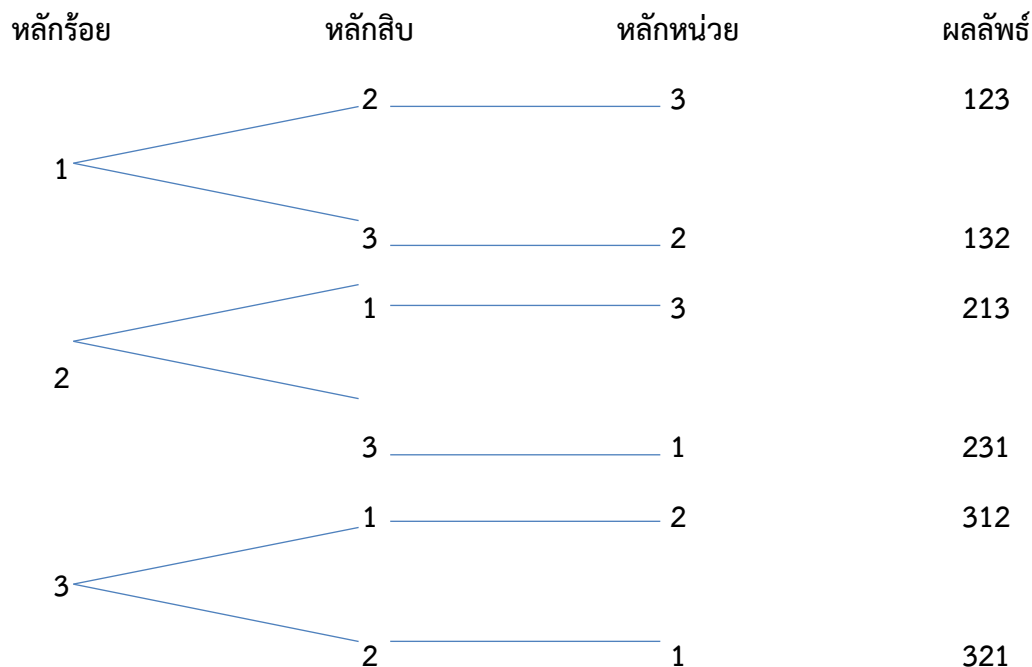
หาจำนวนแบบทั้งหมดของเสื้อ ดังนี้



ดังนั้น ร้านขายเสื้อผ้ามีแบบเสื้อต่าง ๆ 9 แบบ

ตัวอย่างที่ 2 ต้องการสร้างจำนวนที่มี 3 หลัก จากเลขโดด 1, 2 และ 3 โดยที่แต่ละหลัก
ไม่ใช่เลขโดดซ้ำกัน จะสร้างได้ทั้งหมดกี่จำนวน โดยใช้แผนภาพต้นไม้

วิธีทำ



ดังนั้น จะสร้างได้ทั้งหมด 6 จำนวน

Step 3 : ขั้นปฏิบัติและสรุปความรู้หลังการปฏิบัติ (Applying and Constructing the Knowledge)

6. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน แต่ละกลุ่มร่วมกันสืบค้นข้อมูลเกี่ยวกับแผนภาพต้นไม้ แล้วเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงกรณีที่จะเกิดขึ้น จากนั้นสลับผลงานกับกลุ่มอื่น เพื่อร่วมกันตรวจสอบ และแก้ไขให้ถูกต้อง

7. นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่เข้าใจเป็นความรู้ร่วมกัน ดังนี้

แผนภาพต้นไม้ (Tree Diagram) เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับแสดงให้เห็นถึงความเป็นไปได้ของผลลัพธ์ที่จะเกิดขึ้นทั้งหมดในลักษณะของรูปภาพแทนการเขียนเซต โดยจะเริ่มจากจุดทางด้านซ้ายเสมอ และแตกกิ่งออกไปตามความเป็นไปได้ที่สามารถเกิดขึ้นได้ในแต่ละทางเลือก

Step 4 : ขั้นสื่อสารและนำเสนอ (Applying the Communication Skill)

8. ครูสุมนักเรียน (สุ่มเลขที่กลุ่ม) ออกมานำเสนอแผนภาพต้นไม้ของกลุ่มตนเองหน้าชั้นเรียน

โดยมีนักเรียนและครูร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

9. นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับวิธีการทำงานให้เห็นการคิดเชิงระบบและวิธีการทำงานที่มีแบบแผน

Step 5 : ขั้นประเมินเพื่อเพิ่มคุณค่าบริการสังคมและจิตสาธารณะ (Self-Regulating)

10. นักเรียนนำความรู้ไปช่วยสอนเพื่อน ๆ ที่ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับแผนภาพต้นไม้ให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น

11. นักเรียนประเมินตนเอง โดยเขียนแสดงความรู้สึกหลังการเรียนรู้และหลังการทำกิจกรรมในประเด็นต่อไปนี้

- สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ในวันนี้คืออะไร
- นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- เพื่อนนักเรียนในกลุ่มมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- นักเรียนพึงพอใจกับการเรียนในวันนี้หรือไม่ เพียงใด
- นักเรียนจะนำความรู้ที่ได้นี้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเอง ครอบครัว และสังคมทั่วไปได้อย่างไร

จากนั้นแลกเปลี่ยนตรวจสอบขั้นตอนการทำงานทุกขั้นตอนว่าจะเพิ่มคุณค่าไปสู่สังคมเกิดประโยชน์ต่อสังคมให้มากขึ้นกว่าเดิมในขั้นตอนใดบ้าง สำหรับการทำงานในครั้งต่อไป

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. แผนภาพต้นไม้แสดงเหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้น
3. ตัวอย่างแผนภาพต้นไม้
4. แหล่งการเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน

9. การวัดและประเมินผล

ประเด็นการประเมิน	เครื่องมือ	เกณฑ์
ความรู้ เรื่อง ความหมายของแผนภาพต้นไม้ (K)	แบบทดสอบ	ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
กระบวนการทำงานกลุ่ม (P)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ ด้านใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน (A)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค 31102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2568

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การนับเบื้องต้น

เรื่อง แผนภาพต้นไม้ : 2

เวลา 1 ชั่วโมง

วันที่..... เดือน..... พ.ศ. ครูผู้สอน.....

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

2. ตัวชี้วัดชั้นปี

ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่
ในการแก้ปัญหา

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายความหมายของแผนภาพต้นไม้ (K)
2. แสดงแผนภาพต้นไม้ (P)
3. มีความกระตือรือร้น สนใจ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน (A)
4. ใฝ่เรียนรู้
5. มุ่งมั่นในการทำงาน

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
 - การจำแนก การให้เหตุผล การสรุปความรู้ การปฏิบัติ
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา
4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

5. สาระสำคัญ

แผนภาพต้นไม้ (Tree Diagram) เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับแสดงให้เห็นถึงความเป็นไปได้ของผลลัพธ์ที่จะเกิดขึ้นทั้งหมดในลักษณะของรูปภาพแทนการเขียนเซต โดยจะเริ่มจากจุดทางด้านซ้ายเสมอ และแตกกิ่งออกไปตามความเป็นไปได้อันสามารถเกิดขึ้นได้ในแต่ละทางเลือก

6. สารการเรียนรู้

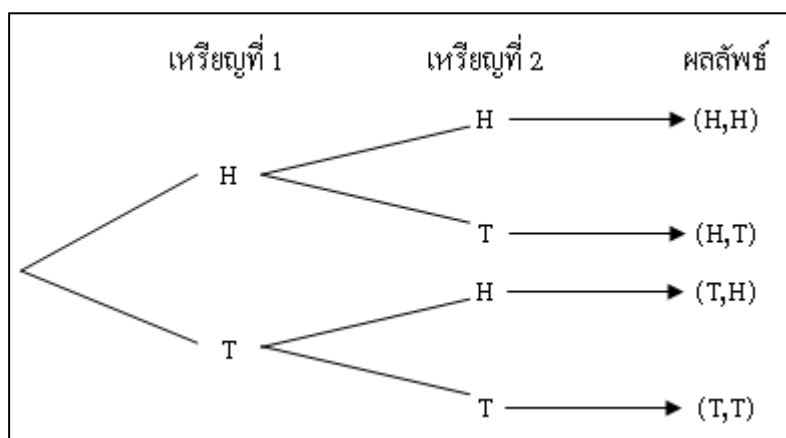
แผนภาพต้นไม้ (Tree Diagram)

7. กิจกรรมการเรียนรู้

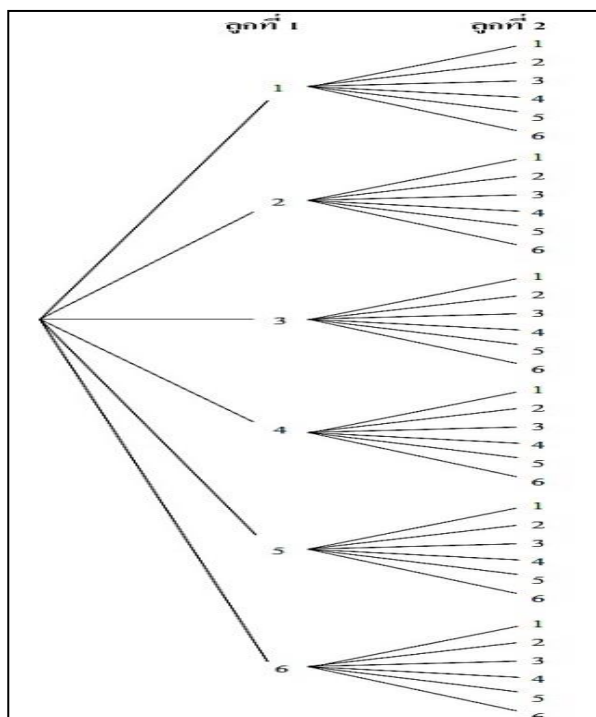
Step 1 : ขั้นสังเกต รวบรวมข้อมูล (Gathering)

1. นักเรียนคาดการณ์ผลของเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันที่จะเกิดขึ้นต่อไปนี้ โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

1) การโยนเหรียญ 2 เหรียญ



2) การทอดลูกเต๋า 2 ลูก



2. นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้

- นักเรียนสามารถเขียนแสดงแผนภาพต้นไม้ได้อย่างไร

3. นักเรียนศึกษา รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับแผนภาพต้นไม้ จากแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย

เช่น จากการสังเกต การร่วมสนทนากับเพื่อนในชั้นเรียน จากหนังสือเรียนหรืออินเทอร์เน็ต

Step 2 : ขั้นตอนวิเคราะห์และสรุปความรู้ (Processing) (Gathering)

4. นักเรียนเรียนรู้เกี่ยวกับแผนภาพต้นไม้ ดังนี้

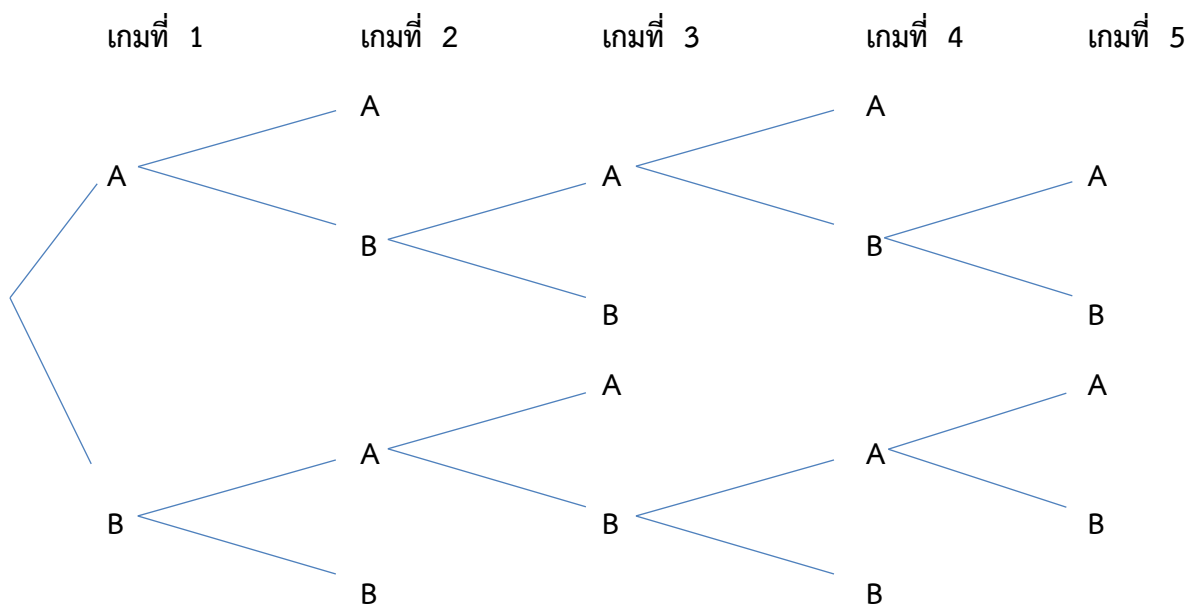
แผนภาพต้นไม้ (Tree Diagram) มี 2 แบบ คือ

- 1) แผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งอย่างเป็นระเบียบ
- 2) แผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งอย่างไม่เป็นระเบียบ

5. นักเรียนพิจารณาตามตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 นักเทนนิสสองคนมีทักษะฝีมือใกล้เคียงกัน แข่งเทนนิสกัน ผู้ชนะคือ ผู้ที่ชนะติดกัน 2 เกม หรือชนะรวมกัน 3 เกม หากว่ามีวิธีที่ทั้งคู่อาจจะแข่งขันกันได้จนมีผู้ชนะ

วิธีทำ ให้ผู้เล่นทั้งสองคน คือ A กับ B



จะเห็นว่า มีจุดสิ้นสุด (มีผู้ชนะ) 10 จุด

ดังนั้น ทั้งสองคนอาจจะแข่งขันกันได้ 10 วิธี

ตัวอย่างที่ 2 ชายคนหนึ่งเล่นรูเล็ต เขามีเวลาเล่นมากที่สุด 5 ครั้ง ทุกครั้งที่เล่น

ถ้าแพ้เขาต้องเสียเงิน 100 บาท แต่ถ้าชนะเขาจะได้เงิน 100 บาท

เขาลงทุน 100 บาท และตั้งใจไว้ว่าจะหยุดเล่นหากเงินหมด

หรือเมื่อเขาได้กำไร 300 บาท หาวว่าเขาจะเล่นได้กี่วิธี

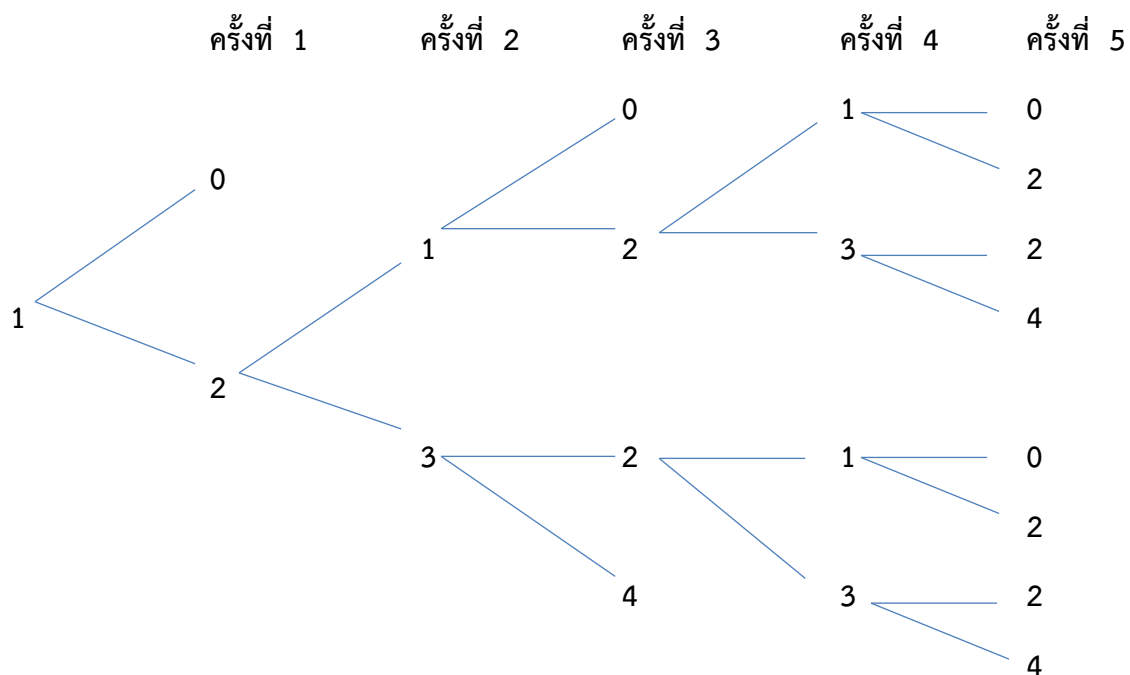
วิธีทำ เพื่อความสะดวกในการเขียนแผนภาพต้นไม้

ให้ 1 แทน 100 บาท , 2 แทน 200 บาท , ...

จากเงื่อนไขที่กำหนดเขาจะหยุดเล่นเมื่อเงินหมด (0) หรือเมื่อยอดเงินเป็น 4

(ได้กำไร 300 บาท) หรือเมื่อเล่นครบ 5 ครั้ง โดยแต่ละครั้งยอดเงินไม่เกิน 4

เขียนแผนภาพต้นไม้แสดงการเล่นรูเล็ตของเขาได้ ดังนี้



นับปลายกิ่งแผนภาพต้นไม้ได้ 11 จุดปลาย

ดังนั้น ชายคนนี้จะเล่นรูเล็ตได้ 11 วิธี

Step 3 : ขั้นปฏิบัติและสรุปความรู้หลังการปฏิบัติ (Applying and Constructing the Knowledge)

6. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน แต่ละกลุ่มร่วมกันสืบค้นข้อมูลเกี่ยวกับแผนภาพต้นไม้ แล้วเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงกรณีที่จะเกิดขึ้น จากนั้นสลับผลงานกับกลุ่มอื่น เพื่อร่วมกันตรวจสอบ

และแก้ไขให้ถูกต้อง

7. นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่เข้าใจเป็นความรู้ร่วมกัน ดังนี้

แผนภาพต้นไม้ (Tree Diagram) เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับแสดงให้เห็นถึงความเป็นไปได้ของผลลัพธ์ที่จะเกิดขึ้นทั้งหมดในลักษณะของรูปภาพแทนการเขียนเซต โดยจะเริ่มจากจุดทางด้านซ้ายเสมอ และแตกกิ่งออกไปตามความเป็นไปได้ที่สามารถเกิดขึ้นได้ในแต่ละทางเลือก

Step 4 : ขั้นสื่อสารและนำเสนอ (Applying the Communication Skill)

8. นักเรียนออกมานำเสนอผลงานเกี่ยวกับแผนภาพต้นไม้หน้าชั้นเรียน โดยมีนักเรียนและครู

9. นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับวิธีการทำงานให้เห็นการคิดเชิงระบบและวิธีการทำงาน

ที่มีแบบแผน

Step 5 : ขั้นประเมินเพื่อเพิ่มคุณค่าบริการสังคมและจิตสาธารณะ (Self-Regulating)

10. นักเรียนนำความรู้ไปช่วยสอนเพื่อน ๆ ที่ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับแผนภาพต้นไม้ให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น

11. นักเรียนประเมินตนเอง โดยเขียนแสดงความรู้สึกลหลังการเรียนและหลังการทำกิจกรรมในประเด็นต่อไปนี้

- สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ในวันนี้คืออะไร
- นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- เพื่อนนักเรียนในกลุ่มมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- นักเรียนพึงพอใจกับการเรียนในวันนี้หรือไม่ เพียงใด
- นักเรียนจะนำความรู้ที่ได้นี้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเอง ครอบครัว และสังคมทั่วไปได้อย่างไร

จากนั้นแลกเปลี่ยนตรวจสอบขั้นตอนการทำงานทุกขั้นตอนว่าจะเพิ่มคุณค่าไปสู่สังคมเกิดประโยชน์ต่อสังคมให้มากขึ้นกว่าเดิมในขั้นตอนใดบ้าง สำหรับการทำงานในครั้งต่อไป

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. แผนภาพต้นไม้แสดงเหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้น
3. ตัวอย่างแผนภาพต้นไม้
4. แหล่งการเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน

9. การวัดและประเมินผล

ประเด็นการประเมิน	เครื่องมือ	เกณฑ์
ความรู้ เรื่อง ความหมายของ แผนภาพต้นไม้ (K)	แบบทดสอบ	ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
กระบวนการทำงานกลุ่ม (P)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ ด้านใฝ่ เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน (A)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค 31102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2568

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การนับเบื้องต้น

เรื่อง หลักการบวก : 1

เวลา 1 ชั่วโมง

วันที่..... เดือน..... พ.ศ. ครูผู้สอน.....

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

2. ตัวชี้วัดชั้นปี

ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่
ในการแก้ปัญหา

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายความหมายของหลักการบวก (K)
2. แสดงหลักการบวกในความเป็นไปได้ของผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นทั้งหมด (P)
3. มีความกระตือรือร้น สนใจ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน (A)
4. ใฝ่เรียนรู้
5. มุ่งมั่นในการทำงาน

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
 - การจำแนก การให้เหตุผล การสรุปความรู้ การปฏิบัติ
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา
4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

5. สาระสำคัญ

หลักการบวกแยกเป็นการนับในแต่ละกรณี โดยที่แต่ละกรณีเป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นไม่ซ้ำกัน
ให้นำจำนวนวิธีที่เกิดขึ้นในแต่ละกรณีมาบวกกัน ดังนั้น จำนวนวิธีที่เกิดขึ้นทั้งหมด คือ

$$n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k \text{ วิธี}$$

6. สารการเรียนรู้

หลักการบวก

7. กิจกรรมการเรียนรู้

Step 1 : ขั้นสังเกต รวบรวมข้อมูล (Gathering)

1. นักเรียนคาดการณ์ผลของเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันที่จะเกิดขึ้นต่อไปนี้ โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

1) การโยนเหรียญ 1 เหรียญ

ในการโยน 1 ครั้ง มีผลออกมาได้ 2 แบบ คือ ออกหัวหรือออกก้อย เป็นผลการทดลองสุ่ม เนื่องจากมีการคาดการณ์คำตอบที่จะเกิดขึ้นทุกกรณี แต่ไม่สามารถบอกได้ว่า จะมีผลเป็นอย่างไรอย่างหนึ่งที่แน่นอนได้

2) การทอดลูกเต๋า 1 ลูก

ในการทอดลูกเต๋า 1 ครั้ง หน้าที่ยกขึ้นมีผลออกมาได้ 6 แบบ คือ ทอดออกมาได้แต้ม เท่ากับ 1, 2, 3, 4, 5 หรือ 6 แต้ม เป็นผลการทดลองสุ่ม เนื่องจากมีการคาดการณ์คำตอบ ที่จะเกิดขึ้นทุกกรณี แต่ไม่สามารถบอกได้ว่า จะมีผลเป็นอย่างไรอย่างหนึ่งที่แน่นอนได้

3) การหยิบบัตรตัวเลข 0 – 9 จากกล่องใบหนึ่ง

ในการหยิบบัตร 1 ครั้ง มีผลออกมาได้ 10 แบบ คือ หยิบบัตรออกมาได้ เลข 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 หรือ 9 เป็นผลการทดลองสุ่ม เนื่องจากมีการคาดการณ์คำตอบที่จะเกิดขึ้น ทุกกรณี แต่ไม่สามารถบอกได้ว่า จะมีผลเป็นอย่างไรอย่างหนึ่งที่แน่นอนได้

2. นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้

- นักเรียนสามารถเขียนแสดงหลักการบวกได้อย่างไร

3. นักเรียนศึกษา รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับหลักการบวก จากแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย

เช่น จากการสังเกต การร่วมสนทนากับเพื่อนในชั้นเรียน จากหนังสือเรียนหรืออินเทอร์เน็ต

Step 2 : ขั้นตอนคิดวิเคราะห์และสรุปความรู้ (Processing) (Gathering)

4. นักเรียนเรียนรู้เกี่ยวกับหลักการบวก ดังนี้

ในการทำงานอย่างหนึ่งถ้าสามารถแบ่งวิธีการทำงานออกเป็น 2 กรณี โดย

กรณีที่ 1 สามารถทำได้ n_1 วิธี

กรณีที่ 2 สามารถทำได้ n_2 วิธี

ซึ่งมีวิธีการทำงานทั้งสองกรณีไม่ซ้ำซ้อนกัน และการทำงานในแต่ละกรณีทำให้งานเสร็จสมบูรณ์ แล้วจะสามารถทำงานนี้ได้ทั้งหมด $n_1 + n_2$ วิธี

