



Srisuksa Roi-Et
World-Class Standard School

แผนการจัดการเรียนรู้
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 ค32102
ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2568

นายชัยวัฒน์ ยลรดีโฆษิต
ตำแหน่ง ครู

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนสตรีศึกษา อำเภอเมือง จังหวัดร้อยเอ็ด
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาร้อยเอ็ด

คำนำ

การจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ฉบับนี้เป็นวิธีหนึ่งที่ทำให้ครูผู้สอนได้มีการเตรียมการสอนล่วงหน้า ก่อนที่จะทำการสอนจริง โดยมีการเตรียมเนื้อหาเตรียมกิจกรรม เตรียมสื่อการเรียนการสอน รวมทั้งวิธีการวัดผลประเมินผลซึ่งการเตรียมการสอนจะช่วยให้ครูผู้สอนมีความพร้อมที่จะสอนให้ ผู้เรียนบรรลุตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตร

การจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ฉบับนี้ ผู้จัดทำได้ศึกษาค้นคว้าหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560) เอกสารอื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง วิเคราะห์ หลักสูตรจัดทำกำหนดการสอน โครงสร้างรายวิชา และหารูปแบบการทำแผนการจัดการเรียนรู้โดย เน้นให้ผู้เรียนได้เรียนผ่านกระบวนการคิดด้วยตนเอง โดยคำนึงถึงสภาพแวดล้อมของผู้เรียน โรงเรียน และชุมชนเป็นหลัก

ข้าพเจ้าหวังเป็นอย่างยิ่งว่า แผนการจัดการเรียนรู้ฉบับนี้จะช่วยให้การเรียนการสอน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ดำเนินไปด้วยดี และทำให้ผู้เรียนมีความรู้ ความสามารถ มีทักษะกระบวนการและมีคุณลักษณะอันพึงประสงค์ตรงตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตร ต่อไป

นายชัยวัฒน์ ยลรดีโมชิต

ผู้จัดทำ

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
คำอธิบายรายวิชา	1
โครงสร้างรายวิชา	2
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1	3
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2	9
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3	18
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4	27
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5	39
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6	47
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7	53
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8	61
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9	75

คำอธิบายรายวิชา

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ภาคเรียนที่ ๑ - ๒ เวลา ๘๐ ชั่วโมง จำนวน ๒ หน่วยกิต

ศึกษา พร้อมทั้งฝึกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาของสาระ ดังนี้

เลขยกกำลัง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่ n ของจำนวนจริง และเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

ฟังก์ชัน ฟังก์ชัน ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันขั้นบันได และฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

ลำดับและอนุกรม ลำดับ ความหมายของลำดับ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรม อนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต และการประยุกต์ของลำดับและอนุกรม

โดยจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อันได้แก่ การแก้ปัญหา การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง การให้เหตุผล และการคิดสร้างสรรค์

การใช้สื่อ อุปกรณ์ เทคโนโลยี และแหล่งข้อมูล และนำประสบการณ์ ตลอดจนทักษะและกระบวนการที่ได้ ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบ มีความรอบคอบและมีวิจารณญาณ

การวัดผลประเมินผล ใช้วิธีการที่หลากหลายตามสภาพความเป็นจริงให้สอดคล้องกับเนื้อหาและทักษะที่ต้องการวัด

ตัวชี้วัด

๑. เข้าใจความหมายและใช้สมบัติเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน และการไม่เท่ากันของจำนวนจริงใน รูปกรณฑ์ และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ
๒. ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด
๓. เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้
๔. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหา

รวมทั้งหมด ๔ ผลการเรียนรู้

โครงสร้างรายวิชา

รายวิชาคณิตศาสตร์ 4

รหัสวิชา ค32102

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

จำนวน 40 ชั่วโมง

จำนวนหน่วยกิต 1 หน่วยกิต

ภาคเรียนที่ 2

ลำดับ ที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	สาระสำคัญ	เวลา (ชั่วโมง)	น้ำหนัก คะแนน
1	ลำดับและอนุกรม	เข้าใจเกี่ยวกับลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต	4	4
		นำความรู้เกี่ยวกับลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิตไปใช้ได้	5	6
		เข้าใจเกี่ยวกับอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต	5	4
		นำความรู้เกี่ยวกับอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิตไปใช้ได้	5	6
สอบกลางภาค			1	20
2	ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน	เข้าใจเกี่ยวกับเรื่องดอกเบี้ย	4	4
		นำความรู้เกี่ยวกับเรื่องดอกเบี้ยนำไปใช้ได้	5	6
		เข้าใจเกี่ยวกับมูลค่าของเงินและค่ารายงวด	5	4
		นำความรู้เกี่ยวกับมูลค่าของเงินและค่ารายงวดและนำไปใช้ได้	5	6
3	คุณลักษณะอันพึงประสงค์	คุณลักษณะอันพึงประสงค์	-	10
สอบปลายภาค			1	30
รวมตลอดภาคเรียน			40	100