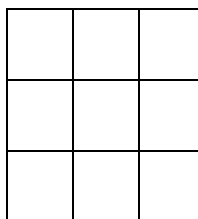
ในทำนองเดียวกัน ในการทำงานอย่างหนึ่งถ้าสามารถแบ่งวิธีการทำงานออกเป็น k กรณี

แต่ละกรณีสามารถทำได้ $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$ วิธี ตามลำดับ

ซึ่งการทำงานทั้ง k กรณี ไม่ซ้ำซ้อนกัน และการทำงานในแต่ละกรณีทำให้งานเสร็จสมบูรณ์ แล้วจะสามารถทำงานนี้ได้ทั้งหมด $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k$ วิธี

5. นักเรียนพิจารณาตามตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 ตารางจัตุรัสขนาด 3×3 มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมดกี่รูป



วิธีทำ ขั้นที่ 1 นับจำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านละ 1 หน่วย มี 9 รูป

ขั้นที่ 2 นับจำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านละ 2 หน่วย มี 4 รูป

ขั้นที่ 3 นับจำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านละ 3 หน่วย มี 1 รูป

ดังนั้น มีจำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมด $9 + 4 + 1 = 14$ รูป

ตัวอย่างที่ 2 โรงอาหารของโรงเรียนมีร้านขายอาหาร 3 ร้าน ซึ่งมีร้านป้าอ้วนมีอาหารให้เลือก 5 อย่าง

ร้านแม่ศรีเรือนมีอาหารให้เลือก 8 อย่าง และร้านครัวสมบูรณ์มีอาหารให้เลือก 9 อย่าง

นักเรียนคนหนึ่งจะเลือกรับประทานอาหารอย่างเดียว จะมีวิธีการเลือกอาหารได้กี่วิธี

วิธีทำ การเลือกอาหารมีเพียงขั้นตอนเดียวในอาหารแต่ละอย่าง

จะได้ ร้านป้าอ้วนมีอาหารให้เลือก 5 อย่าง เลือกได้ 5 วิธี

ร้านแม่ศรีเรือนมีอาหารให้เลือก 8 อย่าง เลือกได้ 8 วิธี

ร้านครัวสมบูรณ์มีอาหารให้เลือก 9 อย่าง เลือกได้ 9 วิธี

ดังนั้น นักเรียนจะเลือกรับประทานอาหารอย่างเดียวนั้นได้ $5 + 8 + 9 = 22$ วิธี

ตัวอย่างที่ 3 ช่องรายการโทรทัศน์ในระบบดิจิทัลในหมวดบริการสาธารณะที่ดำเนินการออกอากาศ มี 5 สถานี หมวดเด็ก เยาวชน และครอบครัวมี 2 สถานี หมวดข่าวสารและสาระมี 6 สถานี หมวดทั่วไปแบบความคมชัดปกติมี 7 สถานี หมวดทั่วไปแบบความคมชัดสูงมี 7 สถานี นักเรียนจะเลือกชมรายการจากสถานีใดสถานีหนึ่งได้กี่วิธี

วิธีทำ การเลือกชมรายการโทรทัศน์มีเพียงขั้นตอนเดียว และที่ละช่องรายการเท่านั้น

จะได้ หมวดบริการสาธารณะมี 5 สถานี เลือกชมได้ 5 วิธี

หมวดเด็ก เยาวชน และครอบครัวมี 2 สถานี เลือกชมได้ 2 วิธี

หมวดทั่วไปแบบคมชัดปกติมี 7 สถานี เลือกชมได้ 7 วิธี

หมวดทั่วไปแบบคมชัดสูงมี 7 สถานี เลือกชมได้ 7 วิธี

ดังนั้น นักเรียนเลือกชมรายการโทรทัศน์ได้ $5 + 2 + 7 + 7 = 21$ วิธี

Step 3 : ขั้นปฏิบัติและสรุปความรู้หลังการปฏิบัติ (Applying and Constructing the Knowledge)

6. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน แต่ละกลุ่มร่วมกันสืบค้นข้อมูลเกี่ยวกับหลักการบวก แล้วเขียนตัวอย่างหลักการบวกในความเป็นไปได้ของผลลัพธ์ที่จะเกิดขึ้นทั้งหมด จากนั้นสลับผลงานกับกลุ่มอื่น เพื่อร่วมกันตรวจสอบและแก้ไขให้ถูกต้อง

7. นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่เข้าใจเป็นความรู้ร่วมกัน ดังนี้

หลักการบวกแยกเป็นการนับในแต่ละกรณี โดยที่แต่ละกรณีเป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นไม่ซ้ำกัน ให้นำจำนวนวิธีที่เกิดขึ้นในแต่ละกรณีมาบวกกัน ดังนั้น จำนวนวิธีที่เกิดขึ้นทั้งหมด คือ

$$n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k \text{ วิธี}$$

Step 4 : ขั้นสื่อสารและนำเสนอ (Applying the Communication Skill)

8. นักเรียนออกมานำเสนอผลงานเกี่ยวกับหลักการบวกหน้าชั้นเรียน โดยมีนักเรียนและครู ร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

9. นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับวิธีการทำงานให้เห็นการคิดเชิงระบบและวิธีการทำงาน ที่มีแบบแผน

Step 5 : ขั้นประเมินเพื่อเพิ่มคุณค่าบริการสังคมและจิตสาธารณะ (Self-Regulating)

10. นักเรียนนำความรู้ไปช่วยสอนเพื่อน ๆ ที่ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับหลักการบวกให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น

11. นักเรียนประเมินตนเอง โดยเขียนแสดงความรู้สึกลหลังการเรียนรู้และหลังการทำกิจกรรม

ในประเด็นต่อไปนี้

- สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ในวันนี้คืออะไร
- นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- เพื่อนนักเรียนในกลุ่มมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- นักเรียนพึงพอใจกับการเรียนในวันนี้หรือไม่ เพียงใด
- นักเรียนจะนำความรู้ที่ได้นี้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเอง ครอบครัว และสังคมทั่วไปได้อย่างไร

จากนั้นแลกเปลี่ยนตรวจสอบขั้นตอนการทำงานทุกขั้นตอนว่าจะเพิ่มคุณค่าไปสู่สังคม

เกิดประโยชน์ต่อสังคมให้มากขึ้นกว่าเดิมในขั้นตอนใดบ้าง สำหรับการทำงานในครั้งต่อไป

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เหตุการณ์ในชีวิตประจำวัน
3. ตัวอย่างหลักการบวก
4. แหล่งการเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน

9. การวัดและประเมินผล

ประเด็นการประเมิน	เครื่องมือ	เกณฑ์
ความรู้ เรื่อง ความหมายของหลักการบวก (K)	แบบทดสอบ	ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
กระบวนการทำงานกลุ่ม (P)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ ด้านใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน (A)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค 31102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 25678

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การนับเบื้องต้น

เรื่อง หลักการบวก : 2

เวลา 1 ชั่วโมง

วันที่..... เดือน..... พ.ศ. ครูผู้สอน.....

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

2. ตัวชี้วัดชั้นปี

ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่
ในการแก้ปัญหา

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายความหมายของหลักการบวก (K)
2. แสดงหลักการบวกในความเป็นไปได้ของผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นทั้งหมด (P)
3. มีความกระตือรือร้น สนใจ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน (A)
4. ใฝ่เรียนรู้ (A)
5. มุ่งมั่นในการทำงาน (A)

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
 - การจำแนก การให้เหตุผล การสรุปความรู้ การปฏิบัติ
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา
4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

5. สาระสำคัญ

หลักการบวกแยกเป็นการนับในแต่ละกรณี โดยที่แต่ละกรณีเป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นไม่ซ้ำกัน
ให้นำจำนวนวิธีที่เกิดขึ้นในแต่ละกรณีมาบวกกัน ดังนั้น จำนวนวิธีที่เกิดขึ้นทั้งหมด คือ

$$n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k \text{ วิธี}$$

6. สารการเรียนรู้

หลักการบวก

7. กิจกรรมการเรียนรู้

Step 1 : ขั้นสังเกต รวบรวมข้อมูล (Gathering)

1. นักเรียนทบทวนเกี่ยวกับหลักการบวก โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

ในการทำงานอย่างหนึ่งถ้าสามารถแบ่งวิธีการทำงานออกเป็น 2 กรณี โดย

กรณีที่ 1 สามารถทำได้ n_1 วิธี

กรณีที่ 2 สามารถทำได้ n_2 วิธี

ซึ่งมีวิธีการทำงานทั้งสองกรณีไม่ซ้ำซ้อนกัน และการทำงานในแต่ละกรณีทำให้งานเสร็จสมบูรณ์
แล้วจะสามารถทำงานนี้ได้ทั้งหมด $n_1 + n_2$ วิธี

ในทำนองเดียวกัน ในการทำงานอย่างหนึ่งถ้าสามารถแบ่งวิธีการทำงานออกเป็น k กรณี

แต่ละกรณีสามารถทำได้ $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$ วิธี ตามลำดับ

ซึ่งการทำงานทั้ง k กรณี ไม่ซ้ำซ้อนกัน และการทำงานในแต่ละกรณีทำให้งานเสร็จสมบูรณ์
แล้วจะสามารถทำงานนี้ได้ทั้งหมด $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k$ วิธี

2. นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้

- นักเรียนสามารถเขียนแสดงหลักการบวกได้อย่างไร

3. นักเรียนศึกษา รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับหลักการบวก จากแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย

เช่น จากการสังเกต การร่วมสนทนากับเพื่อนในชั้นเรียน จากหนังสือเรียนหรืออินเทอร์เน็ต

Step 2 : ขั้นคิดวิเคราะห์และสรุปความรู้ (Processing) (Gathering)

4. นักเรียนพิจารณาตามตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 ในไพ่หนึ่งสำรับ มีไพ่ที่เป็น J, Q และ K ทั้งหมดกี่ใบ

วิธีทำ ในไพ่หนึ่งสำรับ มีไพ่ทั้งหมด 52 ใบ

โดยแบ่งเป็น โพดำ (♠), โพแดง (♥), ข้าวหลามตัด (♦) และดอกจิก (♣)

จะได้ J โพดำ (♠), J โพแดง (♥), J ข้าวหลามตัด (♦) และ J ดอกจิก (♣)

Q โพดำ (♠), Q โพแดง (♥), Q ข้าวหลามตัด (♦) และ Q ดอกจิก (♣)

K โพดำ (♠), K โพแดง (♥), K ข้าวหลามตัด (♦) และ K ดอกจิก (♣)

ดังนั้น ไฟหนึ่งสำหรับ มี J, Q และ K ทั้งหมด $4 + 4 + 4 = 12$ ใบ

ตัวอย่างที่ 2 ในการเดินทางไปเชียงใหม่สามารถเลือกเดินทางได้ 3 แบบ คือ เดินทางโดยเครื่องบิน เดินทางโดยรถทัวร์ และเดินทางโดยรถไฟ ถ้ามีเครื่องบิน 10 ลำ รถทัวร์ 15 คัน

และรถไฟ 5 ขบวน จะมีวิธีการเดินทางได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ จะได้

เดินทางโดยเครื่องบิน	มีเครื่องบิน 10 ลำ	เดินทางได้ 10 วิธี
เดินทางโดยรถทัวร์	มีรถทัวร์ 15 คัน	เดินทางได้ 15 วิธี
เดินทางโดยรถไฟมีรถไฟ	5 ขบวน	เดินทางได้ 5 วิธี

ดังนั้น มีวิธีการเดินทางได้ทั้งหมด $10 + 15 + 5 = 30$ วิธี

Step 3 : ขั้นปฏิบัติและสรุปความรู้หลังการปฏิบัติ (Applying and Constructing the Knowledge)

5. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน แต่ละกลุ่มร่วมกันสืบค้นข้อมูลเกี่ยวกับหลักการบวก แล้วเขียนตัวอย่างหลักการบวกในความเป็นไปได้ของผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นทั้งหมด จากนั้นสลับผลงานกับกลุ่มอื่น เพื่อร่วมกันตรวจสอบและแก้ไขให้ถูกต้อง

6. นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่เข้าใจเป็นความรู้ร่วมกัน ดังนี้

หลักการบวกแยกเป็นการนับในแต่ละกรณี โดยที่แต่ละกรณีเป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นไม่ซ้ำกัน
ให้นำจำนวนวิธีที่เกิดขึ้นในแต่ละกรณีมาบวกกัน ดังนั้น จำนวนวิธีที่เกิดขึ้นทั้งหมด คือ
 $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k$ วิธี

Step 4 : ขั้นสื่อสารและนำเสนอ (Applying the Communication Skill)

7. นักเรียนออกมานำเสนอผลงานเกี่ยวกับหลักการบวกหน้าชั้นเรียน โดยมีนักเรียนและครูร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

8. นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับวิธีการทำงานให้เห็นการคิดเชิงระบบและวิธีการทำงานที่มีแบบแผน

Step 5 : ขั้นประเมินเพื่อเพิ่มคุณค่าบริการสังคมและจิตสาธารณะ (Self-Regulating)

9. นักเรียนนำความรู้ไปช่วยสอนเพื่อน ๆ ที่ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับหลักการบวกให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น

10. นักเรียนประเมินตนเอง โดยเขียนแสดงความรู้สึกหลังการเรียนและหลังการทำกิจกรรมในประเด็นต่อไปนี้

- สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ในวันนี้คืออะไร
- นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- เพื่อนนักเรียนในกลุ่มมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด

- นักเรียนพึงพอใจกับการเรียนในวันนี้หรือไม่ เพียงใด
- นักเรียนจะนำความรู้ที่ได้นี้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเอง ครอบครัว และสังคมทั่วไปได้อย่างไร

จากนั้นแลกเปลี่ยนตรวจสอบขั้นตอนการทำงานทุกขั้นตอนว่าจะเพิ่มคุณค่าไปสู่สังคม
เกิดประโยชน์ต่อสังคมให้มากขึ้นกว่าเดิมในขั้นตอนใดบ้าง สำหรับการทำงานในครั้งต่อไป

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ตัวอย่างหลักการบวก
3. แหล่งการเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน

9. การวัดและประเมินผล

ประเด็นการประเมิน	เครื่องมือ	เกณฑ์
ความรู้ เรื่อง ความหมายของหลักการบวก (K)	แบบทดสอบ	ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
กระบวนการทำงานกลุ่ม (P)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ ด้านใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน (A)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค 31101

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2568

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การนับเบื้องต้น

เรื่อง หลักการคูณ : 1

เวลา 1 ชั่วโมง

วันที่..... เดือน..... พ.ศ. ครูผู้สอน.....

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

2. ตัวชี้วัดขั้นปี

ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่
ในการแก้ปัญหา

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายความหมายของหลักการคูณ (K)
2. แสดงหลักการคูณในความเป็นไปได้ของผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นทั้งหมด (P)
3. มีความกระตือรือร้น สนใจ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน (A)
4. ใฝ่เรียนรู้ (A)
5. มุ่งมั่นในการทำงาน (A)

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

หลักการคูณ ในการทำงานอย่างหนึ่ง ถ้าสามารถแบ่งขั้นตอนการทำงานออกเป็น 2 ขั้นตอน
ซึ่งต้องทำต่อเนื่องกัน โดยขั้นตอนที่ 1 สามารถทำได้ n_1 วิธี ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1
สามารถทำขั้นตอนที่ 2 ต่อไปได้ n_2 วิธี แล้วจะสามารถทำแบบนี้ได้ทั้งหมด $n_1 \times n_2$ วิธี

5. สาระสำคัญ

หลักการคูณ

6. สาระการเรียนรู้

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
 - การจำแนก การให้เหตุผล การสรุปความรู้ การปฏิบัติ
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา
4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

7. กิจกรรมการเรียนรู้

Step 1 : ขั้นสังเกต รวบรวมข้อมูล (Gathering)

1. นักเรียนทบทวนหลักการบวก โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

หลักการบวกแยกเป็นการนับในแต่ละกรณี โดยที่แต่ละกรณีเป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นไม่ซ้ำกัน
ให้นำจำนวนวิธีที่เกิดขึ้นในแต่ละกรณีมาบวกกัน ดังนั้น จำนวนที่เกิดขึ้นทั้งหมด คือ

$$n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k \text{ วิธี}$$

2. นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้

- นักเรียนสามารถเขียนแสดงหลักการคูณได้อย่างไร

3. นักเรียนศึกษา รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับหลักการคูณ จากแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย

เช่น จากการสังเกต การร่วมสนทนากับเพื่อนในชั้นเรียน จากหนังสือเรียนหรืออินเทอร์เน็ต

Step 2 : ขั้นคิดวิเคราะห์และสรุปความรู้ (Processing) (Gathering)

4. นักเรียนเรียนรู้เกี่ยวกับหลักการคูณ ดังนี้

ในการทำงานอย่างหนึ่ง ถ้าสามารถแบ่งขั้นตอนการทำงานออกเป็น k ขั้นตอน
ซึ่งต้องทำต่อเนื่องกัน โดยขั้นตอนที่ 1 สามารถทำได้ n_1 วิธี
ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 สามารถทำขั้นตอนที่ 2 ต่อไปได้ n_2 วิธี
ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 และขั้นตอนที่ 2 สามารถทำขั้นตอนที่ 3 ต่อไปได้ n_3 วิธี
⋮
ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ $k - 1$ สามารถทำขั้นตอนที่ k ต่อไปได้ n_k วิธี
แล้วจะสามารถทำงานนี้ได้ทั้งหมด $n_1 \times n_2 \times n_3 \times n_k$ วิธี

5. นักเรียนพิจารณาตามตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 นักเรียนคนหนึ่งมีเสื้อและกางเกงสำหรับสวมใส่ไปเที่ยว 5 ตัว และ 3 ตัว ตามลำดับ
เขาจะเลือกสวมใส่เสื้อและกางเกงไปเที่ยวเป็นชุดที่ต่างกันได้ทั้งหมดกี่ชุด

วิธีทำ การสวมใส่ชุดไปเที่ยวของนักเรียนคนนี้มีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกเสื้อ 1 ตัว สามารถทำได้ 5 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกกางเกง 1 ตัว สามารถทำได้ 3 วิธี

ดังนั้น ชุดไปเที่ยวที่ต่างกันได้ทั้งหมด $5 \times 3 = 15$ ชุด

ตัวอย่างที่ 2 เมืองแห่งหนึ่งมีโรงแรม 5 แห่ง และมีกลุ่มนักท่องเที่ยว 3 กลุ่ม ถ้าแต่ละกลุ่มต้องเข้าพักในโรงแรมของเมืองแห่งนี้ โดยไม่พักโรงแรมเดียวกัน หาจำนวนวิธีเข้าพักโรงแรมของนักท่องเที่ยว 3 กลุ่มนี้

วิธีทำ การจัดนักท่องเที่ยว 3 กลุ่มเข้าพักโรงแรมต่าง ๆ กัน มีวิธีจัดได้ 3 ขั้นตอน ดังนี้

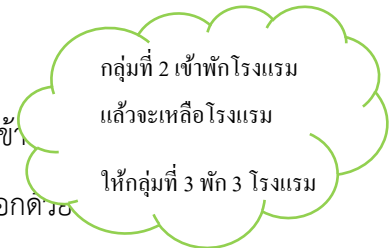
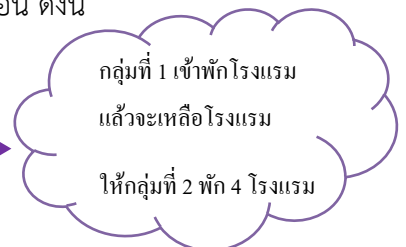
ขั้นตอนที่ 1 ให้นักท่องเที่ยวกลุ่มที่ 1 เข้าพักโรงแรม ได้ 5 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ให้นักท่องเที่ยวกลุ่มที่ 2 เข้าพักโรงแรม ได้ 4 วิธี

ขั้นตอนที่ 3 ให้นักท่องเที่ยวกลุ่มที่ 3 เข้าพักโรงแรม ได้ 3 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีเลือกโรงแรมเข้าพักของนักท่องเที่ยวทั้ง 3 กลุ่ม

เท่ากับ $5 \times 4 \times 3 = 60$ วิธี



ตัวอย่างที่ 3 หอประชุมแห่งหนึ่งมีประตูเข้า-ออกทั้งหมด 6 ประตู เมณู๋เข้ามีนเข้าและออกโดยไม่ใช้ประตูเดิม มินท์ไม่สนใจว่าเข้าและออกด้วยประตูใด ๆ หาจำนวนวิธีที่แต่ละคนเข้าและออกหอประชุมแห่งนี้

วิธีทำ เมณู๋เข้าประตูใดก็ได้ แต่ต้องออกประตูเดิม จึงเหลือประตูออกเพียงทางเลือกเดียว

เมณู๋มีวิธีการเข้าและออกหอประชุมแห่งนี้ $6 \times 1 = 6$ วิธี

มีนเข้าประตูใดก็ได้ แต่ห้ามออกประตูเดิม จึงถูกตัดออกไป 1 ทางเลือก เหลือประตูทางออก 5 ทางเลือก

มีนมีวิธีการเข้าและออกหอประชุมแห่งนี้ $6 \times 5 = 30$ วิธี

มินท์เข้าและออกได้ทุกประตู จึงสามารถเข้าและออกได้ทุกประตู

มินท์เข้าและออกหอประชุมแห่งนี้ $6 \times 6 = 36$ วิธี

Step 3 : ขั้นปฏิบัติและสรุปความรู้หลังการปฏิบัติ (Applying and Constructing the Knowledge)

6. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน แต่ละกลุ่มร่วมกันสืบค้นข้อมูลเกี่ยวกับหลักการคูณ แล้วเขียนตัวอย่างหลักการคูณในความเป็นไปได้ของผลลัพธ์ที่จะเกิดขึ้นทั้งหมด จากนั้นสลับผลงานกับกลุ่มอื่น เพื่อร่วมกันตรวจสอบและแก้ไขให้ถูกต้อง

7. นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่เข้าใจเป็นความรู้ร่วมกัน ดังนี้

หลักการคูณ ในการทำงานอย่างหนึ่ง ถ้าสามารถแบ่งขั้นตอนการทำงานออกเป็น 2 ขั้นตอน ซึ่งต้องทำต่อเนื่องกัน โดยขั้นตอนที่ 1 สามารถทำได้ n_1 วิธี ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1

สามารถทำขั้นตอนที่ 2 ต่อไปได้ n_2 วิธี แล้วจะสามารถทำแบบนี้ได้ทั้งหมด $n_1 \times n_2$ วิธี

Step 4 : ขั้นสื่อสารและนำเสนอ (Applying the Communication Skill)

8. นักเรียนออกมานำเสนอผลงานเกี่ยวกับหลักการคูณหน้าชั้นเรียน โดยมีนักเรียนและครูร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
9. นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับวิธีการทำงานให้เห็นการคิดเชิงระบบและวิธีการทำงานที่มีแบบแผน

Step 5 : ขั้นประเมินเพื่อเพิ่มคุณค่าบริการสังคมและจิตสาธารณะ (Self-Regulating)

10. นักเรียนนำความรู้ไปช่วยสอนเพื่อน ๆ ที่ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับหลักการคูณให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น
11. นักเรียนประเมินตนเอง โดยเขียนแสดงความรู้สึกล้างการเรียนและหลังการทำกิจกรรมในประเด็นต่อไปนี้
 - สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ในวันนี้คืออะไร
 - นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
 - เพื่อนนักเรียนในกลุ่มมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
 - นักเรียนพึงพอใจกับการเรียนในวันนี้หรือไม่ เพียงใด
 - นักเรียนจะนำความรู้ที่ได้นี้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเอง ครอบครัว และสังคมทั่วไปได้อย่างไร

จากนั้นแลกเปลี่ยนตรวจสอบขั้นตอนการทำงานทุกขั้นตอนว่าจะเพิ่มคุณค่าไปสู่สังคม
เกิดประโยชน์ต่อสังคมให้มากขึ้นกว่าเดิมในขั้นตอนใดบ้าง สำหรับการทำงานในครั้งต่อไป

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ตัวอย่างหลักการคูณ
3. แหล่งการเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน

9. การวัดและประเมินผล

ประเด็นการประเมิน	เครื่องมือ	เกณฑ์
ความรู้ เรื่อง ความหมายของหลักการคูณ (K)	แบบทดสอบ	ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
กระบวนการทำงานกลุ่ม (P)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ ด้านใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน (A)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค 31102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2568

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การนับเบื้องต้น

เรื่อง หลักการคูณ : 2

เวลา 1 ชั่วโมง

วันที่..... เดือน..... พ.ศ. ครูผู้สอน.....

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

2. ตัวชี้วัดชั้นปี

ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่
ในการแก้ปัญหา

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายความหมายของหลักการคูณ (K)
2. แสดงหลักการคูณในความเป็นไปได้ของผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นทั้งหมด (P)
3. มีความกระตือรือร้น สนใจ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน (A)
4. ใฝ่เรียนรู้ (A)
5. มุ่งมั่นในการทำงาน (A)

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
 - การจำแนก การให้เหตุผล การสรุปความรู้ การปฏิบัติ
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา
4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

5. สาระสำคัญ

หลักการคูณ ในการทำงานอย่างหนึ่ง ถ้าสามารถแบ่งขั้นตอนการทำงานออกเป็น 2 ขั้นตอน ซึ่งต้องทำต่อเนื่องกัน โดยขั้นตอนที่ 1 สามารถทำได้ n_1 วิธี ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 สามารถทำขั้นตอนที่ 2 ต่อไปได้ n_2 วิธี แล้วจะสามารถทำแบบนี้ได้ทั้งหมด $n_1 \times n_2$ วิธี

6. สาระการเรียนรู้

หลักการคูณ

7. กิจกรรมการเรียนรู้

Step 1 : ขั้นสังเกต รวบรวมข้อมูล (Gathering)

1. นักเรียนทบทวนหลักการคูณ โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

ในการทำงานอย่างหนึ่ง ถ้าสามารถแบ่งขั้นตอนการทำงานออกเป็น k ขั้นตอน ซึ่งต้องทำต่อเนื่องกัน โดยขั้นตอนที่ 1 สามารถทำได้ n_1 วิธี ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 สามารถทำขั้นตอนที่ 2 ต่อไปได้ n_2 วิธี ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 และขั้นตอนที่ 2 สามารถทำขั้นตอนที่ 3 ต่อไปได้ n_3 วิธี

⋮

ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ $k - 1$ สามารถทำขั้นตอนที่ k ต่อไปได้ n_k วิธี แล้วจะสามารถทำงานนี้ได้ทั้งหมด $n_1 \times n_2 \times n_3 \times n_k$ วิธี

2. นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้

- นักเรียนสามารถเขียนแสดงหลักการคูณได้อย่างไร

3. นักเรียนศึกษา รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับหลักการคูณ จากแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย เช่น จากการสังเกต การร่วมสนทนากับเพื่อนในชั้นเรียน จากหนังสือเรียนหรืออินเทอร์เน็ต

Step 2 : ขั้นคิดวิเคราะห์และสรุปความรู้ (Processing) (Gathering)

4. นักเรียนเรียนรู้เกี่ยวกับหลักการลบ ดังนี้

เราสามารถประยุกต์ใช้ความรู้เรื่อง ผลต่างระหว่างเซต ได้เป็นหลักการลบ

(Subtraction Principle) ได้ดังนี้ คือ วิธีที่ต้องการ = วิธีทั้งหมด - วิธีที่ไม่ต้องการ

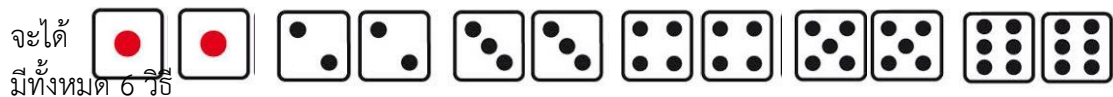
ตัวอย่างที่ 1 ในการทอดลูกเต๋าลูกแรก 2 ลูก จะเห็นแต้มลูกเต๋าที่แตกต่างกันทั้งหมด 36

วิธีทำ

การทอดลูกเต๋า 1 ลูก ได้ 6 วิธี

ดังนั้น การทอดลูกเต๋า 2 ลูก ได้ $6 \times 6 = 36$ วิธี

การทอดลูกเต๋า 2 ลูก ให้ขึ้นแต้มเหมือนกัน



ดังนั้น การทอดลูกเต๋า 2 ลูก ให้ได้แต้มลูกเต๋าคู่ที่ต่างกัน คือ $36 - 6 = 30$ วิธี

Step 3 : ขั้นปฏิบัติและสรุปความรู้หลังการปฏิบัติ (Applying and Constructing the Knowledge)

6. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน แต่ละกลุ่มร่วมกันสืบค้นข้อมูลเกี่ยวกับหลักการคูณ แล้วเขียนตัวอย่างหลักการคูณในความเป็นไปได้ของผลลัพธ์ที่จะเกิดขึ้นทั้งหมด จากนั้นสลับผลงาน

กับกลุ่มอื่น เพื่อร่วมกันตรวจสอบและแก้ไขให้ถูกต้อง

7. นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่เข้าใจเป็นความรู้ร่วมกัน ดังนี้

หลักการคูณในการทำงานอย่างหนึ่ง ถ้าสามารถแบ่งขั้นตอนการทำงานออกเป็น 2 ขั้นตอน ซึ่งต้องทำต่อเนื่องกัน โดยขั้นตอนที่ 1 สามารถทำได้ n_1 วิธี ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 สามารถทำขั้นตอนที่ 2 ต่อไปได้ n_2 วิธี แล้วจะสามารถทำแบบนี้ได้ทั้งหมด $n_1 \times n_2$ วิธี

Step 4 : ขั้นสื่อสารและนำเสนอ (Applying the Communication Skill)

8. นักเรียนออกมานำเสนอผลงานเกี่ยวกับหลักการคุณหน้าชั้นเรียน โดยมีนักเรียนและครูร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
9. นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับวิธีการทำงานให้เห็นการคิดเชิงระบบและวิธีการทำงานที่มีแบบแผน

Step 5 : ขั้นประเมินเพื่อเพิ่มคุณค่าบริการสังคมและจิตสาธารณะ (Self-Regulating)

10. นักเรียนนำความรู้ไปช่วยสอนเพื่อน ๆ ที่ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับหลักการคุณให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น
11. นักเรียนประเมินตนเอง โดยเขียนแสดงความรู้สึกหลังการเรียนรู้และหลังการทำกิจกรรมในประเด็นต่อไปนี้
- สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ในวันนี้คืออะไร
 - นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
 - เพื่อนนักเรียนในกลุ่มมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
 - นักเรียนพึงพอใจกับการเรียนในวันนี้หรือไม่ เพียงใด
 - นักเรียนจะนำความรู้ที่ได้นี้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเอง ครอบครัว และสังคมทั่วไปได้อย่างไร

จากนั้นแลกเปลี่ยนตรวจสอบขั้นตอนการทำงานทุกขั้นตอนว่าจะเพิ่มคุณค่าไปสู่สังคม
เกิดประโยชน์ต่อสังคมให้มากขึ้นกว่าเดิมในขั้นตอนใดบ้าง สำหรับการทำงานในครั้งต่อไป

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ตัวอย่างหลักการคุณ
3. แหล่งการเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน

9. การวัดและประเมินผล

ประเด็นการประเมิน	เครื่องมือ	เกณฑ์
ความรู้ เรื่อง ความหมายของหลักการคุณ (K)	แบบทดสอบ	ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
กระบวนการทำงานกลุ่ม (P)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ ด้านใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน (A)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค 31102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2568

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การนับเบื้องต้น

เรื่อง แฟกทอเรียล : 1

เวลา 1 ชั่วโมง

วันที่..... เดือน..... พ.ศ. ครูผู้สอน.....

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

2. ตัวชี้วัดชั้นปี

ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่
ในการแก้ปัญหา

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายความหมายของแฟกทอเรียล (K)
2. แสดงการเรียงสับเปลี่ยนและแฟกทอเรียล (P)
3. มีความกระตือรือร้น สนใจ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน (A)
4. ใฝ่เรียนรู้ (A)
5. มุ่งมั่นในการทำงาน (A)

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
 - การจำแนก การให้เหตุผล การสรุปความรู้ การปฏิบัติ
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา
4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

5. สาระสำคัญ

การเรียงสับเปลี่ยน (Permutation) เป็นการนำสิ่งของที่มีลักษณะที่แตกต่างกันทั้งหมดมาเรียงโดยถือตำแหน่ง หรือลำดับก่อนหลังเป็นสำคัญ

$n!$ อ่านว่า เอ็นแฟกทอเรียล หมายถึง การคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง n
เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก นั่นคือ $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-2) \times (n-1) \times n$

6. สารการเรียนรู้

การเรียงสับเปลี่ยน (Permutation) และแฟกทอเรียล

7. กิจกรรมการเรียนรู้

Step 1 : ขั้นสังเกต รวบรวมข้อมูล (Gathering)

- นักเรียนคาดการณ์ผลของเหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้นต่อไปนี้ โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้
 - หากมีเลขโดด 1 เพียงตัวเดียว นำมาเรียงสับเปลี่ยน จะได้วิธีเดียว คือ 1
 - หากมีเลขโดด 1 และ 2 นำมาเรียงสับเปลี่ยน โดยไม่ใช้เลขซ้ำกัน จะเรียงได้ทั้งหมด 2 วิธี คือ 12 กับ 21
 - หากมีเลขโดด 1, 2 และ 3 นำมาเรียงสับเปลี่ยน โดยไม่ใช้เลขซ้ำกัน จะเรียงได้ทั้งหมด 6 วิธี คือ 123, 132, 213, 231, 312 และ 321
 - หากมีเลขโดด 1, 2, 3 และ 4 นำมาเรียงสับเปลี่ยนโดยไม่ใช้เลขซ้ำกัน จะเรียงได้ทั้งหมด 24 วิธี คือ 1234, 1243, 1342, 1324, 1423, 1432, 2134, 2143, 2314, 2341, 2413, 2431, 3124, 3142, 3214, 3241, 3412, 3421, 4123, 4132, 4213, 4231, 4312 และ 4321
 - ในทำนองเดียวกันหากมีเลขโดด 1, 2, 3, 4 และ 5 นำมาเรียงสับเปลี่ยน โดยไม่ใช้เลขซ้ำกัน จะเรียงได้ทั้งหมด 120 วิธี ซึ่งมาจาก $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
 - ถ้ามีเลขโดด 1, 2, 3, 4, 5 และ 6 นำมาเรียงสับเปลี่ยน โดยไม่ใช้เลขซ้ำกันจะเรียงได้ทั้งหมดกี่วิธี นักเรียนมีวิธีการคิดอย่างไร นักเรียนได้คำตอบเป็น 720 วิธีหรือไม่ ซึ่ง 720 ได้มาจาก $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
 - นักเรียนจะเห็นได้ว่าการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่ง จะได้ จำนวนวิธี $= n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$ ซึ่งนักคณิตศาสตร์กำหนดการเขียนสัญลักษณ์แทนการคูณจำนวนเต็มบวกเรียงกันดังกล่าวว่า $n!$ อ่านว่า เอ็นแฟกทอเรียล เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก
- นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้
 - นักเรียนสามารถเขียนแสดงการเรียงสับเปลี่ยน และแฟกทอเรียลได้อย่างไร
- นักเรียนศึกษา รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับแฟกทอเรียล จากแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย เช่น จากการสังเกต การร่วมสนทนากับเพื่อนในชั้นเรียน จากหนังสือเรียนหรืออินเทอร์เน็ต

Step 2 : ขั้นคิดวิเคราะห์และสรุปความรู้ (Processing) (Gathering)

- นักเรียนพิจารณาตามตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 หาค่าของ 1) $7!$ 2) $\frac{8!}{6!}$ 3) $\frac{50!}{46!4!}$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 1) \quad 7! &= 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \\
 &= 5,040 \\
 2) \quad \frac{8!}{6!} &= \frac{8 \times 7 \times 6!}{6!} \\
 &= 8 \times 7 \\
 &= 56 \\
 3) \quad \frac{50!}{46!4!} &= \frac{50 \times 49 \times 48 \times 47 \times 46!}{46! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \\
 &= 230,300
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 ทำให้เป็นผลสำเร็จ

$$\begin{aligned}
 1) \quad \frac{6!}{4!} & \quad 2) \quad \frac{6!4!}{8!} \\
 3) \quad \frac{(n+2)!}{n!} & \quad 4) \quad \frac{(2n)!(n-2)!}{4n! (2n-2)!}
 \end{aligned}$$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 1) \quad \frac{6!}{4!} &= \frac{6 \times 5 \times 4!}{4!} \\
 &= 6 \times 5 = 30 \\
 2) \quad \frac{6!4!}{8!} &= \frac{6! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{8 \times 7 \times 6!} = \frac{3}{7} \\
 3) \quad \frac{(n+2)!}{n!} &= \frac{(n+2)(n+1)n!}{n!} \\
 &= (n+2)(n+1) \\
 4) \quad \frac{(2n)!(n-2)!}{4n! (2n-2)!} &= \frac{2n(2n-1)(2n-2)!(n-2)!}{4n(n-1)(n-2)!(2n-2)!} = \frac{2n-1}{2(n-1)} = \frac{2n-1}{2n-2}
 \end{aligned}$$

Step 3 : ขั้นปฏิบัติและสรุปความรู้หลังการปฏิบัติ (Applying and Constructing the Knowledge)

5. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน แต่ละกลุ่มร่วมกันสืบค้นข้อมูลเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนและแฟกทอเรียล แล้วเขียนตัวอย่างการเรียงสับเปลี่ยนและแฟกทอเรียล จากนั้นสลับผลงานกับกลุ่มอื่นเพื่อร่วมกันตรวจสอบและแก้ไขให้ถูกต้อง

6. นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่เข้าใจเป็นความรู้ร่วมกัน ดังนี้

การเรียงสับเปลี่ยน (Permutation) เป็นการนำสิ่งของที่มีลักษณะที่แตกต่างกันทั้งหมดมาเรียงโดยถือตำแหน่ง หรือลำดับก่อนหลังเป็นสำคัญ

n! อ่านว่า เอ็นแฟกทอเรียล หมายถึง การคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง n

เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก นั่นคือ $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n - 2) \times (n - 1) \times n$

Step 4 : ขั้นสื่อสารและนำเสนอ (Applying the Communication Skill)

7. นักเรียนออกมานำเสนอผลงานเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนและแฟกทอเรียลหน้าชั้นเรียน โดยมีนักเรียนและครูร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

8. นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับวิธีการทำงานให้เห็นการคิดเชิงระบบและวิธีการทำงานที่มีแบบแผน

Step 5 : ขั้นประเมินเพื่อเพิ่มคุณค่าบริการสังคมและจิตสาธารณะ (Self-Regulating)

9. นักเรียนนำความรู้ไปช่วยสอนเพื่อน ๆ ที่ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนและแฟกทอเรียลให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น

10. นักเรียนประเมินตนเอง โดยเขียนแสดงความรู้สึกหลังการเรียนรู้และหลังการทำกิจกรรมในประเด็นต่อไปนี้

- สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ในวันนี้คืออะไร
- นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- เพื่อนนักเรียนในกลุ่มมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- นักเรียนพึงพอใจกับการเรียนในวันนี้หรือไม่ เพียงใด
- นักเรียนจะนำความรู้ที่ได้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเอง ครอบครัว และสังคมทั่วไปได้อย่างไร

จากนั้นแลกเปลี่ยนตรวจสอบขั้นตอนการทำงานทุกขั้นตอนว่าจะเพิ่มคุณค่าไปสู่สังคมเกิดประโยชน์ต่อสังคมให้มากขึ้นกว่าเดิมในขั้นตอนใดบ้าง สำหรับการทำงานในครั้งต่อไป

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ตัวอย่างแฟกทอเรียล
3. แหล่งการเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน

9. การวัดและประเมินผล

ประเด็นการประเมิน	เครื่องมือ	เกณฑ์
ความรู้ เรื่อง ความหมายของแฟกทอเรียล (K)	แบบทดสอบ	ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
กระบวนการทำงานกลุ่ม (P)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ ด้านใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน (A)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค 31102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2568

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การนับเบื้องต้น

เรื่อง แฟกทอเรียล : 2

เวลา 1 ชั่วโมง

วันที่..... เดือน..... พ.ศ. ครูผู้สอน.....

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

2. ตัวชี้วัดชั้นปี

ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่
ในการแก้ปัญหา

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายความหมายของแฟกทอเรียล (K)
2. แสดงการเรียงสับเปลี่ยนและแฟกทอเรียล (P)
3. มีความกระตือรือร้น สนใจ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน (A)
4. ใฝ่เรียนรู้ (A)
5. มุ่งมั่นในการทำงาน (A)

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
 - การจำแนก การให้เหตุผล การสรุปความรู้ การปฏิบัติ
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา
4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

5. สาระสำคัญ

การเรียงสับเปลี่ยน (Permutation) เป็นการนำสิ่งของที่มีลักษณะที่แตกต่างกันทั้งหมดมาเรียงโดยถือตำแหน่ง หรือลำดับก่อนหลังเป็นสำคัญ

$n!$ อ่านว่า เอ็นแฟกทอเรียล หมายถึง การคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง n
เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก นั่นคือ $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-2) \times (n-1) \times n$

6. สารการเรียนรู้

การเรียงสับเปลี่ยน (Permutation) และแฟกทอเรียล

7. กิจกรรมการเรียนรู้

Step 1 : ขั้นสังเกต รวบรวมข้อมูล (Gathering)

1. นักเรียนทบทวนเกี่ยวกับแฟกทอเรียล โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

$n!$ อ่านว่า เอ็นแฟกทอเรียล หมายถึง การคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง n
เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก นั่นคือ $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-2) \times (n-1) \times n$

2. นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้

- นักเรียนสามารถเขียนแสดงการเรียงสับเปลี่ยน และแฟกทอเรียลได้อย่างไร

3. นักเรียนศึกษา รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับแฟกทอเรียล จากแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย

เช่น จากการสังเกต การร่วมสนทนากับเพื่อนในชั้นเรียน จากหนังสือเรียนหรืออินเทอร์เน็ต

Step 2 : ขั้นคิดวิเคราะห์และสรุปความรู้ (Processing) (Gathering)

4. นักเรียนพิจารณาตามตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปแฟกทอเรียล

$$1) 18 \times 17 \times 16 \qquad 2) 10 \times 11 \times 12 \times \dots \times 20$$

$$3) n(n-1)(n-2) \dots (n-10) \quad 4) n(n^2-1)(n^2-4)$$

วิธีทำ

$$1) 18 \times 17 \times 16 = \frac{18 \times 17 \times 16 \times 15 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1}{15 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{18!}{15!}$$

$$2) 10 \times 11 \times 12 \times \dots \times 20 = \frac{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 18 \times 19 \times 20}{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 9} = \frac{20!}{9!}$$

$$3) n(n-1)(n-2) \dots (n-10) = \frac{n!}{(n-11)!}$$

$$4) n(n^2-1)(n^2-4) = n(n-1)(n+1)(n-2)(n+2)$$

$$= (n+2)(n+1)n(n-1)(n-2)$$

$$= \frac{(n+2)!}{(n-3)!}$$

ตัวอย่างที่ 2 หาค่า n จากสมการต่อไปนี้

$$1) \frac{7n!}{(n-3)!} = \frac{6(n+1)!}{(n-2)!}$$

$$2) \frac{3n!}{(n-4)!} = \frac{(n-1)!}{(n-6)!}$$

วิธีทำ

$$1) \frac{7n!}{(n-3)!} = \frac{6(n+1)!}{(n-2)!}$$

$$\frac{7(n-2)!}{(n-3)!} = \frac{6(n+1)!}{n!}$$

$$\frac{7(n-2)(n-3)!}{(n-3)!} = \frac{6(n+1)n!}{n!}$$

$$7(n-2) = 6(n+1)$$

$$7n - 14 = 6n + 6$$

$$n = 20$$

$$2) \frac{3n!}{(n-4)!} = \frac{(n-1)!}{(n-6)!}$$

$$\frac{3n!}{(n-4)!} = \frac{(n-4)!}{(n-6)!}$$

$$\frac{3n(n-1)!}{(n-1)!} = \frac{(n-4)(n-5)(n-6)!}{(n-6)!}$$

$$3n = (n-4)(n-5)$$

$$3n = n^2 - 9n + 20$$

$$n^2 - 12n + 20 = 0$$

$$(n-2)(n-10) = 0$$

$$n = 2, 10$$

แต่ $n = 2$ ใช้ไม่ได้ เนื่องจากทำให้ $(n - 4)!$ กับ $(n - 6)!$ อยู่ในรูป $(-2)!$ กับ $(-4)!$ ซึ่งไม่นิยาม

ดังนั้น $n = 10$

Step 3 : ขั้นปฏิบัติและสรุปความรู้หลังการปฏิบัติ (Applying and Constructing the Knowledge)

5. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน แต่ละกลุ่มร่วมกันสืบค้นข้อมูลเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนและแฟกทอเรียล แล้วเขียนตัวอย่างการเรียงสับเปลี่ยนและแฟกทอเรียล จากนั้นสลับผลงานกับกลุ่มอื่นเพื่อร่วมกันตรวจสอบและแก้ไขให้ถูกต้อง

6. นักเรียนทำใบงานที่ 11 เรื่อง แฟกทอเรียล จากนั้นสลับผลงานกับเพื่อน เพื่อร่วมกันตรวจสอบและแก้ไขให้ถูกต้อง

7. นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่เข้าใจเป็นความรู้ร่วมกัน ดังนี้

การเรียงสับเปลี่ยน (Permutation) เป็นการนำสิ่งของที่มีลักษณะที่แตกต่างกันทั้งหมดมาเรียงโดยถือตำแหน่ง หรือลำดับก่อนหลังเป็นสำคัญ

$n!$ อ่านว่า เอ็นแฟกทอเรียล หมายถึง การคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง n

เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก นั่นคือ $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n - 2) \times (n - 1) \times n$

Step 4 : ขั้นสื่อสารและนำเสนอ (Applying the Communication Skill)

8. นักเรียนออกมานำเสนอผลงานเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนและแฟกทอเรียลหน้าชั้นเรียน โดยมีนักเรียนและครูร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

9. นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับวิธีการทำงานให้เห็นการคิดเชิงระบบและวิธีการทำงานที่มีแบบแผน

Step 5 : ขั้นประเมินเพื่อเพิ่มคุณค่าบริการสังคมและจิตสาธารณะ (Self-Regulating)

10. นักเรียนนำความรู้ไปช่วยสอนเพื่อน ๆ ที่ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนและแฟกทอเรียลให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น

11. นักเรียนประเมินตนเอง โดยเขียนแสดงความรู้สึกหลังการเรียนรู้และหลังการทำกิจกรรมในประเด็นต่อไปนี้

- สิ่งทีนักเรียนได้เรียนรู้ในวันนี้คืออะไร
- นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- เพื่อนนักเรียนในกลุ่มมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- นักเรียนพึงพอใจกับการเรียนในวันนี้หรือไม่ เพียงใด

- นักเรียนจะนำความรู้ที่ได้นี้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเอง ครอบครัว และสังคมทั่วไปได้อย่างไร

จากนั้นแลกเปลี่ยนตรวจสอบขั้นตอนการทำงานทุกขั้นตอนว่าจะเพิ่มคุณค่าไปสู่สังคม
เกิดประโยชน์ต่อสังคมให้มากขึ้นกว่าเดิมในขั้นตอนใดบ้าง สำหรับการทำงานในครั้งต่อไป

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ตัวอย่างแฟกทอเรียล
3. แหล่งการเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน

9. การวัดและประเมินผล

ประเด็นการประเมิน	เครื่องมือ	เกณฑ์
ความรู้ เรื่อง แฟกทอเรียล (K)	แบบทดสอบ	ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
กระบวนการทำงานกลุ่ม (P)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป
ใบงาน เรื่อง แฟกทอเรียล (P)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ ด้านใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน (A)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค 31102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2568

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การนับเบื้องต้น

เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

เวลา 1 ชั่วโมง

วันที่..... เดือน..... พ.ศ. ครูผู้สอน.....