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค32102) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

จำนวน 24 ชั่วโมง

เรื่อง ความหมายของลำดับ

จำนวน 3 ชั่วโมง

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เข้าใจความหมายของลำดับจำกัด และลำดับอนันต์ (K)
2. หาพจน์ถัดไปของลำดับที่กำหนดได้ (K)
4. สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความหมายของลำดับในการสื่อสาร สื่อ

ความหมายทางคณิตศาสตร์

และการนำเสนอได้ (P)

5. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

สาระการเรียนรู้

ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต

สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ลำดับ คือฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก หรือสับเซตของจำนวนเต็มบวกในรูป $\{ 1, 2, 3, \dots, n \}$ ซึ่งฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นสับเซตของจำนวนเต็มบวกในรูป $\{ 1, 2, 3, \dots, n \}$ เรียกว่า ลำดับจำกัด และฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก เรียกว่า ลำดับอนันต์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการหาแบบแผน 2) ทักษะการวิเคราะห์ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย รับผิดชอบ 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1-2

นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

ขั้นนำ

ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

1. ครูกล่าวทักทายนักเรียนและแจ้งคะแนนสอบให้นักเรียนทราบ
2. ครูกระตุ้นความสนใจของนักเรียนจากภาพหน้าหน่วยหนังสือ แล้วตั้งคำถามดังนี้

- นักเรียนเคยเล่นเครื่องดนตรีประเภทใดบ้าง

(แนวตอบ : นักเรียนอาจตอบได้หลายคำตอบ เช่น กีตาร์ ไวโอลิน แซกโซโฟน เป็นต้น)

- นักเรียนทราบหรือไม่ว่าโน้ตดนตรีแต่ละตัวมีความยาวแตกต่างกันอย่างไร

(แนวตอบ : โน้ตตัวกลม, โน้ตตัวขาว, โน้ตตัวดำ, โน้ตตัวเข้บ็ต 1 ชั้น และโน้ตตัวเข้บ็ต 2 ชั้น ซึ่งจะมีความยาว

$\frac{1}{2}$

ลดลงเป็น $\frac{1}{4}$ ของโน้ตตัวแรก ตามลำดับ)

3. จากนั้นครูอธิบายว่า ความยาวของโน้ตแต่ละตัวเมื่อนำมาเรียงกันจะได้ความยาวดังนี้

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$$

จากความสัมพันธ์ข้างต้น ความยาวของโน้ตตัวถัดไปจะลดลงเป็นครึ่งหนึ่งเสมอ และเรียกความสัมพันธ์นี้เป็นลำดับเรขาคณิต ซึ่งจะได้ศึกษาในหน่วยการเรียนรู้ที่ 3

ขั้นสอน

ขั้นรู้ (Knowing)

1. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม Investigation แล้วตั้งคำถามดังนี้

- จากกิจกรรมข้างต้นลำดับที่ และจำนวนลูกบาศก์เพิ่มขึ้นหรือลดลงทีละเท่าใด

(แนวตอบ : ลำดับที่เพิ่มขึ้นทีละ 1 เสมอ และจำนวนลูกบาศก์เพิ่มขึ้นทีละ 2, 3, 4 ...)

- ลำดับที่และจำนวนลูกบาศก์มีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร

(แนวตอบ : สัมพันธ์กัน คือ ลำดับที่จะเรียง 1, 2, 3, ..., n ซึ่งจะเรียงกันเป็นฟังก์ชันที่มีโดเมน

เป็นจำนวนเต็มบวกและมีเรนจ์เป็นจำนวนลูกบาศก์ โดยจะเรียง 1, 3, 6, 10, ..., $\frac{n(n+1)}{2}$
 เช่นต้องการทราบจำนวนลูกบาศก์ของลำดับที่ 10 ให้นำ 10 ไปแทนค่าลงใน $\frac{n(n+1)}{2}$ จะได้ 55 ลูก)

2. ครูกล่าวบทนิยามของลำดับว่าเซตของฟังก์ชันเป็นลำดับที่มีโดเมนเป็นสับเซตของจำนวนเต็มบวก

{1, 2, 3, ..., n} เรียกว่า ลำดับจำกัด คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นสับเซตของจำนวนเต็มบวก

{1, 2, 3, ...} เรียกว่า ลำดับอนันต์ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

3. ครูกล่าวถึงการเขียนสัญลักษณ์แทนสมาชิกของลำดับ ดังนี้

- ใช้ตัว a แทนสัญลักษณ์ของลำดับ

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นลำดับจำกัดและ $a_1, a_2, a_3, \dots$ เป็นลำดับอนันต์

ซึ่งจะเรียก a_1 ว่าพจน์ที่ 1 หรือพจน์แรกของลำดับ

a_2 ว่าพจน์ที่ 2 ของลำดับ

a_3 ว่าพจน์ที่ 3 ของลำดับ

a_n ว่าพจน์ที่ n ของลำดับ หรือพจน์ทั่วไปของลำดับ

4. ครูยกตัวอย่างการเขียนลำดับพร้อมทั้งให้ระบุว่าลำดับในแต่ละข้อเป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์ ดังนี้

- 5, 10, 15, 20, 25 เป็นลำดับจำกัดที่มี 5 พจน์ มี $a_1 = 5, a_2 = 10, a_3 = 15, a_4 = 20, a_5 = 25$

- 3, 6, 9, 12, 15, ... เป็นลำดับอนันต์ $a_1 = 3, a_2 = 6, a_3 = 9, a_4 = 12, a_5 = 15, \dots$

ลำดับอนันต์ที่มีสมาชิกไม่มีที่สิ้นสุดเราจะใช้สัญลักษณ์แทนด้วย ... (จุดสามจุด)

5. ครูอธิบายเพิ่มเติมจากกรอบ ATTENTION ว่า “ถ้าไม่มีการกำหนดสมาชิกของโดเมนไว้ให้ถือว่าลำดับนั้นเป็นลำดับอนันต์”

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

6. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 1 และ 2 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม เพื่อศึกษาในชั่วโมงถัดไป

ชั่วโมงที่ 3

ขั้นรู้ (Knowing)

7. นักเรียนและครูร่วมกันศึกษาตัวอย่างที่ 1 และ 2 แล้วร่วมกันตอบคำถามดังนี้
- พจน์แรกของ $a_n = 2n - 5$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
(แนวตอบ : พจน์แรกของ $a_n = 2n - 5$ มีค่าเท่ากับ $2(1) - 5 = -3$)
 - พจน์สุดท้ายของ $a_n = 2n - 5$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
(แนวตอบ : พจน์สุดท้ายของ $a_n = 2n - 5$ มีค่าเท่ากับ $2(5) - 5 = 5$)
 - ห้าพจน์แรกของลำดับ $a_n = 2n - 5$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
(แนวตอบ : ห้าพจน์แรกของลำดับ $a_n = 2n - 5$ มีค่าเท่ากับ -3, -1, 1, 3, 5)
 - พจน์ที่สามของ $a_n = 3^{n-1}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
(แนวตอบ : พจน์แรกของ $a_n = 3^{n-1}$ มีค่าเท่ากับ $3^{3-1} = 3^2 = 9$)
 - ห้าพจน์แรกของลำดับ $a_n = 3^{n-1}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
(แนวตอบ : ห้าพจน์แรกของลำดับ $a_n = 3^{n-1}$ มีค่าเท่ากับ 1, 3, 9, 27, 81)

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

8. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3 – 4 คน ศึกษาตัวอย่างที่ 3 และ 4 จากนั้นทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม
9. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน
10. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 3.1ก เรื่อง ความหมายของลำดับ ลงในสมุด

ขั้นลงมือทำ (Doing)

11. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3 – 4 คน เพื่อฝึกการใช้โปรแกรม Excel ในการคำนวณหาห้าพจน์แรกของพจน์ที่ n โดยครูจะตั้งโจทย์กลุ่มละ 1 ข้อที่ไม่ซ้ำกัน
12. ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอการฝึกการใช้โปรแกรม Excel ในการคำนวณหาห้าพจน์แรกของพจน์ที่ n พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน
13. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมเป็นการบ้าน

ขั้นสรุป

1. ครูสรุปโดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

- ลำดับคืออะไร

(แนวตอบ ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวกหรือสับ

เซตของจำนวนเต็มบวกในรูป $\{1, 2, 3, \dots, n\}$

- ให้อยากตัวอย่างลำดับจำกัด และลำดับอนันต์มาอย่างละ 1 ลำดับ

(แนวตอบ ลำดับจำกัดเช่น $\{8, 16, 24, 32, 40, 48\}$

และลำดับอนันต์เช่น $\{5, 10, 15, 20, 25, \dots\}$)

- ให้อาสามพจน์ถัดไปของลำดับ 4, 7, 10, 13, ...

(แนวตอบ สามพจน์ถัดไปคือ 16, 19, 22)

- ให้อาสามพจน์ถัดไปของลำดับ 7, 9, 13, 21, ...