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

2. ตัวชี้วัดชั้นปี

ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่
ในการแก้ปัญหา

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายความหมายของการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด (K)
2. แสดงการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด (P)
3. มีความกระตือรือร้น สนใจ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน (A)
4. ใฝ่เรียนรู้ (A)
5. มุ่งมั่นในการทำงาน (A)

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
 - การจำแนก การให้เหตุผล การสรุปความรู้ การปฏิบัติ
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา
4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

5. สาระสำคัญ

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดเท่ากับ $n!$ วิธี

6. สาระการเรียนรู้

การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

7. กิจกรรมการเรียนรู้

Step 1 : ขั้นสังเกต รวบรวมข้อมูล (Gathering)

1. นักเรียนทบทวนการจัดหมู่ โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

$n!$ อ่านว่า เอ็นแฟกทอเรียล หมายถึง การคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง n

เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก นั่นคือ $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-2) \times (n-1) \times n$

2. นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้

- นักเรียนสามารถเขียนแสดงการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

ได้อย่างไร

3. นักเรียนศึกษา รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด จากแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย เช่น จากการสังเกต การร่วมสนทนากับเพื่อนในชั้นเรียน

จากหนังสือเรียนหรืออินเทอร์เน็ต

Step 2 : ขั้นคิดวิเคราะห์และสรุปความรู้ (Processing) (Gathering)

4. นักเรียนเรียนรู้เกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด ดังนี้

ถ้ามีสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด ต้องการนำมาจัดเรียงเป็นแนวนตรง โดยไม่นำสิ่งของที่ได้จัดเรียงไปแล้วในตำแหน่งหนึ่งมาจัดเรียงใหม่ในตำแหน่งอื่นอีก มีวิธีการดังนี้

ตำแหน่งที่ 1 เลือกสิ่งของ 1 สิ่ง จาก n สิ่ง วางในตำแหน่งที่ 1 ได้ n วิธี

ตำแหน่งที่ 2 เลือกสิ่งของ 1 สิ่ง จาก $n-1$ สิ่ง วางในตำแหน่งที่ 2 ได้ $n-1$ วิธี

ตำแหน่งที่ 3 เลือกสิ่งของ 1 สิ่ง จาก $n-2$ สิ่ง วางในตำแหน่งที่ 3 ได้ $n-2$ วิธี

ตำแหน่งที่ n วางสิ่งของ 1 สิ่ง ที่เหลืออยู่ในตำแหน่งที่ n ได้ 1 วิธี

โดยกฎการคูณ จะได้วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของสองสิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดเท่ากับ

$$n(n-1)(n-2)(n-3)\dots(3)(2)(1) = n! \text{ วิธี}$$

5. นักเรียนพิจารณาตามตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 เพื่อน 4 คน ต้องการยืนถ่ายรูปในแนวนตรงร่วมกัน จะยืนเรียงกันได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ จำนวนวิธีในการจัดเพื่อน 4 คน เพื่อยืนถ่ายรูปในแนวนตรงได้

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น จะยืนเรียงกันได้ทั้งหมด 24 วิธี

ตัวอย่างที่ 2 การจัดหน้าร้านขายผลไม้ที่มีผลไม้ 8 ชนิด เรียงเป็นแถวในแนวราบ จะได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ ในการจัดหน้าร้านขายผลไม้ที่มีผลไม้ 8 ชนิด เรียงเป็นแถวในแนวราบ สามารถแจกแจงวิธีการจัดได้ ดังนี้

ตำแหน่งที่ 1	เลือกผลไม้มาจัดได้	8 วิธี
ตำแหน่งที่ 2	เลือกผลไม้มาจัดได้	7 วิธี
ตำแหน่งที่ 3	เลือกผลไม้มาจัดได้	6 วิธี
ตำแหน่งที่ 4	เลือกผลไม้มาจัดได้	5 วิธี
ตำแหน่งที่ 5	เลือกผลไม้มาจัดได้	4 วิธี
ตำแหน่งที่ 6	เลือกผลไม้มาจัดได้	3 วิธี
ตำแหน่งที่ 7	เลือกผลไม้มาจัดได้	2 วิธี
ตำแหน่งที่ 8	เลือกผลไม้มาจัดได้	1 วิธี

จำนวนวิธีจัดผลไม้ 8 ชนิด เรียงเป็นแถวในแนวราบได้

$$8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40,320 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น จะจัดผลไม้ได้ทั้งหมด 40,320 วิธี

ตัวอย่างที่ 3 หนังสือเรียนคณิตศาสตร์มี 2 เล่ม ภาษาไทยมี 2 เล่ม ภาษาอังกฤษมี 4 เล่ม สังคมศึกษามี 3 เล่ม วิทยาศาสตร์มี 1 เล่ม หากจะจัดหนังสือเรียนเหล่านี้บนชั้นที่โต๊ะเขียนหนังสือ โดยหนังสือเรียนในวิชาเดียวกันอยู่ติดกัน จะมีวิธีการเรียงได้กี่วิธี

วิธีทำ มีวิธีการเรียงหนังสือเรียนทั้ง 5 วิชา ได้ 5! วิธี

ในแต่ละวิชา มีวิธีการเรียงได้อีก ดังนี้

คณิตศาสตร์ มีหนังสือเรียน 2 เล่ม เรียงได้ 2! วิธี

ภาษาไทย มีหนังสือเรียน 2 เล่ม เรียงได้ 2! วิธี

ภาษาอังกฤษ มีหนังสือเรียน 4 เล่ม เรียงได้ 4! วิธี

สังคมศึกษา มีหนังสือเรียน 3 เล่ม เรียงได้ 3! วิธี

วิทยาศาสตร์ มีหนังสือเรียน 1 เล่ม เรียงได้ 1! วิธี

จะจัดเรียงหนังสือเรียนทั้งหมดได้

$$5! \times 2! \times 2! \times 4! \times 3!$$

$$= (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) \times (2 \times 1) \times (4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1)$$

$$= 120 \times 2 \times 2 \times 24 \times 6$$

= 69,120 วิธี

ดังนั้น มีวิธีการเรียงได้ 69,120 วิธี

Step 3 : ขั้นปฏิบัติและสรุปความรู้หลังการปฏิบัติ (Applying and Constructing the Knowledge)

6. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน แต่ละกลุ่มร่วมกันสืบค้นข้อมูลเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด แล้วเขียนการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด จากนั้นสลับผลงานกับกลุ่มอื่น เพื่อร่วมกันตรวจสอบและแก้ไขให้ถูกต้อง

7. นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่เข้าใจเป็นความรู้ร่วมกัน ดังนี้

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดเท่ากับ $n!$ วิธี

Step 4 : ขั้นสื่อสารและนำเสนอ (Applying the Communication Skill)

8. นักเรียนออกมานำเสนอผลงานเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด หน้าชั้นเรียน โดยมีนักเรียนและครูร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

9. นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับวิธีการทำงานให้เห็นการคิดเชิงระบบและวิธีการทำงานที่มีแบบแผน

Step 5 : ขั้นประเมินเพื่อเพิ่มคุณค่าบริการสังคมและจิตสาธารณะ (Self-Regulating)

10. นักเรียนนำความรู้ไปช่วยสอนเพื่อน ๆ ที่ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมดให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น

11. นักเรียนประเมินตนเอง โดยเขียนแสดงความรู้สึกหลังการเรียนรู้และหลังการทำกิจกรรม

ในประเด็นต่อไปนี้

- สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ในวันนี้คืออะไร
- นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- เพื่อนนักเรียนในกลุ่มมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- นักเรียนพึงพอใจกับการเรียนในวันนี้หรือไม่ เพียงใด
- นักเรียนจะนำความรู้ที่ได้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเอง ครอบครัว และสังคมทั่วไป

ได้อย่างไร

จากนั้นแลกเปลี่ยนตรวจสอบขั้นตอนการทำงานทุกขั้นตอนว่าจะเพิ่มคุณค่าไปสู่สังคม

เกิดประโยชน์ต่อสังคมให้มากขึ้นกว่าเดิมในขั้นตอนใดบ้าง สำหรับการทำงานในครั้งต่อไป

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ตัวอย่างการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด
3. แหล่งการเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน

9. การวัดและประเมินผล

ประเด็นการประเมิน	เครื่องมือ	เกณฑ์
ความรู้ เรื่อง ความหมายของการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด (K)	แบบทดสอบ	ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
กระบวนการทำงานกลุ่ม (P)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ ด้านใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน (A)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค 31102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2568

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การนับเบื้องต้น

เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง : 1

เวลา 1 ชั่วโมง

วันที่..... เดือน..... พ.ศ. ครูผู้สอน.....

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

2. ตัวชี้วัดชั้นปี

ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่
ในการแก้ปัญหา

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

- อธิบายความหมายของการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง (K)
- แสดงการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง (P)
- มีความกระตือรือร้น สนใจ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน (A)
- ใฝ่เรียนรู้ (A)
- มุ่งมั่นในการทำงาน (A)

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

- ความสามารถในการสื่อสาร
- ความสามารถในการคิด
- การจำแนก การให้เหตุผล การสรุปความรู้ การปฏิบัติ
- ความสามารถในการแก้ปัญหา
- ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

5. สาระสำคัญ

วิธีการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด นำมาจัดทีละ r สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!}$ วิธีเขียนแทนด้วย $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$, $r \leq n$

6. สารการเรียนรู้

การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง

7. กิจกรรมการเรียนรู้

Step 1 : ขั้นสังเกต รวบรวมข้อมูล (Gathering)

1. นักเรียนทบทวนเกี่ยวกับแฟกทอเรียล โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

$n!$ อ่านว่า เอ็นแฟกทอเรียล หมายถึง การคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง n
เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก นั่นคือ $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n - 2) \times (n - 1) \times n$

2. นักเรียนทบทวนเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดเท่ากับ $n!$ วิธี

3. นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้

- นักเรียนสามารถเขียนแสดงการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่งได้อย่างไร

4. นักเรียนศึกษา รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง จากแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย เช่น จากการสังเกต การร่วมสนทนากับเพื่อนในชั้นเรียน จากหนังสือเรียนหรืออินเทอร์เน็ต

Step 2 : ขั้นคิดวิเคราะห์และสรุปความรู้ (Processing) (Gathering)

5. นักเรียนเรียนรู้เกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง ดังนี้

- หากมีเลขโดด 1 และ 2 นำมาเรียงเป็นจำนวนสองหลัก โดยไม่ใช่เลขซ้ำกัน
จะเรียงได้ทั้งหมด $2 \times 1 = 2$ วิธี คือ 12 และ 21
 - หากมีเลขโดด 1, 2 และ 3 นำมาเรียงเป็นจำนวนสองหลัก โดยไม่ใช่เลขซ้ำกัน
จะเรียงได้ทั้งหมด $3 \times 2 = 6$ วิธี คือ 12, 13, 21, 23, 31 และ 32
 - หากมีเลขโดด 1, 2, 3 และ 4 นำมาเรียงเป็นจำนวนสองหลัก โดยไม่ใช่เลขซ้ำกัน
จะเรียงได้ทั้งหมด $4 \times 3 = 12$ วิธี คือ 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42 และ 43
 - หากมีเลขโดด 1, 2, 3, 4 และ 5 นำมาเรียงเป็นจำนวนสองหลัก โดยไม่ใช่เลขซ้ำกัน
จะเรียงได้ทั้งหมด $5 \times 4 = 20$ วิธี
 - หากมีเลขโดด 1, 2, 3 และ 4 นำมาเรียงเป็นจำนวนสามหลัก โดยไม่ใช่เลขซ้ำกัน
จะเรียงได้ทั้งหมด $4 \times 3 \times 2 = 24$ วิธี
 - หากมีเลขโดด 1, 2, 3, 4 และ 5 นำมาเรียงเป็นจำนวนสามหลัก โดยไม่ใช่เลขซ้ำกัน
จะเรียงได้ทั้งหมด $5 \times 4 \times 3 = 60$ วิธี
 - หากมีเลขโดด 1, 2, 3, 4 และ 5 นำมาเรียงเป็นจำนวนสี่หลัก โดยไม่ใช่เลขซ้ำกัน
จะเรียงได้ทั้งหมด $5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ วิธี
- ถ้ามีเลขโดด n ตัว มาเรียงเป็นจำนวน r หลัก จะได้ว่า
- จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่ง ที่แตกต่างกันทั้งหมด โดยการนำมาจัดทีละ r สิ่ง
- เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!}$ วิธี

6. นักเรียนพิจารณาตามตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 ในการตั้งรหัสสำหรับบัตร ATM เดิมจะตั้งได้ 4 ตัว แต่ในปัจจุบันให้ตั้งเป็น 6 ตัว
ถ้าไม่ใช่เลขซ้ำกัน จงหาจำนวนรหัส ATM ทั้งหมดที่เป็นไปได้

วิธีทำ เลขโดดมีทั้งหมด 10 ตัว ในปัจจุบันให้ตั้งรหัส ATM เป็น 6 ตัว

การตั้งรหัส ATM โดยไม่ใช่เลขซ้ำกัน เป็นการนำเลข 6 ตัว มาเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น

$$\begin{aligned} \text{นั่นคือ } P_{10, 6} &= \frac{10!}{(10-6)!} = \frac{10!}{4!} \\ &= 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \\ &= 151,200 \text{ รหัส} \end{aligned}$$

ดังนั้น รหัส ATM ที่เป็นไปได้ทั้งหมด 151,200 รหัส

ตัวอย่างที่ 2 เขียนรายชื่อพนักงาน 15 คน ลงในสลากรายชื่อละ 1 ใบ ใส่ลงในภาชนะ แล้วสุ่มหยิบสลากขึ้นมาทีละหนึ่งใบสองครั้ง เพื่อแจกรางวัลที่หนึ่งและรางวัลที่สอง ตามลำดับ หาจำนวนวิธีที่อาจเกิดขึ้นได้ทั้งหมด

วิธีทำ จำนวนวิธีทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบสลาก 15 ใบ ขึ้นมาทีละ 1 ใบ 2 ครั้ง

$$\begin{aligned}\text{นั่นคือ } P_{15, 2} &= \frac{15!}{(15-2)!} = \frac{15!}{13!} \\ &= 15 \times 14 \\ &= 210 \text{ วิธี}\end{aligned}$$

ดังนั้น วิธีที่อาจเกิดขึ้นได้ มีจำนวนทั้งหมด 210 วิธี

Step 3 : ขั้นปฏิบัติและสรุปความรู้หลังการปฏิบัติ (Applying and Constructing the Knowledge)

7. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน แต่ละกลุ่มร่วมกันสืบค้นข้อมูลเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง แล้วเขียนตัวอย่างการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง จากนั้นสลับผลงานกับกลุ่มอื่น เพื่อร่วมกันตรวจสอบและแก้ไขให้ถูกต้อง

8. นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่เข้าใจเป็นความรู้ร่วมกัน ดังนี้

วิธีการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด นำมาจัดทีละ r สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!}$ วิธีเขียนแทนด้วย $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$, $r \leq n$

Step 4 : ขั้นสื่อสารและนำเสนอ (Applying the Communication Skill)

9. นักเรียนออกมานำเสนอผลงานเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง หน้าชั้นเรียน โดยมีนักเรียนและครูร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

10. นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับวิธีการทำงานให้เห็นการคิดเชิงระบบและวิธีการทำงานที่มีแบบแผน

Step 5 : ขั้นประเมินเพื่อเพิ่มคุณค่าบริการสังคมและจิตสาธารณะ (Self-Regulating)

11. นักเรียนนำความรู้ไปช่วยสอนเพื่อน ๆ ที่ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง ให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น

12. นักเรียนประเมินตนเอง โดยเขียนแสดงความรู้สึกหลังการเรียนรู้และหลังการทำกิจกรรมในประเด็นต่อไปนี้

- สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ในวันนี้คืออะไร
- นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด

- เพื่อนนักเรียนในกลุ่มมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มอย่างน้อยเพียงใด
- นักเรียนพึงพอใจกับการเรียนในวันนี้หรือไม่ เพียงใด
- นักเรียนจะนำความรู้ที่ได้นี้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเอง ครอบครัว และสังคมทั่วไปได้อย่างไร

จากนั้นแลกเปลี่ยนตรวจสอบขั้นตอนการทำงานทุกขั้นตอนว่าจะเพิ่มคุณค่าไปสู่สังคม

เกิดประโยชน์ต่อสังคมให้มากขึ้นกว่าเดิมในขั้นตอนใดบ้าง สำหรับการทำงานในครั้งต่อไป

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ตัวอย่างการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง
3. แหล่งการเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน

9. การวัดและประเมินผล

ประเด็นการประเมิน	เครื่องมือ	เกณฑ์
ความรู้ เรื่อง ความหมายของการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง (K)	แบบทดสอบ	ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
กระบวนการทำงานกลุ่ม (P)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ ด้านใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน (A)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค 31102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2568

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การนับเบื้องต้น

เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง : 2

เวลา 1 ชั่วโมง

วันที่..... เดือน..... พ.ศ. ครูผู้สอน.....

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

2. ตัวชี้วัดชั้นปี

ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่
ในการแก้ปัญหา

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

- อธิบายความหมายของการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง (K)
- แสดงการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง (P)
- มีความกระตือรือร้น สนใจ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน (A)
- ใฝ่เรียนรู้ (A)
- มุ่งมั่นในการทำงาน (A)

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

- ความสามารถในการสื่อสาร
- ความสามารถในการคิด
- การจำแนก การให้เหตุผล การสรุปความรู้ การปฏิบัติ
- ความสามารถในการแก้ปัญหา
- ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

5. สาระสำคัญ

วิธีการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด นำมาจัดทีละ r สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!}$ วิธีเขียนแทนด้วย $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$, $r \leq n$

6. สารการเรียนรู้

การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง

7. กิจกรรมการเรียนรู้

Step 1 : ขั้นสังเกต รวบรวมข้อมูล (Gathering)

1. นักเรียนทบทวนเกี่ยวกับแฟกทอเรียล โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

$n!$ อ่านว่า เอ็นแฟกทอเรียล หมายถึง การคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง n
เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก นั่นคือ $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-2) \times (n-1) \times n$

2. นักเรียนทบทวนเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยการนำมาจัดทีละ r สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!}$ วิธี

3. นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้

- นักเรียนสามารถเขียนแสดงการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกัน

ทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่งได้อย่างไร

4. นักเรียนศึกษา รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง จากแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย เช่น จากการสังเกตการร่วมสนทนากับเพื่อนในชั้นเรียน จากหนังสือเรียนหรืออินเทอร์เน็ต

Step 2 : ขั้นคิดวิเคราะห์และสรุปความรู้ (Processing) (Gathering)

5. นักเรียนพิจารณาตามตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 มีวิธีการจัดคน 3 คน จากคน 10 คน ให้ทำหน้าที่ประธาน รองประธาน และเลขานุการของคณะกรรมการจัดงานปีใหม่ จะจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ จำนวนวิธีทั้งหมดในการจัดคน 3 คน จากคน 10 คน

$$\begin{aligned}\text{นั่นคือ } P_{10,3} &= \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10!}{7!} \\ &= 10 \times 9 \times 8\end{aligned}$$

$$= 720 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น จะจัดได้ทั้งหมด 720 วิธี

ตัวอย่างที่ 2 มีวิธีการจัดคน 3 คน จากคน 5 คน ให้ยืนเก็บตัวที่ประตุนหมายเลข 1 หมายเลข 2 และหมายเลข 3 ตามลำดับ จะจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ จำนวนวิธีทั้งหมดในการจัดคน 3 คน จากคน 5 คน

$$\begin{aligned}\text{นั่นคือ } P_{5,3} &= \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} \\ &= 5 \times 4 \times 3 \\ &= 60 \text{ วิธี}\end{aligned}$$

ดังนั้น จะจัดได้ทั้งหมด 60 วิธี

ตัวอย่างที่ 3 หญิงคนหนึ่งต้องเดินทางไปทำงานที่ต่างจังหวัด 3 วัน และ 2 คืน เธอตั้งใจจะนำเสื้อผ้าไปด้วยอย่างน้อย 3 ชุด แต่กระเป๋าเดินทางใบเล็กของเธอสามารถบรรจุเสื้อผ้าได้ไม่เกิน 5 ชุด

อยากทราบว่า ถ้าเธอมีเสื้อผ้าทั้งหมด 8 ชุด เธอจะมีกี่วิธีในการจัดเก็บเสื้อผ้าลงในกระเป๋าเดินทางใบนี้

วิธีทำ หญิงคนนี้จะนำเสื้อผ้าไปทั้งหมด 3 ชุด 4 ชุด หรือ 5 ชุด ก็ได้

ดังนั้น จำนวนวิธีในการจัดเสื้อผ้า 3 ชุด เท่ากับ $P_{8,3}$

จำนวนวิธีในการจัดเสื้อผ้า 4 ชุด เท่ากับ $P_{8,4}$

จำนวนวิธีในการจัดเสื้อผ้า 5 ชุด เท่ากับ $P_{8,5}$

นั่นคือ จำนวนวิธีในการจัดเสื้อผ้าไปอย่างน้อย 3 ชุด แต่ไม่เกิน 5 ชุด

$$\begin{aligned}&= P_{8,3} + P_{8,4} + P_{8,5} \\ &= \frac{8!}{5!} + \frac{8!}{4!} + \frac{8!}{3!} \\ &= 8,736 \text{ วิธี}\end{aligned}$$

Step 3 : ขั้นปฏิบัติและสรุปความรู้หลังการปฏิบัติ (Applying and Constructing the Knowledge)

6. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน แต่ละกลุ่มร่วมกันสืบค้นข้อมูลเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง แล้วเขียนตัวอย่างการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง จากนั้นสลับผลงานกับกลุ่มอื่น เพื่อร่วมกันตรวจสอบและแก้ไขให้ถูกต้อง

7. นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่เข้าใจเป็นความรู้ร่วมกัน ดังนี้

วิธีการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด นำมาจัดทีละ r สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!}$ วิธีเขียนแทนด้วย $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$, $r \leq n$

Step 4 : ขั้นสื่อสารและนำเสนอ (Applying the Communication Skill)

8. นักเรียนออกมานำเสนอผลงานเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง หน้าชั้นเรียน โดยมีนักเรียนและครูร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
9. นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับวิธีการทำงานให้เห็นการคิดเชิงระบบและวิธีการทำงานที่มีแบบแผน

Step 5 : ขั้นประเมินเพื่อเพิ่มคุณค่าบริการสังคมและจิตสาธารณะ (Self-Regulating)

10. นักเรียนนำความรู้ไปช่วยสอนเพื่อน ๆ ที่ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง ให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น
11. นักเรียนประเมินตนเอง โดยเขียนแสดงความรู้สึกหลังการเรียนรู้และหลังการทำกิจกรรมในประเด็นต่อไปนี้
 - สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ในวันนี้คืออะไร
 - นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
 - เพื่อนนักเรียนในกลุ่มมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
 - นักเรียนพึงพอใจกับการเรียนในวันนี้หรือไม่ เพียงใด
 - นักเรียนจะนำความรู้ที่ได้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเอง ครอบครัว และสังคมทั่วไปได้อย่างไร

จากนั้นแลกเปลี่ยนตรวจสอบขั้นตอนการทำงานทุกขั้นตอนว่าจะเพิ่มคุณค่าไปสู่สังคม เกิดประโยชน์ต่อสังคมให้มากขึ้นกว่าเดิมในขั้นตอนใดบ้าง สำหรับการทำงานในครั้งต่อไป

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ตัวอย่างการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง
3. แหล่งการเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน

9. การวัดและประเมินผล

ประเด็นการประเมิน	เครื่องมือ	เกณฑ์
ความรู้ เรื่อง ความหมายของการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง (K)	แบบทดสอบ	ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
กระบวนการทำงานกลุ่ม (P)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ ด้านใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน (A)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค 31102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2568

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การนับเบื้องต้น

เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม : 1 เวลา 1 ชั่วโมง

วันที่..... เดือน..... พ.ศ. ครูผู้สอน.....