(แนวตอบ สามพจน์ถัดไปคือ 37, 69, 133)

การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
การประเมินก่อนเรียน - แบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม	- ตรวจแบบทดสอบก่อนเรียน	- แบบทดสอบก่อนเรียน	ประเมินตามสภาพจริง
การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) ความหมายของ ลำดับ	- ตรวจแบบฝึกทักษะ 3.1 ก	- แบบฝึกทักษะ 3.1 ก	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะอันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัยรับผิดชอบใฝ่เรียนรู้	- แบบประเมินคุณลักษณะ	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
	และมุ่งมั่นในการทำงาน	อันพึงประสงค์	

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ 3.1ก เรื่อง ความหมายของลำดับ
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

แหล่งการเรียนรู้

-

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค32102) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

จำนวน 24 ชั่วโมง

เรื่อง ลำดับเลขคณิต

จำนวน 5 ชั่วโมง

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิตได้ (K)
2. หาพจน์ต่าง ๆ ของลำดับเลขคณิต และนำไปใช้ได้ (K)
3. สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับลำดับเลขคณิตในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอได้ (P)
4. ตั้งใจและรับผิดชอบหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

สาระการเรียนรู้

ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต

สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่มีผลต่างของพจน์ที่ $n + 1$ กับพจน์ที่ n แล้วมีค่าคงตัวเสมอ และเรียกผลต่างที่มีค่าคงตัวว่า ผลต่างร่วม

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการจำแนกประเภท 2) ทักษะการนำความรู้ไปใช้ 3) ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ 4) ทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย รับผิดชอบ 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

1. ครูกล่าวทบทวนความรู้เรื่องลำดับ ลำดับจำกัด ลำดับอนันต์ และการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

- ลำดับคืออะไร

(แนวตอบ : ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวกหรือสับเซตของจำนวนเต็มบวกในรูป $\{1, 2, 3, \dots, n\}$)

- ให้ยกตัวอย่างลำดับจำกัดและลำดับอนันต์มาอย่างละ 1 ลำดับ

(แนวตอบ : ลำดับจำกัดเช่น $\{8, 16, 24, 32, 40, 48\}$

และลำดับอนันต์เช่น $\{5, 10, 15, 20, 25, \dots\}$)

2. ครูอธิบายว่าลำดับในทางคณิตศาสตร์มีหลายเรื่อง แต่ในระดับมัธยมศึกษาจะเรียนแค่ 2 เรื่อง คือ ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต

ขั้นสอน

ขั้นรู้ (Knowing)

1. นักเรียนทำกิจกรรม Investigation เป็นรายบุคคลดังนี้

ข้อ	ลำดับ	$a_2 - a_1$	$a_3 - a_2$	$a_4 - a_3$	$a_5 - a_4$
1	2,5,8,11,14,...	$5-2 = 3$	$8-5=3$	$11-8 = 3$	$14-11 = 3$
2	6,3,0,-3,-6,...	$3-6 = (-3)$	$0-3 = (-3)$	$(-3)-0 = (-3)$	$(-6)-(-3) = (-3)$
3	5,9,13,17,21,...	$9-5 = 4$	$13-9 = 4$	$17-13 = 4$	$21-17 = 4$
4	1,1,1,1,1,...	$1-1 = 0$	$1-1 = 0$	$1-1 = 0$	$1-1 = 0$
5	1,2,4,7,11,...	$2-1 = 1$	$4-2 = 2$	$7-4 = 3$	$11-7 = 4$
6	9,8,6,3,-1,...	$8-9 = (-1)$	$6-8 = (-2)$	$3-6 = (-3)$	$(-1)-3 = (-4)$

จะเห็นได้ว่าลำดับในข้อ 1 ถึง 4 จะมีผลต่างของพจน์หลังกับพจน์หน้าเป็นค่าคงตัวเสมอ เรียกว่า ลำดับเลขคณิต และเรียกผลต่างค่าคงตัวนี้ว่า ผลต่างร่วม

2. ครูอธิบายลำดับเลขคณิตในกรณีทั่วไป และสามารถเขียนพจน์อื่น ๆ ในลำดับเลขคณิตในรูปของ a_1 และ d

เช่น

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d \quad \text{หรือ} \quad (a_1 + d) + d \quad \text{หรือ} \quad a_1 + 2d$$

$$a_4 = a_3 + d \quad \text{หรือ} \quad (a_1 + 2d) + d \quad \text{หรือ} \quad a_1 + 3d$$

$\vdots$

$$a_n = a_{n-1} + d \quad \text{หรือ} \quad [a_1 + (n-2)d] + d \quad \text{หรือ} \quad a_1 + (n-1)d$$

และการหาพจน์ทั่วไปของ ลำดับเลขคณิตคือ

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

เมื่อ a_1 คือ พจน์ที่ 1 ของลำดับเลขคณิต

d คือ ผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิต

n คือ ลำดับที่ n ของลำดับเลขคณิต

และ a_n คือ พจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต

3. ครูยกตัวอย่างที่ 5 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม ดังนี้

- ให้เขียนสี่พจน์ถัดไปของลำดับเลขคณิต $-3, 1, 5, \dots$

ลำดับเลขคณิตมี $a_1 = (-3)$ และผลต่างร่วม $d = a_2 - a_1 = 1 - (-3) = 4$

จะได้ $a_4 = a_3 + d = 5 + 4 = 9$

$$a_5 = a_4 + d = 9 + 4 = 13$$

$$a_6 = a_5 + d = 13 + 4 = 17$$

$$a_7 = a_6 + d = 17 + 4 = 21$$

ดังนั้น สี่พจน์ถัดไปของลำดับเลขคณิตนี้คือ $9, 13, 17, 21$

4. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมโดยให้นักเรียนร่วมกันแสดงวิธีทำดังนี้

- ลำดับ $1, 3, 5, \dots$ มีผลต่างร่วม (d) เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : ผลต่างร่วม (d) มีค่าเท่ากับ $a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2$)

- ให้เขียนสามพจน์ถัดไปของลำดับเลขคณิต $1, 3, 5, \dots$,

(แนวตอบ : ลำดับเลขคณิตมี $a_1 = 1$ และผลต่างร่วม $d = a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2$

จะได้ $a_4 = a_3 + d = 5 + 2 = 7$

$$a_5 = a_4 + d = 7 + 2 = 9$$

$$a_6 = a_5 + d = 9 + 2 = 11$$

ดังนั้น สามพจน์ถัดไปของลำดับเลขคณิตนี้คือ 7, 9, 11

5. ครูยกโจทย์ของตัวอย่างที่ 6 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม และสามารถหาพจน์ที่ 50 ของลำดับเลขคณิต 3, 7, 11, 15, ...

โดยศึกษา PROBLEM SOLVING TIP ว่าการหาลำดับเลขคณิตในพจน์ที่ n จะต้องทราบค่าของ a_1 และ d ก่อนเสมอ

- ให้หาพจน์ที่ 50 ของลำดับเลขคณิต 3, 7, 11, 15, ...

ลำดับเลขคณิตมี $a_1 = 3$ และผลต่างร่วม $d = 7 - 3 = 4$

จาก $a_n = a_1 + (n - 1)d$

จะได้ $a_{50} = 3 + (50 - 1)(4)$

$$= 3 + 196$$

$$= 199$$

ดังนั้น พจน์ที่ 50 ของลำดับคือ 199

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

6. นักเรียนแต่ละคนกำหนดลำดับเลขคณิตมาคนละ 1 ลำดับ โดยที่แต่ละลำดับมี 4 พจน์ จากนั้นให้แต่ละคนเขียนพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต แล้วหาพจน์ที่ 100 ของลำดับดังกล่าว โดยทำลงในสมุด

ชั่วโมงที่ 2

7. ครูบทวนเรื่อง ลำดับเลขคณิต จากชั่วโมงที่แล้วโดยตั้งคำถามดังนี้

- ลำดับเลขคณิตคืออะไร และหาพจน์ทั่วไปได้จากสูตรใด

(แนวตอบ : ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่มีผลต่างของพจน์ที่ $n + 1$ กับพจน์ที่ n แล้วมีค่าคงตัวเสมอ และเรียกผลต่างที่มีค่าคงตัวนี้ว่า ผลต่างร่วม และสูตรพจน์ทั่วไปคือ $a_n = a_1 + (n - 1)d$)

8. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 7, 8 และ 9 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม แล้วร่วมกันตอบคำถามดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 7 ลำดับเลขคณิต 5, 1, -3, -7 จะได้ว่า a_1 และผลต่างร่วมมีค่าเท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : ลำดับเลขคณิต 5, 1, -3, -7 มี $a_1 = 5$ และผลต่างร่วม $d = a_2 - a_1 = 1 - 5 = (-4)$)

- จากตัวอย่างที่ 8 a_1 มีค่าเท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : $a_1 = -1$)

- จากตัวอย่างที่ 8 $\times$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : $x = 2$)

- จากตัวอย่างที่ 9 $\times$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : $x = 2$)

9. ครูเสริมจากกรอบ PROBLEM SOLVING TIP ว่า “การหาพจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิตจะต้องทราบค่า a_1 และ d ก่อนเสมอ”

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

10. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 7, 8 และ 9 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 3-4

ขั้นรู้ (Knowing)