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

2. ตัวชี้วัดชั้นปี

ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่
ในการแก้ปัญหา

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

- อธิบายความหมายของการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม (K)
- แสดงการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม (P)
- มีความกระตือรือร้น สนใจ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน (A)
- ใฝ่เรียนรู้ (A)
- มุ่งมั่นในการทำงาน (A)

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

- ความสามารถในการสื่อสาร
- ความสามารถในการคิด
 - การจำแนก การให้เหตุผล การสรุปความรู้ การปฏิบัติ
- ความสามารถในการแก้ปัญหา
- ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

5. สารสำคัญ

วิธีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม เท่ากับ $(n - 1)!$ วิธี

6. สารการเรียนรู้

การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม

7. กิจกรรมการเรียนรู้

Step 1 : ขั้นสังเกต รวบรวมข้อมูล (Gathering)

1. นักเรียนทบทวนเกี่ยวกับแฟกทอเรียล โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

$n!$ อ่านว่า เอ็นแฟกทอเรียล หมายถึง การคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง n
เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก นั่นคือ $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n - 2) \times (n - 1) \times n$

2. นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้

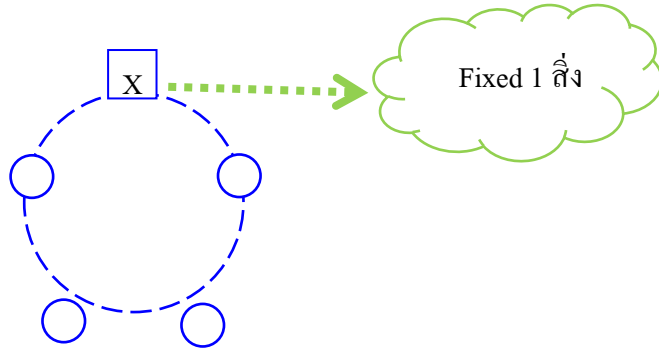
- นักเรียนสามารถเขียนแสดงการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลมได้อย่างไร

3. นักเรียนศึกษา รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม จากแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย เช่น จากการสังเกต การร่วมสนทนากับเพื่อน
ในชั้นเรียน จากหนังสือเรียนหรืออินเทอร์เน็ต

Step 2 : ขั้นตอนวิเคราะห์และสรุปความรู้ (Processing) (Gathering)

4. นักเรียนเรียนรู้เกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม ดังนี้

การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของเชิงวงกลม จะเห็นว่าเป็นการเรียงสับเปลี่ยนที่ไม่มีจุดอ้างอิง (หมุนได้) ดังนั้น เทคนิคการคิดจำนวนวิธีการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของวงเป็นวงกลม อาจให้สิ่งของชิ้นใดชิ้นหนึ่งอยู่กับที่ (ถูก Fix ไว้) เพื่อเป็นจุดอ้างอิง ที่เหลือให้คิดเป็นการเรียงสับเปลี่ยนแบบมีจุดอ้างอิง (เหมือนแนวเส้นตรง) ดังแผนภาพ



$n - 1$ สิ่ง คิดแบบแนวเส้นตรง

ดังนั้น จำนวนวิธีการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของเท่ากับ $(n - 1)$ วิธี

5. นักเรียนพิจารณาตามตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จะจัดให้ชาย 4 คน และหญิง 4 คน ยืนสลับกันเป็นวงกลมได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ ให้ชายคนหนึ่งอยู่คงที่

ดังนั้น ชายที่เหลือสลับกันได้ $= 3!$

หญิงสับเปลี่ยนอย่างอิสระได้ $= 4!$

$$\begin{aligned}\text{จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนทั้งหมด} &= 3! \times 4! \\ &= 6 \times 24 \\ &= 144 \text{ วิธี}\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 มีนักเรียนชาย 6 คน และนักเรียนหญิง 6 คน ต้องการจัดคนทั้งหมดให้นั่งรอบโต๊ะกลม ซึ่งมี 12 ที่นั่ง โดยที่นักเรียนชายและนักเรียนหญิงต้องนั่งสลับกันจะมีวิธีจัดทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ ให้ชายคนหนึ่งอยู่คงที่

ดังนั้น จัดชายลงไปนั่งก่อน จำนวนวิธีทั้งหมด $(6 - 1)! = 5!$ วิธี

จัดหญิงไปนั่งแทรกระหว่างชาย จำนวนวิธีทั้งหมด $6!$ วิธี

จะได้ว่า จำนวนวิธีในการจัดทั้งหมดใช้กฎการคูณ คือ $5! \cdot 6! = 86,400$ วิธี

Step 3 : ขั้นปฏิบัติและสรุปความรู้หลังการปฏิบัติ (Applying and Constructing the Knowledge)

6. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน แต่ละกลุ่มร่วมกันสืบค้นข้อมูลเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม แล้วเขียนตัวอย่างการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม จากนั้นสลับผลงานกับกลุ่มอื่น เพื่อร่วมกันตรวจสอบและแก้ไขให้ถูกต้อง

7. นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่เข้าใจเป็นความรู้ร่วมกัน ดังนี้

วิธีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม เท่ากับ $(n - 1)!$ วิธี

Step 4 : ขั้นสื่อสารและนำเสนอ (Applying the Communication Skill)

8. นักเรียนออกมานำเสนอผลงานเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลมหน้าชั้นเรียน โดยมีนักเรียนและครูร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

9. นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับวิธีการทำงานให้เห็นการคิดเชิงระบบและวิธีการทำงานที่มีแบบแผน

Step 5 : ขั้นประเมินเพื่อเพิ่มคุณค่าบริการสังคมและจิตสาธารณะ (Self-Regulating)

10. นักเรียนนำความรู้ไปช่วยสอนเพื่อน ๆ ที่ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลมให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น

11. นักเรียนประเมินตนเอง โดยเขียนแสดงความรู้สึกหลังการเรียนรู้และหลังการทำกิจกรรมในประเด็นต่อไปนี้

- สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ในวันนี้คืออะไร
- นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- เพื่อนนักเรียนในกลุ่มมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- นักเรียนพึงพอใจกับการเรียนในวันนี้หรือไม่ เพียงใด
- นักเรียนจะนำความรู้ที่ได้นี้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเอง ครอบครัว และสังคมทั่วไปได้อย่างไร

จากนั้นแลกเปลี่ยนตรวจสอบขั้นตอนการทำงานทุกขั้นตอนว่าจะเพิ่มคุณค่าไปสู่สังคม เกิดประโยชน์ต่อสังคมให้มากขึ้นกว่าเดิมในขั้นตอนใดบ้าง สำหรับการทำงานในครั้งต่อไป

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ตัวอย่างการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม
3. แหล่งการเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน

9. การวัดและประเมินผล

ประเด็นการประเมิน	เครื่องมือ	เกณฑ์
ความรู้ เรื่อง ความหมายของการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม (K)	แบบทดสอบ	ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
กระบวนการทำงานกลุ่ม (P)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ ด้านใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน (A)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค 31102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2568

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การนับเบื้องต้น

เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม : 2 เวลา 1 ชั่วโมง

วันที่..... เดือน..... พ.ศ. ครูผู้สอน.....

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

2. ตัวชี้วัดชั้นปี

ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่
ในการแก้ปัญหา

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

- อธิบายความหมายของการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม (K)
- แสดงการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม (P)
- มีความกระตือรือร้น สนใจ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน (A)
- ใฝ่เรียนรู้ (A)
- มุ่งมั่นในการทำงาน (A)

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

- ความสามารถในการสื่อสาร
- ความสามารถในการคิด
 - การจำแนก การให้เหตุผล การสรุปความรู้ การปฏิบัติ
- ความสามารถในการแก้ปัญหา
- ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

5. สารสำคัญ

วิธีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม เท่ากับ $(n - 1)!$ วิธี

6. สารการเรียนรู้

การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม

7. กิจกรรมการเรียนรู้

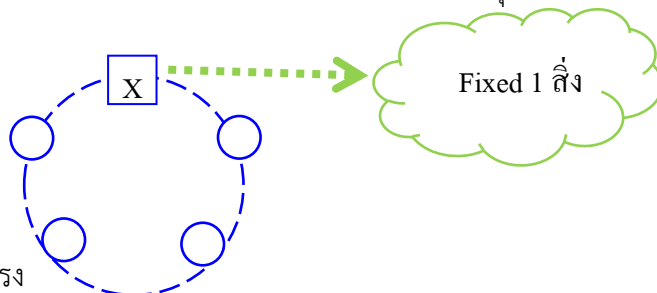
Step 1 : ขั้นสังเกต รวบรวมข้อมูล (Gathering)

1. นักเรียนทบทวนเกี่ยวกับแฟกทอเรียล โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

$n!$ อ่านว่า เอ็นแฟกทอเรียล หมายถึง การคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง n
เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก นั่นคือ $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n - 2) \times (n - 1) \times n$

2. นักเรียนทบทวนเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม ดังนี้

การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของเชิงวงกลม จะเห็นว่าเป็นการเรียงสับเปลี่ยนที่ไม่มีจุดอ้างอิง (หมุนได้) ดังนั้น เทคนิคการคิดจำนวนวิธีการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของวงเป็นวงกลม อาจให้สิ่งของชิ้นใดชิ้นหนึ่งอยู่กับที่ (ถูก Fix ไว้) เพื่อเป็นจุดอ้างอิง ที่เหลือให้คิดเป็นการเรียงสับเปลี่ยนแบบมีจุดอ้างอิง (เหมือนแนวเส้นตรง) ดังแผนภาพ



ดังนั้น จำนวนวิธีการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของเท่ากับ $(n - 1)!$ วิธี

3. นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้

- นักเรียนสามารถเขียนแสดงการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลมได้อย่างไร

4. นักเรียนศึกษา รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม จากแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย เช่น จากการสังเกต การร่วมสนทนากับเพื่อน ในชั้นเรียน จากหนังสือเรียนหรืออินเทอร์เน็ต

Step 2 : ขั้นตอนวิเคราะห์และสรุปความรู้ (Processing) (Gathering)

5. นักเรียนพิจารณาตามตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 มีผู้ชาย 4 คน และผู้หญิง 4 คน ต้องการจัดคนทั้งหมดนั่งเป็นวงกลม จะนั่งได้ต่าง ๆ กันกี่วิธี
เมื่อ 1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

2) มีผู้ชาย 2 คน ต้องการนั่งติดกันเสมอ

3) ผู้ชายและผู้หญิงนั่งสลับที่กันทีละคน

วิธีทำ 1) ผู้ชาย 4 คน และผู้หญิง 4 คน รวม 8 คน นั่งเป็นวงกลมได้ $(8 - 1) = 7!$ วิธี

2) สมมติให้ ผู้ชาย 2 คน คือ ก และ ข

ก และ ข ต้องการนั่งติดกันเสมอ

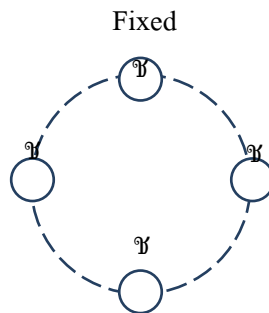
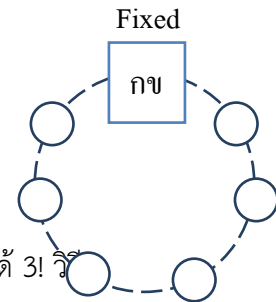
แนวคิด คือ มัดไว้ด้วยกัน และอาจกำหนดเป็นจุดอ้างอิง (Fix ไว้)

ขั้นตอนที่ 1 จัดเรียง 6 คน แบบแนวเส้นตรง ทำได้ $6!$ วิธี

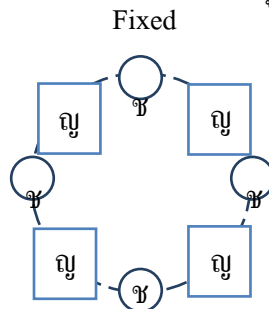
ขั้นตอนที่ 2 สลับ ก กับ ข ทำได้ $2!$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดเท่ากับ $6! \times 2! = 1,440$ วิธี

3) ขั้นตอนที่ 1 นำผู้ชาย 4 คน จัดเรียงสับเปลี่ยนเป็นวงกลมก่อน ทำได้ $3!$ วิธี



ขั้นตอนที่ 2 นำผู้หญิง 4 คน นั่งแทรกระหว่างผู้ชายทั้ง 4 คน ทำได้ $4!$ วิธี



ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดเท่ากับ $3! \times 4! = 144$ วิธี

ตัวอย่างที่ 2 มีผู้ชาย 5 คน และผู้หญิง 3 คน ในจำนวนนี้มีสามี-ภรรยา 1 คู่รวมอยู่ด้วย
ต้องการจัดคนทั้งหมดนั่งรอบโต๊ะกลม จะจัดได้กี่วิธี

เมื่อ 1) สามี-ภรรยานั่งตรงข้ามกัน

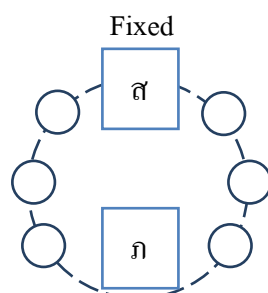
2) ไม่มีผู้หญิงสองคนใดนั่งติดกัน

วิธีทำ 1) ขั้นตอนที่ 1 นำสามี (ส) นั่งที่ใดก็ได้ 1 ที่ เพื่อเป็นจุดอ้างอิง

และนำภรรยา (ภ) ของเขานั่งตรงข้าม ทำได้ 1 วิธี

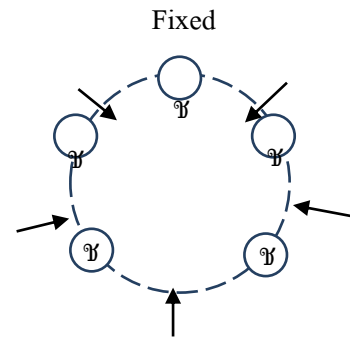
ขั้นตอนที่ 2 นำคนที่เหลือ 6 คน (ผู้ชาย 4 คน กับ ผู้หญิง 4 คน)

นั่งใน 6 ที่ที่เหลือ คิดแบบแนวเส้นตรง ทำได้ $6!$ วิธี



ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดเท่ากับ $1 \times 6! = 6!$ วิธี

- 2) ขั้นตอนที่ 1 นำผู้ชาย 5 คน นั่งเป็นวงกลมก่อน
ทำได้ $(5 - 1)! = 4!$ วิธี
ขั้นตอนที่ 2 นำผู้หญิง 3 คน เลือกนั่งแทรกระหว่างผู้ชาย
ใน 5 ที่ที่มีอยู่ทำได้ $P_{5,3}$ วิธี
ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดเท่ากับ $4! \times P_{5,3} = 1,440$ วิธี



Step 3 : ขั้นปฏิบัติและสรุปความรู้หลังการปฏิบัติ (Applying and Constructing the Knowledge)

6. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน แต่ละกลุ่มร่วมกันสืบค้นข้อมูลเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม แล้วเขียนตัวอย่างการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม จากนั้นสลับผลงานกับกลุ่มอื่น เพื่อร่วมกันตรวจสอบและแก้ไขให้ถูกต้อง

7. นักเรียนทำใบงานที่ 12 เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม จากนั้นสลับผลงานกับเพื่อน เพื่อร่วมกันตรวจสอบและแก้ไขให้ถูกต้อง

8. นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่เข้าใจเป็นความรู้ร่วมกัน ดังนี้

วิธีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม
เท่ากับ $(n - 1)!$ วิธี

Step 4 : ขั้นสื่อสารและนำเสนอ (Applying the Communication Skill)

9. นักเรียนออกมานำเสนอผลงานเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลมหน้าชั้นเรียน โดยมีนักเรียนและครูร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

10. นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับวิธีการทำงานให้เห็นการคิดเชิงระบบและวิธีการทำงานที่มีแบบแผน

Step 5 : ขั้นประเมินเพื่อเพิ่มคุณค่าบริการสังคมและจิตสาธารณะ (Self-Regulating)

11. นักเรียนนำความรู้ไปช่วยสอนเพื่อน ๆ ที่ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลมให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น

12. นักเรียนประเมินตนเอง โดยเขียนแสดงความรู้สึกหลังการเรียนรู้และหลังการทำกิจกรรมในประเด็นต่อไปนี้

- สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ในวันนี้คืออะไร
- นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- เพื่อนนักเรียนในกลุ่มมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- นักเรียนพึงพอใจกับการเรียนในวันนี้หรือไม่ เพียงใด
- นักเรียนจะนำความรู้ที่ได้นี้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเอง ครอบครัว และสังคมทั่วไปได้อย่างไร

จากนั้นแลกเปลี่ยนตรวจสอบขั้นตอนการทำงานทุกขั้นตอนว่าจะเพิ่มคุณค่าไปสู่สังคมเกิดประโยชน์ต่อสังคมให้มากขึ้นกว่าเดิมในขั้นตอนใดบ้าง สำหรับการทำงานในครั้งต่อไป

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ตัวอย่างการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม
3. แหล่งการเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน

9. การวัดและประเมินผล

ประเด็นการประเมิน	เครื่องมือ	เกณฑ์
ความรู้ เรื่อง ความหมายของการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม (K)	แบบทดสอบ	ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
กระบวนการทำงานกลุ่ม (P)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป
ใบงาน เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม (P)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ ด้านใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน (A)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค 31102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2568

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การนับเบื้องต้น

เรื่อง การจัดหมู่ : 1

เวลา 1 ชั่วโมง

วันที่..... เดือน..... พ.ศ. ครูผู้สอน.....

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

2. ตัวชี้วัดชั้นปี

ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่
ในการแก้ปัญหา

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายความหมายของการจัดหมู่ (K)
2. แสดงการจัดหมู่ (P)
3. มีความกระตือรือร้น สนใจ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน (A)
4. ใฝ่เรียนรู้ (A)
5. มุ่งมั่นในการทำงาน (A)

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
 - การจำแนก การให้เหตุผล การสรุปความรู้ การปฏิบัติ
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา
4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

5. สารสำคัญ

การจัดหมู่ (Combination) เป็นการนำสิ่งของที่มีความแตกต่างกันทั้งหมดหรือเพียงบางส่วนมาโดยไม่ถือตำแหน่งหรือลำดับก่อนหลังเป็นสำคัญ และในการเลือกสิ่งของ 1 ชุด เป็นการจัด 1 วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีการจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยจัดทีละ r สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!r!}$ วิธี เขียนแทนด้วย $C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

6. สารการเรียนรู้

การจัดหมู่ (Combination)

7. กิจกรรมการเรียนรู้

Step 1 : ขั้นสังเกต รวบรวมข้อมูล (Gathering)

1. นักเรียนทบทวนการเรียงสับเปลี่ยน โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

วิธีการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด นำมาจัดทีละ r สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!}$ วิธี เขียนแทนด้วย $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$, $r \leq n$

2. นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้

- นักเรียนสามารถเขียนแสดงการจัดหมู่ได้อย่างไร

3. นักเรียนศึกษา รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับการจัดหมู่ จากแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย เช่น

จากการสังเกต การร่วมสนทนากับเพื่อนในชั้นเรียน จากหนังสือเรียนหรืออินเทอร์เน็ต

Step 2 : ขั้นคิดวิเคราะห์และสรุปความรู้ (Processing) (Gathering)

4. นักเรียนเรียนรู้เกี่ยวกับการจัดหมู่ ดังนี้

ในกรณีทั่วไป จำนวนวิธีในการเลือกสิ่งของ r สิ่ง จากสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n สิ่ง จะเท่ากับ $\frac{P_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$ วิธี

ให้ $C_{n,r}$ คือ จำนวนวิธีในการเลือกสิ่งของ r สิ่ง จากสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง

ซึ่งคือ จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยเลือกคราวละ r สิ่ง ได้ข้อสรุป ดังนี้

5. นักเรียนพิจารณาตามตัวอย่างต่อไปนี้
จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยเลือกคราวละ r สิ่ง คือ

ตัวอย่างที่ 1 หาค่าต่อไปนี้

$$C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad \text{วิธี}$$

$$\frac{n!}{(n-r)!r!} = \frac{P_{n,r}}{r!}$$

$$1) C_{7,3} \quad 2) C_{6,2} \quad 3) C_{8,6}$$

วิธีทำ

$$1) C_{7,3} = \frac{7!}{(7-3)! 3!} = \frac{7!}{4! 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! 3 \times 2 \times 1} = 7 \times 5 = 35$$

$$2) C_{6,2} = \frac{6!}{(6-2)! 2!} = \frac{6!}{4! 2!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! 2 \times 1} = 3 \times 5 = 15$$

$$3) C_{8,6} = \frac{8!}{(8-6)! 6!} = \frac{8!}{2! 6!} = \frac{8 \times 7 \times 6!}{2 \times 1 \times 6!} = 4 \times 7 = 28$$

ตัวอย่างที่ 2 หาค่า n จากสมการต่อไปนี้

$$1) C_{n,n-2} = 10 \quad 2) C_{n,8} = C_{30,22} \quad 3) C_{n,10} = C_{n,15}$$

วิธีทำ

$$1) C_{n,n-2} = 10$$

$$\text{จะได้ } \frac{n!}{(n-2)! 2!} = 10$$

$$\therefore n = 5$$

$$2) C_{n,8} = C_{30,22}$$

$$\text{จะได้ } \frac{n!}{(n-8)! 8!} = \frac{30!}{22! 8!}$$

$$\therefore n = 30$$

$$3) C_{n,10} = C_{n,15}$$

$$\text{จะได้ } \frac{n!}{(n-10)! 10!} = \frac{n!}{(n-15)! 15!}$$

$$\frac{(n-10)!}{(n-15)!} = \frac{15!}{10!}$$

$$\therefore n = 25$$

ตัวอย่างที่ 3 เนื่องจาก $C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)! r!}$

$$= \frac{n!}{r! (n-r)!}$$

$$= \frac{n!}{\{n - (n-r)\}! (n-r)!}$$

$$= C_{n, n-r}$$

$$\text{ดังนั้น } C_{n, r} = C_{n, n-r}$$

นั่นคือ จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยเลือกคราวละ r สิ่ง จะเท่ากับจำนวนวิธีการจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยเลือกคราวละ $n-r$ สิ่ง

Step 3 : ขั้นปฏิบัติและสรุปความรู้หลังการปฏิบัติ (Applying and Constructing the Knowledge)

6. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน แต่ละกลุ่มร่วมกันสืบค้นข้อมูลเกี่ยวกับการจัดหมู่ แล้วเขียนตัวอย่างการจัดหมู่ จากนั้นสลับผลงานกับกลุ่มอื่น เพื่อร่วมกันตรวจสอบและแก้ไขให้ถูกต้อง

7. นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่เข้าใจเป็นความรู้ร่วมกัน ดังนี้

การจัดหมู่ (Combination) เป็นการนำสิ่งของที่มีความแตกต่างกันทั้งหมดหรือเพียงบางส่วนมาโดยไม่ถือตำแหน่งหรือลำดับก่อนหลังเป็นสำคัญ และในการเลือกสิ่งของ 1 ชุด เป็นการจัด 1 วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีการจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยจัดทีละ r สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!r!}$ วิธี เขียนแทนด้วย $C_{n, r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

$$(n-r)!r!$$

Step 4 : ขั้นสื่อสารและนำเสนอ (Applying the Communication Skill)

8. นักเรียนออกมานำเสนอผลงานเกี่ยวกับการจัดหมู่หน้าชั้นเรียน โดยมีนักเรียนและครูร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

9. นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับวิธีการทำงานให้เห็นการคิดเชิงระบบและวิธีการทำงานที่มีแบบแผน

Step 5 : ขั้นประเมินเพื่อเพิ่มคุณค่าบริการสังคมและจิตสาธารณะ (Self-Regulating)

10. นักเรียนนำความรู้ไปช่วยสอนเพื่อน ๆ ที่ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับการจัดหมู่ให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น

11. นักเรียนประเมินตนเอง โดยเขียนแสดงความรู้สึกลังการเรียนและหลังการทำกิจกรรม

ในประเด็นต่อไปนี้

- สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ในวันนี้คืออะไร
- นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- เพื่อนนักเรียนในกลุ่มมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- นักเรียนพึงพอใจกับการเรียนในวันนี้หรือไม่ เพียงใด
- นักเรียนจะนำความรู้ที่ได้นี้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเอง ครอบครัว และสังคมทั่วไปได้อย่างไร

จากนั้นแลกเปลี่ยนตรวจสอบขั้นตอนการทำงานทุกขั้นตอนว่าจะเพิ่มคุณค่าไปสู่สังคม

เกิดประโยชน์ต่อสังคมให้มากขึ้นกว่าเดิมในขั้นตอนใดบ้าง สำหรับการทำงานในครั้งต่อไป

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ตัวอย่างการจัดหมู่
3. แหล่งการเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน

9. การวัดและประเมินผล

ประเด็นการประเมิน	เครื่องมือ	เกณฑ์
ความรู้ เรื่อง ความหมายของการจัดหมู่ (K)	แบบทดสอบ	ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
กระบวนการทำงานกลุ่ม (P)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ ด้านใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน (A)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 15

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค 31102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2568

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การนับเบื้องต้น

เรื่อง การจัดหมู่ : 2

เวลา 1 ชั่วโมง

วันที่..... เดือน..... พ.ศ. ครูผู้สอน.....