11. ครูทบทวนเรื่อง ลำดับเลขคณิต จากชั่วโมงที่แล้วโดยตั้งคำถามดังนี้

- ลำดับเลขคณิตคืออะไร และหาพจน์ทั่วไปได้จากสูตรใด

(แนวตอบ : ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่มีผลต่างของพจน์ที่ $n + 1$ กับพจน์ที่ n แล้วมีค่าคงตัวเสมอ และเรียกผลต่างที่มีค่าคงตัวนี้ว่า ผลต่างร่วม และสูตรพจน์ทั่วไปคือ $a_n = a_1 + (n-1)d$)

- พจน์ที่ 50 ของลำดับเลขคณิต 11, 6, 1, -4, ... คือจำนวนใด

(แนวตอบ : หาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต คือ $a_n = -5n+16$ และพจน์ที่ 50 คือ $a_{50} = -234$)

12. นักเรียนจับคู่เพื่อศึกษาตัวอย่างที่ 10 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม ดังนี้

- ถ้าลำดับเลขคณิตชุดหนึ่งมีผลบวกและผลคูณของสามพจน์แรกเท่ากับ 9 และ 15 ตามลำดับ ให้หาสามพจน์แรกของลำดับเลขชุดนี้

ให้หาสามพจน์แรกของลำดับเลขคณิต คือ $a-d$, a , $a+d$

$$\text{จะได้ } (a-d)+a+(a+d) = 9$$

$$3a = 9$$

$$a = 3$$

$$\text{และ } (a-d)(a)(a+d) = 15$$

$$(3-d)(3)(3+d) = 15$$

$$9 - d^2 = 5$$

$$d^2 = 4$$

$$d = 2, (-2)$$

เมื่อ $d = 2$ และ $a = 3$ จะได้สามพจน์แรก คือ 1,3,5

$d = (-2)$ และ $a = 3$ จะได้สามพจน์แรกคือ 5,3,1

13. ครูตั้งคำถามเพิ่มเติมจากตัวอย่างที่ 10 ดังนี้

- หาสามพจน์แรกของลำดับเลขคณิตนี้

(แนวตอบ : ถ้า $d = 2$ และ $a = 3$ จะได้สามพจน์แรกคือ 1,3,5

$d = (-2)$ และ $a = 3$ จะได้สามพจน์แรกคือ 5,3,1)

- หาสามพจน์ถัดไปลำดับเลขคณิตนี้

(แนวตอบ : ถ้า $d = 2$ สามพจน์ถัดไปของลำดับ 1, 3, 5, ... คือ 7, 9 และ 11

$d = (-2)$ สามพจน์ถัดไปของลำดับ 5, 3, 1, ... คือ -1, -3 และ -5)

- หาพจน์ทั่วไป และพจน์ที่ 30 ของลำดับเลขคณิตนี้

(แนวตอบ : $a_n = 2n-1$ และพจน์ที่ 30 คือ 59)

14. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปตัวอย่างที่ 11 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับอนุกรม ดังนี้

- จำนวนเต็มตั้งแต่ 100 ถึง 1,000 ที่หารด้วย 7 ลงตัว มีทั้งหมดกี่จำนวน

จำนวนแรกที่หารด้วย 7 ลงตัว คือ 105

จำนวนสุดท้ายที่หารด้วย 7 ลงตัว คือ 994

จะได้ลำดับเลขคณิตคือ 105, 112, 119, ..., 994

จาก $a_n = a_1 + (n-1)d$ เมื่อ $a_1 = 105$, $d = 7$, และ $a_n = 994$

จะได้ $994 = 105 + (n-1)7$

$$994 = 105 + 7n - 7$$

$$7n = 896$$

$$n = 128$$

ดังนั้น จำนวนเต็มตั้งแต่ 100 ถึง 1,000 ที่หารด้วย 7 ลงตัวมีทั้งหมด 128 จำนวน

15. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่าการหาจำนวนพจน์สามารถหาได้ โดยร่วมสรุปกันดังนี้

จากสูตร $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$a_n - a_1 = (n-1)d$$

$$\frac{a_n - a_1}{d} = (n-1)$$

$$n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$$

ดังนั้น การหาจำนวนพจน์สามารถหาได้จากสูตร $n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$ จากการย้ายข้างสมการ

16. ครุยยกตัวอย่างเพิ่มเติมโดยให้นักเรียนร่วมกันแสดงวิธีทำ โดยใช้สูตร $n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$

- ระหว่าง 100 และ 500 มีจำนวนเต็มที่หารด้วย 4 ลงตัว มีกี่จำนวน

$$\text{จาก } n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1, a_n = 500, a_1 = 100 \text{ และ } d = 4$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } n &= \frac{500 - 100}{4} + 1 \\ &= \frac{400}{4} + 1 \\ &= 100 + 1 \\ &= 101 \end{aligned}$$

ดังนั้นระหว่าง 100 และ 500 มีจำนวนเต็มที่หารด้วย 4 ลงตัวมี 101 จำนวน

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

17. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 10 และ 11 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

18. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 10 และ 11 ในหนังสือเรียนรายวิชา พื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

ชั่วโมงที่ 5

ขั้นรู้ (Knowing)

19. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 12 แล้วตั้งคำถามดังนี้

- นักเรียนทราบได้อย่างไรว่าจากตัวอย่างที่ 12 มีลักษณะของโจทย์เป็นลำดับเลขคณิต
(แนวตอบ : เพราะวันชัยมีการจ่ายเงินเพิ่มทุกเดือน เดือนละ 50 บาท อย่างคงตัว)
- นักเรียนทราบค่า a_1, d และ a_n ได้อย่างไร
(แนวตอบ : เนื่องจากโจทย์ระบุว่าชำระเงินคืนเดือนแรก 850 บาท นั่นคือ $a_1 = 850$

วันชัยมีการจ่ายเงินเพิ่มทุกเดือน เดือนละ 50 บาท นั่นคือ $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = d$

วันชัยชำระเงินในเดือนสุดท้ายเป็นเงิน 1,700 บาท หรือพจน์สุดท้าย นั่นคือ $a_n = 1,700$)

- โจทย์ต้องการทราบอะไร และใช้สูตรใดในการคำนวณหาค่าตัวแปร

(แนวตอบ : โจทย์ต้องการทราบว่าวันชัยชำระเงินกู้เงินสหกรณ์เป็นระยะเวลากี่เดือน หรือหาค่า n และใช้สูตรในการคำนวณคือ $a_n = a_1 + (n-1)d$)

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

20. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 12 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

21. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 12 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

22. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม เป็นการบ้าน

ขั้นลงมือทำ (Doing)

23. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3 – 4 คน โดยละความสามารถทางคณิตศาสตร์ ทำกิจกรรมดังนี้

- ให้แต่ละกลุ่มทำแบบฝึกทักษะ 3.1ข ระดับพื้นฐาน และระดับกลาง ทุกข้อลงในสมุด

ขั้นสรุป

1. ครูทบทวนความรู้โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

- ลำดับเลขคณิตคืออะไร

(แนวตอบ ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่มีผลต่างของพจน์ที่ $n + 1$ กับพจน์ที่ n แล้วมีค่าคงตัวเสมอ และเรียกผลต่างที่มีค่าคงตัวนี้ว่า ผลต่างร่วม)

- สัญลักษณ์ที่ใช้ในการคำนวณหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต

(แนวตอบ: พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต คือ $a_n = a_1 + (n-1)d$)

โดยที่ a_1 คือ พจน์แรก หรือพจน์ที่ 1

a_n คือ พจน์ที่ n หรือพจน์สุดท้าย

n คือ จำนวนพจน์

d คือ ผลต่างร่วม)

- เขียนสัญลักษณ์แทนผลบวกสามพจน์แรกของลำดับเลขคณิตซึ่งจะได้ผลบวกเท่ากับ 30

(แนวตอบ : $(a-d)+a+(a+d) = 30$ เมื่อ $a-d$ คือพจน์แรก)

- เขียนสัญลักษณ์แทนผลบวกสี่พจน์แรกของลำดับเลขคณิตซึ่งจะได้ผลบวกเท่ากับ 50

(แนวตอบ : $(a-3d)+(a-d)+(a+d)+(a+3d) = 50$ เมื่อ $a-3d$ คือพจน์แรก)

การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) ลำดับเลขคณิต	- ตรวจแบบฝึกทักษะ 3.1 ข	- แบบฝึกทักษะ 3.1ข	- ร้อยละ 60 ผ่าน เกณฑ์
2) พฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะอันพึง ประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 3.1ข เรื่อง ลำดับเลขคณิต
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

แหล่งการเรียนรู้

-

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค32102) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

จำนวน 24 ชั่วโมง

เรื่อง ลำดับเรขาคณิต

จำนวน 5 ชั่วโมง

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เข้าใจความหมายของลำดับเรขาคณิตได้ (K)
2. หาพจน์ต่าง ๆ ของลำดับเรขาคณิต และนำไปใช้ได้ (K)
3. สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับลำดับเรขาคณิตในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอได้ (P)
4. ตั้งใจและรับผิดชอบหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

สาระการเรียนรู้

ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต

สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ลำดับเรขาคณิต คือ ลำดับที่มีอัตราส่วนของพจน์ที่ $n + 1$ กับพจน์ที่ n แล้วมีค่าคงตัวเสมอ และเรียกอัตราส่วนที่มีค่าคงตัวว่า อัตราส่วนร่วม