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

2. ตัวชี้วัดชั้นปี

ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่
ในการแก้ปัญหา

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายความหมายของการจัดหมู่ (K)
2. แสดงการจัดหมู่ (P)
3. มีความกระตือรือร้น สนใจ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน (A)
4. ใฝ่เรียนรู้ (A)
5. มุ่งมั่นในการทำงาน (A)

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
 - การจำแนก การให้เหตุผล การสรุปความรู้ การปฏิบัติ
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา
4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

5. สารสำคัญ

การจัดหมู่ (Combination) เป็นการนำสิ่งของที่มีความแตกต่างกันทั้งหมดหรือเพียงบางส่วนมาโดยไม่ถือตำแหน่งหรือลำดับก่อนหลังเป็นสำคัญ และในการเลือกสิ่งของ 1 ชุด เป็นการจัด 1 วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีการจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยจัดทีละ r สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!r!}$ วิธี เขียนแทนด้วย $C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

6. สารการเรียนรู้

การจัดหมู่ (Combination)

7. กิจกรรมการเรียนรู้

Step 1 : ขั้นสังเกต รวบรวมข้อมูล (Gathering)

1. นักเรียนทบทวนการจัดหมู่ โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

ในกรณีทั่วไป จำนวนวิธีในการเลือกสิ่งของ r สิ่ง จากสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n สิ่ง จะเท่ากับ
$$\frac{P_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad \text{วิธี}$$

ให้ $C_{n,r}$ คือ จำนวนวิธีในการเลือกสิ่งของ r สิ่ง จากสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง ซึ่งคือ จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยเลือกคราวละ r สิ่ง ได้ข้อสรุป ดังนี้ จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยเลือกคราวละ r สิ่ง คือ

$$C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad \text{วิธี}$$

จะสังเกตได้ว่า
$$C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} = \frac{P_{n,r}}{r!}$$

2. นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้

- นักเรียนสามารถเขียนแสดงการจัดหมู่ได้อย่างไร

3. นักเรียนศึกษา รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับการจัดหมู่ จากแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย เช่น

จากการสังเกต การร่วมสนทนากับเพื่อนในชั้นเรียน จากหนังสือเรียนหรืออินเทอร์เน็ต

Step 2 : ขั้นตอนคิดวิเคราะห์และสรุปความรู้ (Processing) (Gathering)

4. นักเรียนพิจารณาตามตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 หาค่า n จากสมการต่อไปนี้

$$P_{n,4} = 4C_{n,5}$$

วิธีทำ จะได้ $\frac{n!}{(n-4)!} = 4 \times \frac{n!}{(n-5)! 5!}$

$$5! = 4 \times \frac{(n-4)!}{(n-5)!}$$

$$5! = 4 \times (n-4)$$

$$(n-4) = 30$$

$$\therefore n = 34$$

ตัวอย่างที่ 2 $P_{n,r} = 1,680$ และ $C_{n,r} = 70$ หาค่า n และ r

วิธีทำ จาก $P_{n,r} = 1,680$

จะได้ $\frac{n!}{(n-r)!} = 1,680$ สมการที่ 1

และจาก $C_{n,r} = 70$

จะได้ $\frac{n!}{(n-r)! r!} = 70$

$$\frac{n!}{(n-r)!} = 70 r! \text{ สมการที่ 2}$$

ดังนั้น แก่สมการที่ 1 และ 2 จะได้ว่า

$$70 r! = 1,680$$

$$r! = \frac{1,680}{70}$$

$$r! = 4!$$

$$\therefore r = 4$$

หา n จากสมการที่ 1 โดยการแทนค่า r ในสมการที่ 1

$$\frac{n!}{(n-4)!} = 1,680$$

$$n(n-1)(n-2)(n-3) = 1,680$$

$$8 \times 7 \times 6 \times 5 = 1,680$$

$$\therefore n = 8$$

ตัวอย่างที่ 3 แสดงว่า $C_{n+1,r} + C_{n+1,r-1} = C_{n+2,r}$

วิธีทำ $C_{n+1,r} + C_{n+1,r-1} = \frac{(n+1)!}{(n+1-r)! r!} + \frac{(n+1)!}{(n-r+2)! (r-1)!}$

$$= \frac{[(n+1)!] [n-r+2]}{(n-r+2)! r!} + \frac{(n+1)! r!}{(n-r+2)! r!}$$

$$= \frac{(n+1)! (n-r+2-r)}{(n-r+2)! r!}$$

$$= \frac{(n+2)!}{(n-r+2)! r!}$$

ซึ่ง $C_{n+2, r} = \frac{(n+2)!}{(n-r+2)! r!}$

ดังนั้น $C_{n+1, r} + C_{n+1, r-1} = C_{n+2, r}$

Step 3 : ขั้นปฏิบัติและสรุปความรู้หลังการปฏิบัติ (Applying and Constructing the Knowledge)

5. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน แต่ละกลุ่มร่วมกันสืบค้นข้อมูลเกี่ยวกับการจัดหมู่ แล้วเขียนตัวอย่างการจัดหมู่ จากนั้นสลับผลงานกับกลุ่มอื่น เพื่อร่วมกันตรวจสอบและแก้ไขให้ถูกต้อง

6. นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่เข้าใจเป็นความรู้ร่วมกัน ดังนี้

การจัดหมู่ (Combination) เป็นการนำสิ่งของที่มีความแตกต่างกันทั้งหมดหรือเพียงบางส่วนมาโดยไม่ถือตำแหน่งหรือลำดับก่อนหลังเป็นสำคัญ และในการเลือกสิ่งของ 1 ชุด เป็นการจัด 1 วิธี ดังนั้น

จำนวนวิธีการจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยจัดทีละ r สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!r!}$ วิธี เขียนแทนด้วย $C_{n, r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

Step 4 : ขั้นสื่อสารและนำเสนอ (Applying the Communication Skill)

7. นักเรียนออกมานำเสนอผลงานเกี่ยวกับการจัดหมู่หน้าชั้นเรียน โดยมีนักเรียนและครูร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

8. นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับวิธีการทำงานให้เห็นการคิดเชิงระบบและวิธีการทำงานที่มีแบบแผน

Step 5 : ขั้นประเมินเพื่อเพิ่มคุณค่าบริการสังคมและจิตสาธารณะ (Self-Regulating)

9. นักเรียนนำความรู้ไปช่วยสอนเพื่อน ๆ ที่ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับการจัดหมู่ให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น

10. นักเรียนประเมินตนเอง โดยเขียนแสดงความรู้สึกละหลังการเรียนและหลังการทำกิจกรรมในประเด็นต่อไปนี้

- สิ่งทีนักเรียนได้เรียนรู้ในวันนี้คืออะไร
- นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด

- เพื่อนักเรียนในกลุ่มมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมาน้อยเพียงใด
- นักเรียนพึงพอใจกับการเรียนในวันนี้หรือไม่ เพียงใด
- นักเรียนจะนำความรู้ที่ได้นี้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเอง ครอบครัว และสังคมทั่วไป

ได้อย่างไร

จากนั้นแลกเปลี่ยนตรวจสอบขั้นตอนการทำงานทุกขั้นตอนว่าจะเพิ่มคุณค่าไปสู่สังคม
เกิดประโยชน์ต่อสังคมให้มากขึ้นกว่าเดิมในขั้นตอนใดบ้าง สำหรับการทำงานในครั้งต่อไป

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ตัวอย่างการจัดหมู่
3. แหล่งการเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน

9. การวัดและประเมินผล

ประเด็นการประเมิน	เครื่องมือ	เกณฑ์
ความรู้ เรื่อง ความหมายของการจัดหมู่ (K)	แบบทดสอบ	ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
กระบวนการทำงานกลุ่ม (P)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ ด้านใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน (A)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 16

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค 31102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2568

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การนับเบื้องต้น

เรื่อง การจัดหมู่ : 3

เวลา 1 ชั่วโมง

วันที่..... เดือน..... พ.ศ. ครูผู้สอน.....

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

2. ตัวชี้วัดชั้นปี

ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่
ในการแก้ปัญหา

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายความหมายของการจัดหมู่ (K)
2. แสดงการจัดหมู่ (P)
3. มีความกระตือรือร้น สนใจ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน (A)
4. ใฝ่เรียนรู้ (A)
5. มุ่งมั่นในการทำงาน (A)

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
 - การจำแนก การให้เหตุผล การสรุปความรู้ การปฏิบัติ
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา
4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

5. สารสำคัญ

การจัดหมู่ (Combination) เป็นการนำสิ่งของที่มีความแตกต่างกันทั้งหมดหรือเพียงบางส่วนมาโดยไม่ถือตำแหน่งหรือลำดับก่อนหลังเป็นสำคัญ และในการเลือกสิ่งของ 1 ชุด เป็นการจัด 1 วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีการจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยจัดทีละ r สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!r!}$ วิธี เขียนแทนด้วย $C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

6. สารการเรียนรู้

การจัดหมู่ (Combination)

7. กิจกรรมการเรียนรู้

Step 1 : ขั้นสังเกต รวบรวมข้อมูล (Gathering)

1. นักเรียนทบทวนการจัดหมู่ โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

ในกรณีทั่วไป จำนวนวิธีในการเลือกสิ่งของ r สิ่ง จากสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n สิ่ง จะเท่ากับ $\frac{P_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$ วิธี

ให้ $C_{n,r}$ คือ จำนวนวิธีในการเลือกสิ่งของ r สิ่ง จากสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง ซึ่งคือ จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยเลือกคราวละ r สิ่ง ได้ข้อสรุป ดังนี้
จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยเลือกคราวละ r สิ่ง คือ

$$C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad \text{วิธี}$$

$$\text{จะสังเกตได้ว่า } C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} = \frac{P_{n,r}}{r!}$$

2. นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้

- นักเรียนสามารถเขียนแสดงการจัดหมู่ได้อย่างไร

3. นักเรียนศึกษา รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับการจัดหมู่ จากแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย เช่น จากการสังเกต การร่วมสนทนากับเพื่อนในชั้นเรียน จากหนังสือเรียนหรืออินเทอร์เน็ต

Step 2 : ขั้นตอนคิดวิเคราะห์และสรุปความรู้ (Processing) (Gathering)

4. นักเรียนพิจารณาตามตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 ในการแข่งขันเปิดตองการกุศลของข้าราชการ มีผู้สมัครเข้าแข่งขัน 12 คน ซึ่งการแข่งขันเป็นแบบประเภเดียว โดยจัดการแข่งขันแบบพบกันหมด จะต้องจัดการแข่งขันในรอบแรกทั้งหมดกี่ครั้ง

วิธีทำ เนื่องจากการแข่งขันเปิดตองแต่ละครั้ง จะต้องเลือกผู้เข้าแข่งขัน 2 คน จากทั้งหมด 12 คน ในการแข่งขันรอบแรก ดังนั้น จะต้องจัดการแข่งขันทั้งหมด

$$\begin{aligned}C_{12, 2} &= \frac{12}{(12 - 2)! 2!} \\&= \frac{12!}{10!2!} \\&= \frac{12 \times 11 \times 10!}{10!2!} \\&= \frac{12 \times 11}{2 \times 1} \\&= 6 \times 11 \\&= 66 \text{ ครั้ง}\end{aligned}$$

ดังนั้น จะต้องจัดการแข่งขันทั้งหมด 66 ครั้ง

ตัวอย่างที่ 2 หาจำนวนวิธีทั้งหมดที่จะจับสลาก 5 ชิ้น จากสลากทั้งหมด 10 ชิ้น

วิธีทำ จำนวนวิธีทั้งหมดที่จะจับสลาก 5 ชิ้น จากสลากทั้งหมด 10 ชิ้น มี $C_{10, 5}$ วิธี

$$\begin{aligned}C_{10, 5} &= \frac{10!}{(10 - 5)! 5!} \\&= \frac{10!}{5!5!} \\&= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5!5!} \\&= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \\&= 252 \text{ วิธี}\end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดที่จะจับสลาก 5 ชิ้น จากสลากทั้งหมด 10 ชิ้น เท่ากับ 252 วิธี

ตัวอย่างที่ 3 ก้อยมีดินสอที่มีสีต่างกัน 12 แท่ง หากจำนวนวิธีทั้งหมดที่ก้อยจะหยิบดินสอสีที่มีสีต่างกัน 8 แท่ง

วิธีทำ จำนวนวิธีทั้งหมดที่ก้อยจะหยิบดินสอสีที่มีสีต่างกัน 8 แท่ง จากดินสอที่มีสีต่างกัน 12 แท่ง มี $C_{12, 8}$ วิธี

$$\begin{aligned}C_{12, 8} &= \frac{12!}{(12 - 8)! 8!} \\&= \frac{12!}{4!8!} \\&= \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8!}{4!8!} \\&= \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \\&= 495 \text{ วิธี}\end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดที่ก้อยจะหยิบดินสอสีที่มีสีต่างกัน 8 แท่ง จากดินสอที่มีสีต่างกัน 12 แท่ง มี 495 วิธี

Step 3 : ขั้นปฏิบัติและสรุปความรู้หลังการปฏิบัติ (Applying and Constructing the Knowledge)

5. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน แต่ละกลุ่มร่วมกันสืบค้นข้อมูลเกี่ยวกับการจัดหมู่ แล้วเขียนตัวอย่างการจัดหมู่ จากนั้นสลับผลงานกับกลุ่มอื่น เพื่อร่วมกันตรวจสอบและแก้ไขให้ถูกต้อง

6. นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่เข้าใจเป็นความรู้ร่วมกัน ดังนี้

การจัดหมู่ (Combination) เป็นการนำสิ่งของที่มีความแตกต่างกันทั้งหมดหรือเพียงบางส่วนมา โดยไม่ถือตำแหน่งหรือลำดับก่อนหลังเป็นสำคัญ และในการเลือกสิ่งของ 1 ชุด เป็นการจัด 1 วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีการจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยจัดทีละ r สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!r!}$ วิธี เขียนแทนด้วย $C_{n, r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

Step 4 : ขั้นสื่อสารและนำเสนอ (Applying the Communication Skill)

7. นักเรียนออกมานำเสนอผลงานเกี่ยวกับการจัดหมู่หน้าชั้นเรียน โดยมีนักเรียนและครูร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

8. นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับวิธีการทำงานให้เห็นการคิดเชิงระบบและวิธีการทำงานที่มีแบบแผน

Step 5 : ขั้นประเมินเพื่อเพิ่มคุณค่าบริการสังคมและจิตสาธารณะ (Self-Regulating)

9. นักเรียนนำความรู้ไปช่วยสอนเพื่อน ๆ ที่ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับการจัดหมู่ให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น

10. นักเรียนประเมินตนเอง โดยเขียนแสดงความรู้สึกล้างการเรียนและหลังการทำกิจกรรมในประเด็นต่อไปนี้

- สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ในวันนี้คืออะไร
- นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- เพื่อนนักเรียนในกลุ่มมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- นักเรียนพึงพอใจกับการเรียนในวันนี้หรือไม่ เพียงใด
- นักเรียนจะนำความรู้ที่ได้นี้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเอง ครอบครัว และสังคมทั่วไปได้อย่างไร

จากนั้นแลกเปลี่ยนตรวจสอบขั้นตอนการทำงานทุกขั้นตอนว่าจะเพิ่มคุณค่าไปสู่สังคม เกิดประโยชน์ต่อสังคมให้มากขึ้นกว่าเดิมในขั้นตอนใดบ้าง สำหรับการทำงานในครั้งต่อไป

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ตัวอย่างการจัดหมู่
3. แหล่งการเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน

9. การวัดและประเมินผล

ประเด็นการประเมิน	เครื่องมือ	เกณฑ์
ความรู้ เรื่อง ความหมายของการจัดหมู่ (K)	แบบทดสอบ	ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
กระบวนการทำงานกลุ่ม (P)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ ด้านใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน (A)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 17

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค 31102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2567

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การนับเบื้องต้น

เรื่อง การจัดหมู่ : 4

เวลา 1 ชั่วโมง

วันที่..... เดือน..... พ.ศ. ครูผู้สอน.....

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

2. ตัวชี้วัดชั้นปี

ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่
ในการแก้ปัญหา

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายความหมายของการจัดหมู่ (K)
2. แสดงการจัดหมู่ (P)
3. มีความกระตือรือร้น สนใจ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน (A)
4. ใฝ่เรียนรู้ (A)
5. มุ่งมั่นในการทำงาน (A)

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
 - การจำแนก การให้เหตุผล การสรุปความรู้ การปฏิบัติ
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา
4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

5. สารสำคัญ

การจัดหมู่ (Combination) เป็นการนำสิ่งของที่มีความแตกต่างกันทั้งหมดหรือเพียงบางส่วนมาโดยไม่ถือตำแหน่งหรือลำดับก่อนหลังเป็นสำคัญ และในการเลือกสิ่งของ 1 ชุด เป็นการจัด 1 วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีการจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยจัดทีละ r สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!r!}$ วิธี เขียนแทนด้วย $C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

6. สารการเรียนรู้

การจัดหมู่ (Combination)

7. กิจกรรมการเรียนรู้

Step 1 : ขั้นสังเกต รวบรวมข้อมูล (Gathering)

1. นักเรียนทบทวนการจัดหมู่ โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

ในกรณีทั่วไป จำนวนวิธีในการเลือกสิ่งของ r สิ่ง จากสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n สิ่ง

$$\text{จะเท่ากับ } \frac{P_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad \text{วิธี}$$

ให้ $C_{n,r}$ คือ จำนวนวิธีในการเลือกสิ่งของ r สิ่ง จากสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง

ซึ่งคือ จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยเลือกคราวละ r สิ่ง ได้ข้อสรุป ดังนี้

จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยเลือกคราวละ r สิ่ง คือ

$$C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad \text{วิธี}$$

$$\text{จะสังเกตได้ว่า } C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} = \frac{P_{n,r}}{r!}$$

2. นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้

- นักเรียนสามารถเขียนแสดงการจัดหมู่ได้อย่างไร

3. นักเรียนศึกษา รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับการจัดหมู่ จากแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย

เช่น จากการสังเกต การร่วมสนทนากับเพื่อนในชั้นเรียน จากหนังสือเรียนหรืออินเทอร์เน็ต

Step 2 : ขั้นตอนคิดวิเคราะห์และสรุปความรู้ (Processing) (Gathering)

4. นักเรียนพิจารณาตามตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 เลือกรถเด็กเล่น 2 คัน จากทั้งหมด 5 คัน ซึ่งเป็นรถเด็กเล่นที่มีสีต่างกันทั้งหมด

มีวิธีการเลือกรถเด็กเล่นได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ จำนวนวิธีทั้งหมดที่เลือกรถเด็กเล่น 2 คัน จากทั้งหมด 5 คัน มี $C_{5,2}$ วิธี

$$\begin{aligned}C_{5,2} &= \frac{5!}{(5-2)! 2!} \\&= \frac{5!}{3!2!} \\&= \frac{5 \times 4 \times 3!}{3!2!} \\&= \frac{5 \times 4}{2 \times 1} \\&= 10 \text{ วิธี}\end{aligned}$$

ดังนั้น มีวิธีการเลือกรถเด็กเล่นได้ทั้งหมด 10 วิธี

ตัวอย่างที่ 2 มีคณะกรรมการที่เป็นชาย 4 คน และหญิง 3 คน ต้องการเลือกคณะทำงาน 3 คน จากคณะกรรมการชุดนี้ โดยต้องเป็นชาย 1 คน หญิง 2 คน จะมีวิธีเลือกคณะทำงานได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ จำนวนวิธีที่จะเลือกชาย 1 คน จากชาย 4 คน มี $C_{4,1}$ วิธี

$$\begin{aligned}C_{4,1} &= \frac{4!}{(4-1)! 1!} \\&= \frac{4!}{3!1!} \\&= \frac{4 \times 3!}{3!1!} \\&= 4 \text{ วิธี}\end{aligned}$$

จำนวนวิธีที่จะเลือกหญิง 2 คน จากหญิง 3 คน มี $C_{3,2}$ วิธี

$$C_{3,2} = \frac{3!}{(3-2)! 2!}$$

$$= \frac{3!}{1!2!}$$

$$= \frac{3 \times 2!}{1!2!}$$

$$= 3 \text{ วิธี}$$

จากหลักการคูณ จะมีวิธีเลือกคณะทำงาน โดยต้องเป็นชาย 1 คน หญิง 2 คน เป็น $4 \times 3 = 12$ วิธี ดังนั้น จะมีวิธีเลือกคณะทำงานได้ทั้งหมด 12 วิธี

ตัวอย่างที่ 3 มีนักเรียนชั้น ม.4 จำนวน 4 คน นักเรียนชั้น ม.5 จำนวน 5 คน และนักเรียนชั้น ม.6 จำนวน 6 คน ต้องการเลือกนักเรียนเหล่านี้ออกมา 5 คน ซึ่งต้องมียุวชนทั้งสามชั้น จะมีจำนวนวิธีการเลือกเท่ากับกี่วิธี

วิธีทำ กรณีที่ 1 คือ เลือก 1, 1, 3 ความหมายคือ เลือกนักเรียน ม.4 จำนวน 1 คน ม.5 จำนวน 1 คน และ ม.6 จำนวน 3 คน จำนวนวิธีเลือกเท่ากับ $C_{4,1} \times C_{5,1} \times C_{6,3} = 4 \times 5 \times 20 = 400$ วิธี

กรณีที่ 2 คือ เลือก 1, 3, 1 ความหมายคือ เลือกนักเรียน ม.4 จำนวน 1 คน ม.5 จำนวน 3 คน และ ม.6 จำนวน 1 คน จำนวนวิธีเลือกเท่ากับ $C_{4,1} \times C_{5,3} \times C_{6,1} = 4 \times 10 \times 6 = 240$ วิธี

กรณีที่ 3 คือ เลือก 3, 1, 1 ความหมายคือ เลือกนักเรียน ม.4 จำนวน 3 คน ม.5 จำนวน 1 คน และ ม.6 จำนวน 1 คน จำนวนวิธีเลือกเท่ากับ $C_{4,3} \times C_{5,1} \times C_{6,1} = 4 \times 5 \times 6 = 120$ วิธี

กรณีที่ 4 คือ เลือก 1, 2, 2 ความหมายคือ เลือกนักเรียน ม.4 จำนวน 1 คน ม.5 จำนวน 2 คน และ ม.6 จำนวน 2 คน จำนวนวิธีเลือกเท่ากับ $C_{4,1} \times C_{5,2} \times C_{6,2} = 4 \times 10 \times 15 = 600$ วิธี

กรณีที่ 5 คือ เลือก 2, 1, 2 ความหมายคือ เลือกนักเรียน ม.4 จำนวน 2 คน ม.5 จำนวน 1 คน และ ม.6 จำนวน 2 คน จำนวนวิธีเลือกเท่ากับ $C_{4,2} \times C_{5,1} \times C_{6,2} = 6 \times 5 \times 15 = 450$ วิธี

กรณีที่ 6 คือ เลือก 2, 2, 1 ความหมายคือ เลือกนักเรียน ม.4 จำนวน 2 คน ม.5 จำนวน 2 คน และ ม.6 จำนวน 1 คน จำนวนวิธีเลือกเท่ากับ $C_{4,2} \times C_{5,2} \times C_{6,1} = 6 \times 10 \times 6 = 360$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมด คือ $400 + 240 + 120 + 600 + 450 + 360 = 2,170$ วิธี

Step 3 : ขั้นปฏิบัติและสรุปความรู้หลังการปฏิบัติ (Applying and Constructing the Knowledge)

5. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน แต่ละกลุ่มร่วมกันสืบค้นข้อมูลเกี่ยวกับการจัดหมู่ แล้วเขียนตัวอย่างการจัดหมู่ จากนั้นสลับผลงานกับกลุ่มอื่น เพื่อร่วมกันตรวจสอบและแก้ไขให้ถูกต้อง

6. นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่เข้าใจเป็นความรู้ร่วมกัน ดังนี้

การจัดหมู่ (Combination) เป็นการนำสิ่งของที่มีความแตกต่างกันทั้งหมดหรือเพียงบางส่วนมาโดยไม่ถือตำแหน่งหรือลำดับก่อนหลังเป็นสำคัญ และในการเลือกสิ่งของ 1 ชุด เป็นการจัด 1 วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีการจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยจัดทีละ r สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!r!}$ วิธี เขียนแทนด้วย $C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

Step 4 : ขั้นสื่อสารและนำเสนอ (Applying the Communication Skill)

7. นักเรียนออกมานำเสนอผลงานเกี่ยวกับการจัดหมู่หน้าชั้นเรียน โดยมีนักเรียนและครูร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

8. นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับวิธีการทำงานให้เห็นการคิดเชิงระบบและวิธีการทำงานที่มีแบบแผน

Step 5 : ขั้นประเมินเพื่อเพิ่มคุณค่าบริการสังคมและจิตสาธารณะ (Self-Regulating)

9. นักเรียนนำความรู้ไปช่วยสอนเพื่อน ๆ ที่ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับการจัดหมู่ให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น

10. นักเรียนประเมินตนเอง โดยเขียนแสดงความรู้สึกหลังการเรียนรู้และหลังการทำกิจกรรมในประเด็นต่อไปนี้

- สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ในวันนี้คืออะไร
- นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- เพื่อนนักเรียนในกลุ่มมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- นักเรียนพึงพอใจกับการเรียนในวันนี้หรือไม่ เพียงใด
- นักเรียนจะนำความรู้ที่ได้นี้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเอง ครอบครัว และสังคมทั่วไปได้อย่างไร

จากนั้นแลกเปลี่ยนตรวจสอบขั้นตอนการทำงานทุกขั้นตอนว่าจะเพิ่มคุณค่าไปสู่สังคม เกิดประโยชน์ต่อสังคมให้มากขึ้นกว่าเดิมในขั้นตอนใดบ้าง สำหรับการทำงานในครั้งต่อไป

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ตัวอย่างการจัดหมู่
3. แหล่งการเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน

9. การวัดและประเมินผล

ประเด็นการประเมิน	เครื่องมือ	เกณฑ์
ความรู้ เรื่อง ความหมายของการจัดหมู่ (K)	แบบทดสอบ	ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
กระบวนการทำงานกลุ่ม (P)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ ด้านใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน (A)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 18

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค 31102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2568

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การนับเบื้องต้น

เรื่อง การจัดหมู่ : 5

เวลา 1 ชั่วโมง

วันที่..... เดือน..... พ.ศ. ครูผู้สอน.....

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

2. ตัวชี้วัดชั้นปี

ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่
ในการแก้ปัญหา

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายความหมายของการจัดหมู่ (K)
2. แสดงการจัดหมู่ (P)
3. มีความกระตือรือร้น สนใจ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน (A)
4. ใฝ่เรียนรู้ (A)
5. มุ่งมั่นในการทำงาน (A)

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
 - การจำแนก การให้เหตุผล การสรุปความรู้ การปฏิบัติ
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา
4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

5. สารสำคัญ

การจัดหมู่ (Combination) เป็นการนำสิ่งของที่มีความแตกต่างกันทั้งหมดหรือเพียงบางส่วนมาโดยไม่ถือตำแหน่งหรือลำดับก่อนหลังเป็นสำคัญ และในการเลือกสิ่งของ 1 ชุด เป็นการจัด 1 วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีการจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยจัดทีละ r สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!r!}$ วิธี เขียนแทนด้วย $C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

6. สารการเรียนรู้

การจัดหมู่ (Combination)

7. กิจกรรมการเรียนรู้

Step 1 : ขั้นสังเกต รวบรวมข้อมูล (Gathering)

1. นักเรียนทบทวนการจัดหมู่ โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

ในกรณีทั่วไป จำนวนวิธีในการเลือกสิ่งของ r สิ่ง จากสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n สิ่ง

$$\text{จะเท่ากับ } \frac{P_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad \text{วิธี}$$

ให้ $C_{n,r}$ คือ จำนวนวิธีในการเลือกสิ่งของ r สิ่ง จากสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง

ซึ่งคือ จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยเลือกคราวละ r สิ่ง ได้ข้อสรุป ดังนี้

จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยเลือกคราวละ r สิ่ง คือ

$$C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad \text{วิธี}$$

$$\text{จะสังเกตได้ว่า } C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} = \frac{P_{n,r}}{r!}$$

2. นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้

- นักเรียนสามารถเขียนแสดงการจัดหมู่ได้อย่างไร

3. นักเรียนศึกษา รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับการจัดหมู่ จากแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย

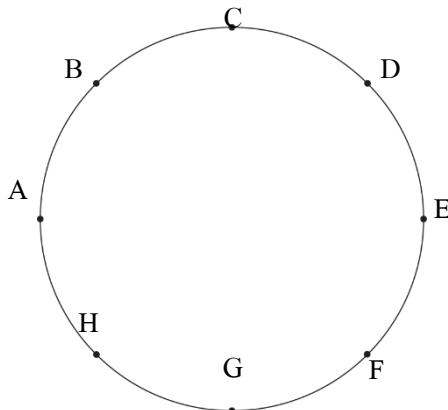
เช่น จากการสังเกต การร่วมสนทนากับเพื่อนในชั้นเรียน จากหนังสือเรียนหรืออินเทอร์เน็ต

Step 2 : ขั้นคิดวิเคราะห์และสรุปความรู้ (Processing) (Gathering)

4. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละเท่า ๆ กัน จำนวน 3 กลุ่ม แต่ละกลุ่มออกมาจับสลาก เพื่อร่วมกันศึกษากิจกรรมการจัดหมู่ที่แตกต่างกัน ดังนี้

กิจกรรมที่ 1 สร้างรูปจากจุด

กำหนดวงกลม ดังรูป หาจำนวนวิธีสร้างรูปหลายเหลี่ยม โดยใช้จุดบนวงกลมเป็นจุดยอดมุม



(แนวคิด การสร้างรูปหลายเหลี่ยมต้องเลือกจุดอย่างน้อยที่สุด 3 จุด)

(คำตอบ คือ 219 วิธี)

กิจกรรมที่ 2 ช่วยกันแต่งตัวตุ๊กตา

มีเสื้อผ้าทั้งหมด 4 ชุด โบว์ติดผมทั้งหมด 2 ชิ้น และรองเท้าทั้งหมด 2 คู่

หากต้องการจะแต่งตัวให้ตุ๊กตา โดยให้สวมเสื้อผ้า 1 ชุด ติดโบว์ 1 ชิ้น และใส่รองเท้า 1 คู่

จะมีวิธีการเลือกแต่งตัวให้ตุ๊กตาทั้งหมดกี่วิธี (คำตอบ คือ 16 วิธี)

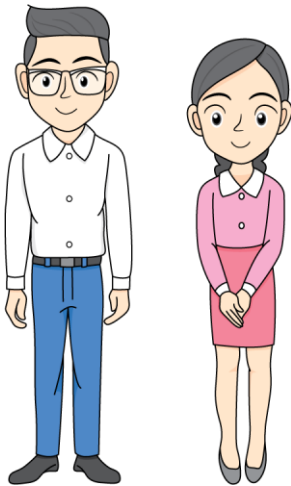


กิจกรรมที่ 3 ช่วยเลือกหน่อย

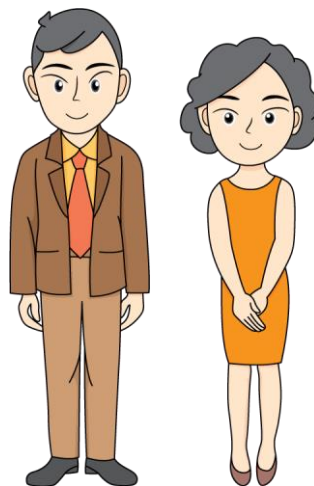
อำเภอหนึ่งมี 6 ตำบล แต่ละตำบลส่งผู้แทนตำบลละ 2 คน เป็นชาย 1 คน หญิง 1 คน

ถ้าต้องการคัดเลือกกรรมการ 4 คน โดยต้องเป็นชาย 2 คน หญิง 2 คน และจะต้องมีอย่างน้อย
หนึ่งคู่ที่มาจากตำบลเดียวกัน จะมีวิธีคัดเลือกได้แตกต่างกันกี่วิธี

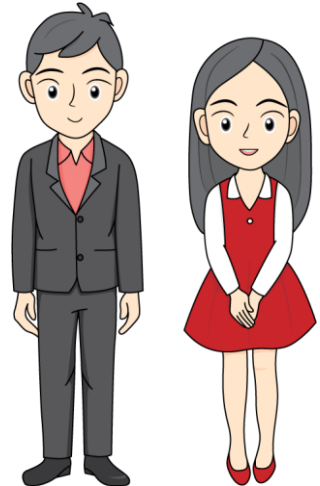
ตำบลที่ 1



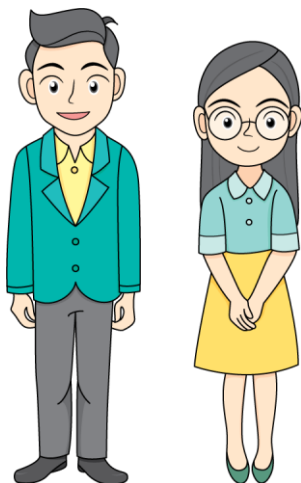
ตำบลที่ 2



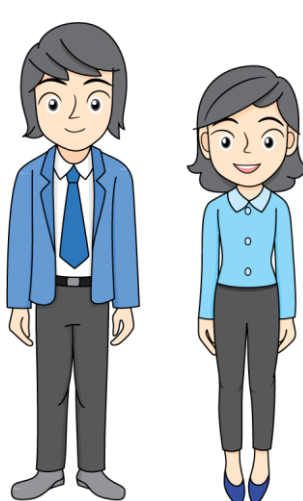
ตำบลที่ 3



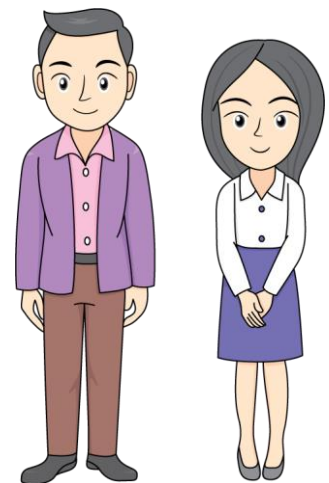
ตำบลที่ 4



ตำบลที่ 5



ตำบลที่ 6



(คำตอบ คือ 135 วิธี)

Step 3 : ขั้นปฏิบัติและสรุปความรู้หลังการปฏิบัติ (Applying and Constructing the Knowledge)

5. นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่เข้าใจเป็นความรู้ร่วมกัน ดังนี้

การจัดหมู่ (Combination) เป็นการนำสิ่งของที่มีความแตกต่างกันทั้งหมดหรือเพียงบางส่วนมาโดยไม่ถือตำแหน่งหรือลำดับก่อนหลังเป็นสำคัญ และในการเลือกสิ่งของ 1 ชุด เป็นการจัด 1 วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีการจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยจัดทีละ r สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!r!}$ วิธี เขียนแทนด้วย $C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

Step 4 : ขั้นสื่อสารและนำเสนอ (Applying the Communication Skill)

7. นักเรียนออกมานำเสนอผลงานเกี่ยวกับการจัดหมู่หน้าชั้นเรียน โดยมีนักเรียนและครูร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

8. นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับวิธีการทำงานให้เห็นการคิดเชิงระบบและวิธีการทำงานที่มีแบบแผน

Step 5 : ขั้นประเมินเพื่อเพิ่มคุณค่าบริการสังคมและจิตสาธารณะ (Self-Regulating)

9. นักเรียนนำความรู้ไปช่วยสอนเพื่อน ๆ ที่ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับการจัดหมู่ให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น

10. นักเรียนประเมินตนเอง โดยเขียนแสดงความรู้สึกหลังการเรียนรู้และหลังการทำกิจกรรมในประเด็นต่อไปนี้

- สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ในวันนี้คืออะไร
- นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- เพื่อนนักเรียนในกลุ่มมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- นักเรียนพึงพอใจกับการเรียนในวันนี้หรือไม่ เพียงใด
- นักเรียนจะนำความรู้ที่ได้นี้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเอง ครอบครัว และสังคมทั่วไปได้อย่างไร

จากนั้นแลกเปลี่ยนตรวจสอบขั้นตอนการทำงานทุกขั้นตอนว่าจะเพิ่มคุณค่าไปสู่สังคมเกิดประโยชน์ต่อสังคมให้มากขึ้นกว่าเดิมในขั้นตอนใดบ้าง สำหรับการทำงานในครั้งต่อไป

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. กิจกรรมที่ 1 สร้างรูปจากจุด
3. กิจกรรมที่ 2 ช่วยกันแต่งตัวตุ๊กตา
4. กิจกรรมที่ 3 ช่วยเลือกหน่วย
5. แหล่งการเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน

9. การวัดและประเมินผล

ประเด็นการประเมิน	เครื่องมือ	เกณฑ์
ความรู้ เรื่อง ความหมายของการจัดหมู่ (K)	แบบทดสอบ	ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
กระบวนการทำงานกลุ่ม (P)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ ด้านใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน (A)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 19

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค 31102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2568

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การนับเบื้องต้น

เรื่อง การจัดหมู่ : 6

เวลา 1 ชั่วโมง

วันที่..... เดือน..... พ.ศ. ครูผู้สอน.....

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

2. ตัวชี้วัดชั้นปี

ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่
ในการแก้ปัญหา

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายความหมายของการจัดหมู่ (K)
2. แสดงการจัดหมู่ (P)
3. มีความกระตือรือร้น สนใจ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน (A)
4. ใฝ่เรียนรู้ (A)
5. มุ่งมั่นในการทำงาน (A)

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
 - การจำแนก การให้เหตุผล การสรุปความรู้ การปฏิบัติ
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา
4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

5. สารสำคัญ

การจัดหมู่ (Combination) เป็นการนำสิ่งของที่มีความแตกต่างกันทั้งหมดหรือเพียงบางส่วนมาโดยไม่ถือตำแหน่งหรือลำดับก่อนหลังเป็นสำคัญ และในการเลือกสิ่งของ 1 ชุด เป็นการจัด 1 วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีการจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยจัดทีละ r สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!r!}$ วิธี เขียนแทนด้วย $C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

6. สารการเรียนรู้

การจัดหมู่ (Combination)

7. กิจกรรมการเรียนรู้

Step 1 : ขั้นสังเกต รวบรวมข้อมูล (Gathering)

1. นักเรียนทบทวนการจัดหมู่ โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

ในกรณีทั่วไป จำนวนวิธีในการเลือกสิ่งของ r สิ่ง จากสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n สิ่ง

$$\text{จะเท่ากับ } \frac{P_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad \text{วิธี}$$

ให้ $C_{n,r}$ คือ จำนวนวิธีในการเลือกสิ่งของ r สิ่ง จากสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง

ซึ่งคือ จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยเลือกคราวละ r สิ่ง ได้ข้อสรุป ดังนี้

จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยเลือกคราวละ r สิ่ง คือ

$$C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad \text{วิธี}$$

2. นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้

- นักเรียนสามารถเขียนแสดงการจัดหมู่ได้อย่างไร $P_{n,r}$

3. นักเรียนศึกษา รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับการจัดหมู่จากแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย

เช่น จากการสังเกต การร่วมสนทนากับเพื่อนในชั้นเรียน จากหนังสือเรียนหรืออินเทอร์เน็ต

Step 2 : ขั้นคิดวิเคราะห์และสรุปความรู้ (Processing) (Gathering)

4. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน แต่ละกลุ่มเล่นเกมเสริมสร้างประสบการณ์กับเพื่อนภายในกลุ่ม เพื่อสร้างประสบการณ์การเรียนรู้จากการลงมือทำด้วยตนเอง ดังนี้

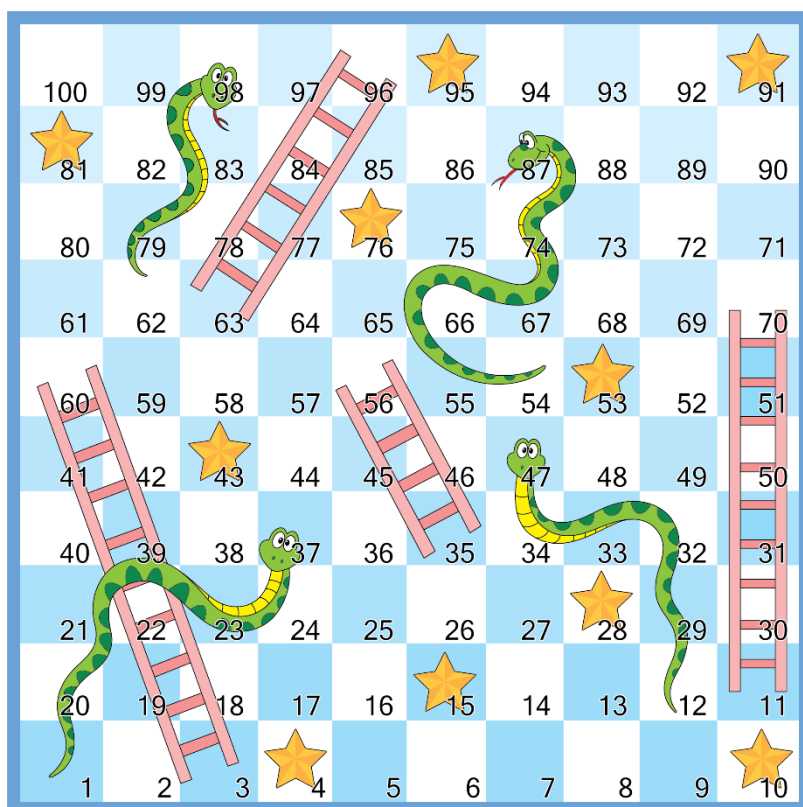
เกมบันไดงู

คำชี้แจง นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มทอยลูกเต๋า 2 ครั้ง แล้วนำผลรวมมาตัดสินว่าใครจะได้เล่นก่อน-หลัง จากนั้นทอยลูกเต๋าคณะละ 1 ครั้ง เพื่อเดินบนกระดานบันไดงู หากผู้เล่นเดินไปจนถึงช่อง

ที่มีเครื่องหมาย ★ จะต้องตอบคำถามให้ถูกต้อง โดยใช้ความรู้เรื่อง การจัดหมู่ คณะละ 1 คำถาม

ก่อนจะเดินต่อในครั้งถัดไปได้ (โดยใช้โจทย์คำถามจากแบบฝึกหัดท้ายหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 3

การจัดหมู่ ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของสถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.))



5. นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่เข้าใจเป็นความรู้ร่วมกัน ดังนี้

การจัดหมู่ (Combination) เป็นการนำสิ่งของที่มีความแตกต่างกันทั้งหมดหรือเพียงบางส่วนมาโดยไม่ถือตำแหน่งหรือลำดับก่อนหลังเป็นสำคัญ และในการเลือกสิ่งของ 1 ชุด เป็นการจัด 1 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีการจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยจัดทีละ r สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!r!}$ วิธี

เขียนแทนด้วย $C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

Step 3 : ขั้นปฏิบัติและสรุปความรู้หลังการปฏิบัติ (Applying and Constructing the Knowledge)

5. นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่เข้าใจเป็นความรู้ร่วมกัน ดังนี้

การจัดหมู่ (Combination) เป็นการนำสิ่งของที่มีความแตกต่างกันทั้งหมดหรือเพียงบางส่วนมาโดยไม่ถือตำแหน่งหรือลำดับก่อนหลังเป็นสำคัญ และในการเลือกสิ่งของ 1 ชุด เป็นการจัด 1 วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีการจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยจัดทีละ r สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!r!}$ วิธี เขียนแทนด้วย $C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

Step 4 : ขั้นสื่อสารและนำเสนอ (Applying the Communication Skill)

7. นักเรียนออกมานำเสนอผลงานเกี่ยวกับการจัดหมู่หน้าชั้นเรียน โดยมีนักเรียนและครูร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

8. นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับวิธีการทำงานให้เห็นการคิดเชิงระบบและวิธีการทำงานที่มีแบบแผน

Step 5 : ขั้นประเมินเพื่อเพิ่มคุณค่าบริการสังคมและจิตสาธารณะ (Self-Regulating)

9. นักเรียนนำความรู้ไปช่วยสอนเพื่อน ๆ ที่ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับการจัดหมู่ให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น

10. นักเรียนประเมินตนเอง โดยเขียนแสดงความรู้สึกละหลังการเรียนรู้และหลังการทำกิจกรรมในประเด็นต่อไปนี้

- สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ในวันนี้คืออะไร
- นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- เพื่อนนักเรียนในกลุ่มมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- นักเรียนพึงพอใจกับการเรียนในวันนี้หรือไม่ เพียงใด
- นักเรียนจะนำความรู้ที่ได้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเอง ครอบครัว และสังคมทั่วไปได้อย่างไร

จากนั้นแลกเปลี่ยนตรวจสอบขั้นตอนการทำงานทุกขั้นตอนว่าจะเพิ่มคุณค่าไปสู่สังคม เกิดประโยชน์ต่อสังคมให้มากขึ้นกว่าเดิมในขั้นตอนใดบ้าง สำหรับการทำงานในครั้งต่อไป

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ภาพประกอบการทำกิจกรรมเกมบันไดงู
3. ลูกเต๋า
4. คำถามเรื่อง การจัดหมู่
5. แหล่งการเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน

9. การวัดและประเมินผล

ประเด็นการประเมิน	เครื่องมือ	เกณฑ์
ความรู้ เรื่อง ความหมายของการจัดหมู่ (K)	แบบทดสอบ	ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
กระบวนการทำงานกลุ่ม (P)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ ด้านใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน (A)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 20

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค 31102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2568

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การนับเบื้องต้น

เรื่อง การจัดหมู่ : 7

เวลา 1 ชั่วโมง

วันที่..... เดือน..... พ.ศ. ครูผู้สอน.....

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

2. ตัวชี้วัดชั้นปี

ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่
ในการแก้ปัญหา

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายความหมายของการจัดหมู่ (K)
2. แสดงการจัดหมู่ (P)
3. มีความกระตือรือร้น สนใจ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน (A)
4. ใฝ่เรียนรู้ (A)
5. มุ่งมั่นในการทำงาน (A)

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
 - การจำแนก การให้เหตุผล การสรุปความรู้ การปฏิบัติ
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา
4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

5. สารสำคัญ

การจัดหมู่ (Combination) เป็นการนำสิ่งของที่มีความแตกต่างกันทั้งหมดหรือเพียงบางส่วนมาโดยไม่ถือตำแหน่งหรือลำดับก่อนหลังเป็นสำคัญ และในการเลือกสิ่งของ 1 ชุด เป็นการจัด 1 วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีการจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยจัดทีละ r สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!r!}$ วิธี เขียนแทนด้วย $C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

6. สารการเรียนรู้

การจัดหมู่ (Combination)

7. กิจกรรมการเรียนรู้

Step 1 : ขั้นสังเกต รวบรวมข้อมูล (Gathering)

1. นักเรียนทบทวนการจัดหมู่โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

ในกรณีทั่วไป จำนวนวิธีในการเลือกสิ่งของ r สิ่ง จากสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n สิ่ง

$$\text{จะเท่ากับ } \frac{P_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad \text{วิธี}$$

ให้ $C_{n,r}$ คือ จำนวนวิธีในการเลือกสิ่งของ r สิ่ง จากสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง

ซึ่งคือ จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยเลือกคราวละ r สิ่ง ได้ข้อสรุป ดังนี้

จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยเลือกคราวละ r สิ่ง คือ

$$C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad \text{วิธี}$$

$$\text{จะสังเกตได้ว่า } C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = P_{n,r}$$

2. นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้

- นักเรียนสามารถเขียนแสดงการจัดหมู่ได้อย่างไร

3. นักเรียนศึกษา รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับการจัดหมู่ จากแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย

เช่น จากการสังเกต การร่วมสนทนากับเพื่อนในชั้นเรียน จากหนังสือเรียนหรืออินเทอร์เน็ต

Step 2 : ขั้นตอนคิดวิเคราะห์และสรุปความรู้ (Processing) (Gathering)

4. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละเท่า ๆ กัน จำนวน 6 กลุ่ม แต่ละกลุ่มออกมาจับสลากรูปปริศนา และร่วมกันแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้ความรู้เรื่อง การจัดหมู่ แล้วนำคำตอบของแต่ละคำถามมาระบายสีลงในช่องว่างให้ถูกต้อง เพื่อให้รูปปริศนาเกิดเป็นรูปที่สมบูรณ์

ปริศนาการจัดหมู่

คำชี้แจง

- 1) $C_{7,3}$
- 2) $C_{6,2}$
- 3) $C_{n,8} = C_{30,22}$
- 4) $C_{n,10} = C_{n,15}$
- 5) ให้ $P_{n,r} = 1,680$ และ $C_{n,r} = 70$ จงหาค่า n และ r
- 6) หาจำนวนวิธีทั้งหมดที่ใช้จับสลาก 5 ชิ้น จากสลากทั้งหมด 10 ชิ้น
- 7) กอยมีดินสอที่มีสีต่างกัน 12 แท่ง จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่ก้อยจะหยิบดินสอสีที่มีสีต่างกัน

8 แท่ง

- 8) มีคณะกรรมการที่เป็นชาย 4 คน และหญิง 3 คน ต้องการเลือกคณะทำงาน 3 คน จากคณะกรรมการชุดนี้ โดยต้องเป็นชาย 1 คน หญิง 2 คน จะมีวิธีเลือกคณะทำงานได้ทั้งหมดกี่วิธี
- 9) คนกลุ่มหนึ่งประกอบด้วยคุณครู 4 คน นักเรียนชาย 2 คน นักเรียนหญิง 2 คน ต้องการเลือกตัวแทน 4 คน โดยต้องมีคุณครู 1 คน และนักเรียนหญิงอย่างน้อย 1 คน จะมีวิธีการเลือกทั้งหมดกี่วิธี
- 10) มีผู้สมัครเป็นคณะกรรมการจัดการแข่งขันกีฬาเป็นชาย 5 คน และหญิง 4 คน ต้องการเลือกคณะกรรมการ 3 คน จากผู้สมัครนี้ โดยต้องการชายอย่างน้อย 1 คน จะมีวิธีเลือกคณะทำงานได้ทั้งหมดกี่วิธี

ภาพปริศนา 1

6	9	4	138	5	18	64	0	640	731	31	152	84	155	48	49	49	112
55	12	888	55	934	34	26	100	48	638	516	89	84	515	388	556	547	1
3	138	124	40	537	42	57	50	501	931	38	509	28	2	17	18	90	6
38	908	17	581	666	69	70	133	76	7	5	35	30	495	6	2	0	11
217	11	13	27	12	495	252	25	15	8	80	4	16	12	74	36	40	39
170	995	52	599	35			80	495	12	8	25	252	710	73	59	65	750
52	60	32	74	15			252	8	16	35	12	35	28	570	149	510	56
710	40	95	33	80			30	35	4	15	80	15	54	18	48	63	50
127	915	45	515	16	80	4	16	15	252	30	252	4	56	149	555	45	76
21	61		80	252	12	16	25	16	8	80	495	8	201	570	47	19	175
7	172	8	12	8	8	35	8	4	495	8	35	30	11	513	37	70	57
5	49	15	16	4	4	495	15	252	80	15	16	80	8	25	252	4	149
57	333	4	495	30	35	15	30	80	35	252	8	25	30	16	2	50	59
124	38	725	17	640	252	30	12	35	30	495	4	12	25	4	38	176	60
73	112	50	72	47	15	8	495	8	177	23	81	16	495	8	53	40	322
58	40	69	26	66	495	80	4	15	46	60	29	30	15	252	71	20	173
177	23	53	280	44	690	22	338	60	33	42	5	178	42	222	555	278	46
720	56	388	561	710	50	661	36	610	277	561	580	174	62	34	66	308	21

ภาพปริศนา 2

6	9	4	138	5	18	64	0	640	731	31	152	84	155	48	49	49	112
55	12	888	55	934	34	26	100	48	638	516	89	84	515	388	556	547	1
3	138	124	40	537	42	57	50	501	931	38	509	28	2	17	18	90	6
38	908	547	19	1	495	22	5	150	88	850	47	162	12	70	547	1	11
217	11	90	6	35	84	715	87	485	121	84	215	202	515	252	90	6	39
170	995	0	11	15	495	70	221	248	106	315	152	835	80	35	0	11	750
52	60	40	39	80	40	57	380		47		840	157	124	15	40	39	56
710	40	65	750	16	95	4	16	15	252	30	252	4	57	30	65	750	50
127	915	510	56	252	12	16	25	16	8	80	495	8	25	4	510	56	76
21	61	63	50	714	8	35	8	4	495	8	35	30	8	56	63	50	175
7	172	15	16	4	4	495	15	252	80	15	16	80	8	25	252	4	57
5	49	4	49	370	35	15	30	80	35	252	8	25	30	176	57	80	149
57	333	1	12	16	252	30	12	35	30	495	4	12	25	4	252	111	59
124	38	388	80	510	915	8	495	8				16	497	81	495	510	60
73	112	50	72	47	495	80	710	73	59	65	750	30	15	3	138	124	322
58	40	69	26	66	8	5	28	570	149	510	56	801	4	38	908	17	173
177	23	53	280	44	0	252	54	18	48	63	50	8	9	217	11	13	46
720	56	388	561	710	50	661	36	610	277	561	580	174	62	34	66	308	21

ภาพปริศนา 3

6	9	388	561	710	50	661	36	610	277	561	580	174	62	34	66	308	149
55	12	49	48	638	516	1		81	11	73	59	65	48	49	49	112	18
3	138	556	501	931	38		22	29		570	149	510	388	556	547	1	49
38	908	18	150	88	850		661	5		18	48	63	17	18	90	6	515
217	11	2	485	121	84				0	149	555	45	6	2	0	11	112
170	995	36	35	15	30	25	915	510	56	365	310	485	74	36	40	39	60
52	60	59	124	495	252	25	415	87	480	41	126	112	73	59	65	750	62
710	40	149	305	59	4	80	49	120	87	257	258	0	570	149	510	56	220
127	915	48	115	149	8	252	8	116	5	1	3		18	48	63	50	151
21	61	555	801	48	495	30	35	4	15	80	15		149	555	45	76	74
7	172	47	6	0	4	16	15	252	30	252	4	515	570	47	19	175	22
5	49	37	252	12	16	25	16	8	80	495	8	124	513	37	70	57	202
57	333	2	12	87	305	17	46	45	18	35	310	40	57	60	388	99	55
124	38	6	4	47	95	5	52	0	175	160	80	8	225	22	47	81	615
73	112	95	0	35	151	310	870	5	22	87	5	370	16	556	547	1	170
58	40	570	149	272	40	112	315	370	95	14	112	225	74	18	90	6	124
177	23	18	48	115	88	45	78	170	995	52	116	45	87	547	1	11	111
720	56	149	555	45	0	14	75	52	60	32	370	65	22	90	6	39	0

ภาพปริศนา 4

149	510	388	556	547	73	59	65	48	49	305	17	19	1	47	73	6	62	612
48	63	17	18	90	570	149	510	388	556	115	5	70	6	37	570	55	48	418
555	45	6	2	0	18	48	63	17	18	801	310	388	11	60	18	3	388	381
310	485	74	36	40	149	555	45	6	2	6	112	135	340	475	149	38	17	174
126	112	73	59	65	12	495	252	25	115	88	810	47	165	112	365	217	6	65
258	124	570	149	510	35				495	12	8	25	252	74	41	170	74	510
17	46	45	18	35	15					16	35	12	35	495	257	52	73	63
5	52	0	175	4		495				4	15	80	15	12	252	710	570	45
310	870	5	22	495	16	80				252	30	252	4	16	80	127	18	485
112	315	370	95	80	252	12				8	80	495	8	30	16	15	149	112
510	56	365	8	12	8	8			4	495	8	35	30	25	1	30	8	0
87	480	41	15	16	41	4	495	15	252	80	15	16	80	8	205	22	14	50
11	111	8	4	45	310	35	15	30	80	35	252	8	25	30	161	6	9	388
149	510	388	556	547	1	252	30	12	305	301	45	4	12	25	41	55	12	49
48	63	17	18	90	6	15	8	495	81	87	480	25	16	495	87	3	138	556
555	45	6	2	0	11	495	80	4	150	120	87	4	30	15	22	38	908	18
310	485	74	36	40	39	45	78	170	995	52	116	45	87	547	1	11	111	11
126	112	73	59	65	750	14	75	52	60	32	370	65	22	90	6	39	0	220

ภาพปริศนา 5

46	45	510	48	6	62	56	365	310	561	580	174	62	34	66	308	149	6
52	0	63	388	55	48		255		73	59	65	48	49	49	112	18	55
870	5	45	17	3	388	17		95	570	149	510	388	556	547	1	49	3
315	370	485	6	38	17	6	515	151	18	48	63	17	18	90	6	515	38
78	170	112	74	217	6		999		149	555	45	6	2	0	11	112	217
75	52	124	73	170	74	81		1	365	310	485	74	36	40	39	60	170
170	995	46	570	52	73	40	570	149	272	315	310	45	485	74	36	40	52
52	60	52	124	45	22	250	150	88	805	42	116	112	8	4	225	35	16
710	40	870	357	57	0	80	495	12	8	25	252	515	570	12	16	80	112
127	915	315	156	225	8	252	8	16	35	12	35	124	513	0	252	48	1
21	61	56	81	8	252	30	35	4	15	80	15	40	57	15	495	555	6
7	172	480	16	80	4	16	15	252	30	252	4	495	35	30	35	47	11
5	49	805	252	12		25	16	8	80	495	8	4	15	25	11	37	39
57	333	102	8	8	35	8	4	495	8	35	30	252	495	6	39	60	750
124	38	164	4	4	495	15	252	80	15	16	80	8	215	22	84	22	56
73	112	45	308	35	15	30	80	35	252	8	25	350	160	205	22	556	50
58	40	870	5	22	630	512	375	730	45	64	112	275	94	161	6	18	76
177	23	315	370	615	48	45	98	52	116	45	106	45	84	41	55	547	175
720	56	78	170	45	801	41	195	32	370	65	730	115	22	87	3	90	57

ภาพปริศนา 6

112	62	1	310	485	74	36	40	39	45	78	170	995	388	48	174	149	510
1	48	205	126	112	73	59	65	750	14	75	52	60	17	388	65	48	63
6	388	161	18	48	63	17	4	80	222	315	340	45	6	17	510	555	45
11	17	41	120	95	22	25	15	8	80	41	106	112	74	6	63	47	19
39	6	87	351	44	35	80	495	12	8	25	22	2	73	74	45	37	70
750	74	22	157	999	15	252		16	35	12	315	36	570	73	485	60	388
56	45	1				30	35	4	15	80	105	59	45	570	310	22	47
50	112	6	106				15	252	30	22	42	149	0	124	16	556	547
76	515	0	22	21	106	25	16	8	810	45	81	48	5	12	252	18	90
175	81	120	87	81	35	8	4	495	8	35	30	252		30	25	547	1
57	105	116	84	4	495	15	252		15	16	80		25	252	4	7	172
5	41	45	370	35	15	30	80	35				30	16	495	80	5	49
57	750	333	45	252	30	12	35	30	495	4	12	25	4	16	4	57	333
124	56	38	547	115	8	495	8	15	12	80	16	495	8	15	555	124	38
73	50	112	90	45	680	4	15	25	35	252	30	15	22	98	111	73	112
58	76	40	0	630	512	375	730	45	64	112	275	94	161	6	18	58	40
177	175	23	40	48	45	98	52	116	45	106	45	84	41	55	547	177	23
720	57	56	65	801	41	195	32	370	65	730	115	22	87	3	90	720	56

Step 3 : ขั้นปฏิบัติและสรุปความรู้หลังการปฏิบัติ (Applying and Constructing the Knowledge)

5. นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่เข้าใจเป็นความรู้ร่วมกัน ดังนี้

การจัดหมู่ (Combination) เป็นการนำสิ่งของที่มีความแตกต่างกันทั้งหมดหรือเพียงบางส่วนมาโดยไม่ถือตำแหน่งหรือลำดับก่อนหลังเป็นสำคัญ และในการเลือกสิ่งของ 1 ชุด เป็นการจัด 1 วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีการจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยจัดทีละ r สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!r!}$ วิธี เขียนแทนด้วย $C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

Step 4 : ขั้นสื่อสารและนำเสนอ (Applying the Communication Skill)

6. นักเรียนออกมานำเสนอผลงานรูปปริศนาของกลุ่มตนเองหน้าชั้นเรียน โดยมีนักเรียนและครูร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

7. นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับวิธีการทำงานให้เห็นการคิดเชิงระบบและวิธีการทำงานที่มีแบบแผน

Step 5 : ขั้นประเมินเพื่อเพิ่มคุณค่าบริการสังคมและจิตสาธารณะ (Self-Regulating)

8. นักเรียนนำความรู้ไปช่วยสอนเพื่อน ๆ ที่ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับการจัดหมู่ให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น

9. นักเรียนประเมินตนเอง โดยเขียนแสดงความรู้สึกหลังการเรียนรู้และหลังการทำกิจกรรมในประเด็นต่อไปนี้

- สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ในวันนี้คืออะไร
- นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- เพื่อนนักเรียนในกลุ่มมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- นักเรียนพึงพอใจกับการเรียนในวันนี้หรือไม่ เพียงใด
- นักเรียนจะนำความรู้ที่ได้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเอง ครอบครัว และสังคมทั่วไปได้อย่างไร

จากนั้นแลกเปลี่ยนตรวจสอบขั้นตอนการทำงานทุกขั้นตอนว่าจะเพิ่มคุณค่าไปสู่สังคม เกิดประโยชน์ต่อสังคมให้มากขึ้นกว่าเดิมในขั้นตอนใดบ้าง สำหรับการทำงานในครั้งต่อไป

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. โจทย์เรื่องการจัดหมู่

3. ภาพประกอบการทำกิจกรรมปรีศนาการจัดหมู่
4. แหล่งการเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน

9. การวัดและประเมินผล

ประเด็นการประเมิน	เครื่องมือ	เกณฑ์
ความรู้ เรื่อง ความหมายของการจัดหมู่ (K)	แบบทดสอบ	ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
กระบวนการทำงานกลุ่ม (P)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ ด้านใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน (A)	แบบประเมิน	ผ่านเกณฑ์ระดับ 2 ขึ้นไป

แบบทดสอบหลังเรียน (Post-Test)

ตอนที่ 1 นักเรียนระบายคำตอบที่ถูกต้องลงในวงกลมตัวเลือกให้เต็มวง (ห้ามระบายนอกวง)
(ข้อละ 1 คะแนน)

1. โรงอาหารของโรงเรียนมีร้านขายอาหาร 4 ร้าน ซึ่งร้านป่าอ้วนมีอาหารให้เลือก 5 อย่าง ร้านลุงสมชายมีอาหารให้เลือก 11 อย่าง ร้านป้าน้อยมีอาหารให้เลือก 7 อย่าง และร้านยายศรีมีอาหารให้เลือก 10 อย่างนักเรียนคนหนึ่งจะเลือกรับประทานอาหารอย่างเดียว จะมีวิธีการเลือกอาหารได้กี่วิธี
 - 1 30 วิธี
 - 2 33 วิธี
 - 3 60 วิธี
 - 4 66 วิธี
 - 5 90 วิธี
2. ในไฟหนึ่งสำหรับมีไฟที่เป็นตัวเลขทั้งหมดก็โบ
 - 1 28 โบ
 - 2 32 โบ
 - 3 36 โบ
 - 4 40 โบ
 - 5 44 โบ
3. นักท่องเที่ยวคนหนึ่งมีเสื้อและกางเกงสำหรับใส่ไปประเทศไทย 7 ตัว และ 3 ตัว ตามลำดับเขาจะเลือกสวมใส่เสื้อและกางเกงเป็นชุดที่ต่างกันได้ทั้งหมดกี่ชุด
 - 1 7 ชุด
 - 2 14 ชุด
 - 3 21 ชุด
 - 4 28 ชุด
 - 5 35 ชุด
4. ดิ็กแห่งหนึ่งมี 8 ประตู อัครต้องเข้าดิ็กแห่งนี้ทุกเช้า และออกจากดิ็กทุกเย็นอัครจะเข้าและออกจากดิ็กแห่งนี้ได้กี่วิธี
 - 1 40 วิธี
 - 2 42 วิธี
 - 3 48 วิธี
 - 4 52 วิธี
 - 5 56 วิธี
5. นำเลขโดด 2, 5, 7 และ 8 มาเรียงสับเปลี่ยน โดยไม่ใช้เลขซ้ำกัน จะเรียงได้ทั้งหมดกี่วิธี
 - 1 24 วิธี
 - 2 20 วิธี
 - 3 18 วิธี
 - 4 16 วิธี
 - 5 12 วิธี

6. ผลลัพธ์ของ $\frac{11!}{5! 7!}$ เท่ากับข้อใด

- 1 88
- 2 66
- 3 44
- 4 22
- 5 11

7. ทำให้ $n(n^2 - 1)(n^2 - 4)(n^2 - 9)$ อยู่ในรูปแฟกทอเรียล

- 1 $\frac{(n+4)!}{(n-3)!}$
- 2 $\frac{(n+4)!}{(n-4)!}$
- 3 $\frac{(n+3)!}{(n-3)!}$
- 4 $\frac{(n+3)!}{(n-4)!}$
- 5 $\frac{(n+5)!}{(n-4)!}$

8. นักเรียน 6 คน ต้องการยืมหน้าชั้นเรียนเพื่อนำเสนอผลงานในแนวตรงร่วมกัน จะยืมเรียงกันได้ทั้งหมดกี่วิธี

- 1 120 วิธี
- 2 144 วิธี
- 3 240 วิธี
- 4 600 วิธี
- 5 720 วิธี

9. ครูต้องการจัดเรียงหนังสือสำหรับการสอน มีหนังสือคณิตศาสตร์ 4 เล่ม ภาษาไทย 2 เล่ม

ภาษาอังกฤษ 3 เล่ม สุขศึกษา 1 เล่ม และศิลปะ 1 เล่ม ถ้าครูต้องการจัดเรียงหนังสือให้วิชาเดียวกันอยู่ติดกัน ครูจะมีวิธีการเรียงได้กี่วิธี

- 1 288 วิธี
- 2 576 วิธี
- 3 864 วิธี
- 4 1,152 วิธี
- 5 1,390 วิธี

10. ครูเขียนรายชื่อนักเรียน 30 คน ลงในสลาก รายชื่อละ 1 ใบ ใส่ลงในภาชนะ แล้วสุ่มหยิบสลากขึ้นมาทีละหนึ่งใบสามครั้ง เพื่อให้นักเรียนออกมาแนะนำตนเองหน้าชั้นเรียน จำนวนวิธีที่อาจเกิดขึ้นได้ทั้งหมดมีกี่วิธี

- 1 17,550 วิธี
- 2 19,656 วิธี
- 3 21,924 วิธี
- 4 24,360 วิธี
- 5 28,458 วิธี

11. หมิวต้องการเดินทางไปต่างจังหวัด โดยเธอจะนำเสื้อผ้าใส่ในกระเป๋าเดินทางที่สามารถบรรจุเสื้อผ้าได้ 4 ชุด ถ้าเธอมีเสื้อผ้าทั้งหมด 6 ชุด เธอจะนำเสื้อผ้าใส่ในกระเป๋าใบนี้ได้กี่วิธี โดยที่กระเป๋าใบนี้เต็มพอดี
- 1 30 วิธี
 - 2 120 วิธี
 - 3 360 วิธี
 - 4 720 วิธี
 - 5 1,440 วิธี
12. ในการประชุม มีผู้ชาย 4 คน และผู้หญิง 3 คน ต้องการจัดคนทั้งหมดนั่งรอบโต๊ะกลม โดยที่ผู้หญิงต้องไม่นั่งติดกัน จะจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี
- 1 72 วิธี
 - 2 144 วิธี
 - 3 288 วิธี
 - 4 576 วิธี
 - 5 1,152 วิธี
13. มีผู้ชาย 3 คน และผู้หญิง 4 คน นั่งรับประทานอาหารบนโต๊ะกลม ในที่นี้มีสามี่-ภรรยา 1 คู่ รวมอยู่ด้วย ต้องการจัดคนทั้งหมดนั่งรอบโต๊ะกลม จะจัดได้กี่วิธี โดยที่สามี่-ภรรยานั่งติดกันเสมอ
- 1 240 วิธี
 - 2 120 วิธี
 - 3 60 วิธี
 - 4 30 วิธี
 - 5 15 วิธี
14. การแข่งขันฟุตบอล มีทีมสมัครเข้าแข่งขัน 8 ทีม ซึ่งจัดการแข่งขันแบบพบกันหมด จะต้องจัดการแข่งขันทั้งหมดกี่ครั้ง
- 1 36 ครั้ง
 - 2 34 ครั้ง
 - 3 32 ครั้ง
 - 4 30 ครั้ง
 - 5 28 ครั้ง
15. ร้านค้าแห่งหนึ่งมีสลากลุ้นรางวัล 15 ชิ้น ถ้าแนนต้องการจับสลาก 8 ชิ้น เธอจะจับสลากได้ทั้งหมดกี่วิธี
- 1 3,007 วิธี
 - 2 5,005 วิธี
 - 3 6,435 วิธี
 - 4 8,580 วิธี
 - 5 10,655 วิธี

ตอนที่ 2 แสดงวิธีทำ (ข้อละ 2 คะแนน)

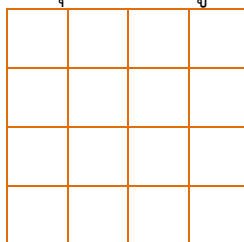
1. ต้องการสร้างจำนวนที่มี 3 หลัก จากเลขโดด 1, 4 และ 9 โดยแต่ละหลักไม่ใช่เลขโดดซ้ำกัน
จะสร้างได้ทั้งหมดกี่จำนวน โดยใช้แผนภาพต้นไม้

วิธีทำ

2. ในการเดินทางไปชลบุรี สามารถเลือกเดินทางได้ 3 แบบ คือ เดินทางโดยรถตู้ เดินทางโดยรถทัวร์
และเดินทางโดยรถไฟ ถ้ามีรถตู้ 7 คัน รถทัวร์ 3 คัน และรถไฟ 4 ขบวน จะมีวิธีการเดินทางได้ทั้งหมด
กี่วิธี

วิธีทำ

3. ตารางจัตุรัสขนาด 4×4 มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมดกี่รูป



วิธีทำ

4. ต้นมีปากกาที่มีสีต่างกัน 10 แท่ง ต้นต้องการหยิบปากกาที่มีสีต่างกัน 6 แท่ง จะหยิบได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ

5. มีผู้สมัครเป็นกรรมการนักเรียนทั้งหมด 8 คน โดยเป็นนักเรียนชาย 5 คน และนักเรียนหญิง 3 คน ต้องการเลือกนักเรียน 4 คน เป็นกรรมการนักเรียน โดยที่เป็นนักเรียนชาย 2 คน และนักเรียนหญิง 2 คน จะเลือกกรรมการนักเรียนได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ

ใบงานที่ 11 เรื่อง แฟกทอเรียล

หาค่าต่อไปนี้ (ข้อละ 2 คะแนน)

1. $\frac{10!}{7!}$

วิธีทำ _____

2. $\frac{3!}{2! 5!}$

วิธีทำ _____

3. $\frac{8! 5!}{6!}$

วิธีทำ _____

4. $\frac{(n-2)!}{n!}$

วิธีทำ _____

5. $\frac{3n!}{(n+2)!}$

วิธีทำ _____

ใบงานที่ 12 เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในเชิงวงกลม

แสดงวิธีทำ (ข้อละ 2.5 คะแนน) (ตัวอย่างคำตอบ)

1. ต้องการจัดเด็ก 2 คน ผู้ใหญ่ 3 คน นั่งเป็นวงกลม โดยเด็ก 2 คนนั่งติดกันเสมอ จะจัดได้ต่าง ๆ กัน
กี่วิธี

วิธีทำ (ขั้นตอนที่ 1 จัดผู้ใหญ่ 3 คน แบบแนวเส้นตรง ทำได้ $3!$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 สลับเด็ก 2 คน ได้ $2!$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดเท่ากับ $3! \times 2! = 12$ วิธี)

2. ผู้ชาย 5 คน และผู้หญิง 5 คน ยืนสลับกันเป็นวงกลมได้ต่าง ๆ กันกี่วิธี

วิธีทำ (ขั้นตอนที่ 1 นำผู้ชาย 5 คนจัดเรียงสลับเปลี่ยนเป็นวงกลมก่อน ทำได้ $4!$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 นำผู้หญิง 5 คนยืนแทรกระหว่างผู้ชายทั้ง 5 คน ทำได้ $5!$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดเท่ากับ $4! \times 5! = 2,880$ วิธี)

3. มีลูกแก้ว 7 ลูก สีแตกต่างกัน โดยมีสีขาว สีแดง และสีน้ำเงินรวมกันอยู่ด้วย หาจำนวนวิธีจัดเรียงลูกแก้วเป็นวงกลม โดยสีน้ำเงินติดกับสีแดงและสีขาว

วิธีทำ (ขั้นตอนที่ 1 จัดเรียงลูกแก้ว 3 ลูก โดยสีน้ำเงินติดกับสีแดงและสีขาว ทำได้ $2!$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 จัดเรียงลูกแก้ว 4 ลูกแบบแนวเส้นตรง ทำได้ $4!$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดเท่ากับ $4! \times 2! = 48$ วิธี)

4. ผู้ชาย 4 คน และผู้หญิง 5 คน ยืนเรียงเป็นวงกลม โดยไม่มีผู้ชายสองคนใดยืนติดกันเลย
จะยืนเรียงได้กี่วิธี

วิธีทำ (ขั้นตอนที่ 1 นำผู้หญิง 5 คนยืนเป็นวงกลมก่อน ทำได้ $(5 - 1)! = 4!$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 นำผู้ชาย 4 คนเลือกยืนแทรกระหว่างผู้หญิงใน 5 คน ที่มีอยู่ได้ ทำได้ P วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดเท่ากับ $4! \times P = 2,880$ วิธี)