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการจำแนกประเภท 2) ทักษะการนำความรู้ไปใช้ 3) ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ 4) ทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย รับผิดชอบ 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1-2

ขั้นนำ

ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

1. ครูกล่าวทบทวนความรู้เรื่องลำดับเลขคณิตดังนี้

- พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต คือ $a_n = a_1 + (n-1)d$

เมื่อ a_1 คือ พจน์แรก

d คือ ผลต่างร่วม

n คือ จำนวนพจน์ในลำดับเลขคณิต

a_n คือ พจน์สุดท้ายของลำดับเลขคณิต

ขั้นสอน

ขั้นรู้ (Knowing)

1. นักเรียนทำกิจกรรม Investigation ดังนี้

ข้อ	ลำดับ	$\frac{a_2}{a_1}$	$\frac{a_3}{a_2}$	$\frac{a_4}{a_3}$	$\frac{a_5}{a_4}$
1	1,2,4,8,16,...	$\frac{2}{1} = 2$	$\frac{4}{2} = 2$	$\frac{8}{4} = 2$	$\frac{16}{8} = 2$
2	3,-9,27,-81,243,...	$\frac{-9}{3} = (-3)$	$\frac{27}{-9} = (-3)$	$\frac{-81}{27} = (-3)$	$\frac{243}{-81} = (-3)$
3	64,32,16,8,4,...	$\frac{32}{64} = \frac{1}{2}$	$\frac{16}{32} = \frac{1}{2}$	$\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$	$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$
4	1,1,1,1,1,1,...	$\frac{1}{1} = 1$	$\frac{1}{1} = 1$	$\frac{1}{1} = 1$	$\frac{1}{1} = 1$
5	1,2,6,24,120,...	$\frac{2}{1} = 2$	$\frac{6}{2} = 3$	$\frac{24}{6} = 4$	$\frac{120}{24} = 5$
6	9,8,6,3,-1,...	$\frac{8}{9}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{-1}{3}$

จะได้ว่า ลำดับในข้อ 1-4 จะมีอัตราส่วนของพจน์หลังกับพจน์หน้าที่อยู่ติดกันดังนี้

- $\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{8}{4} = \frac{16}{8} = 2$ มีค่าคงตัวเท่ากับ 2
- $\frac{-9}{3} = \frac{27}{-9} = \frac{-81}{27} = \frac{243}{-81} = (-3)$ มีค่าคงตัวเท่ากับ (-3)
- $\frac{32}{64} = \frac{16}{32} = \frac{8}{16} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ มีค่าคงตัวเท่ากับ $\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{1}{1} = 1$ มีค่าคงตัวเท่ากับ 1

อัตราส่วนที่อยู่ติดกันในแต่ละคู่จะมีค่าคงตัวที่เท่ากัน ซึ่งจะเรียกลำดับนี้ว่า ลำดับเรขาคณิต และอัตราส่วนที่คงตัว เรียกว่า อัตราส่วนร่วม ใช้สัญลักษณ์ คือ r

2. ครูอธิบายลำดับเรขาคณิตในกรณีทั่วไป และสามารถเขียนพจน์อื่น ๆ ในลำดับเรขาคณิตในรูปของ a_1 และ r เช่น

- $a_2 = a_1 r$
- $a_3 = a_2 r$ หรือ $(a_1 r) r$ หรือ $a_1 r^2$
- $a_4 = a_3 r$ หรือ $(a_1 r^2) r$ หรือ $a_1 r^3$
- $\vdots$
- $a_n = a_{n-1} r$ หรือ $(a_1 r^{n-2}) r$ หรือ $a_1 r^{n-1}$

3. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต ดังนี้

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

เมื่อ a_1 คือ พจน์ที่ 1 ของลำดับเรขาคณิต

r คือ อัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิต

n คือ ลำดับที่ n ของลำดับเรขาคณิต

และ a_n คือ พจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต

4. ครูกยกตัวอย่างที่ 13 และ 14 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม พร้อมร่วมตอบคำถามดังนี้

- ลำดับเรขาคณิตของ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ มี a_1 และค่า r เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : ลำดับเรขาคณิตนี้มี $a_1 = 1$ และ $r = \frac{\frac{3}{2}}{1} = \frac{3}{2}$)

- พจน์ที่ 4 ของลำดับ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : พจน์ที่ 4 ของลำดับ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ มีค่าเท่ากับ $\frac{27}{8}$)

- พจน์ที่ 5 ของลำดับ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : พจน์ที่ 5 ของลำดับ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ มีค่าเท่ากับ $\frac{81}{16}$)

- พจน์ที่ 6 ของลำดับ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : พจน์ที่ 6 ของลำดับ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ มีค่าเท่ากับ $\frac{243}{32}$)

- พจน์ที่ 7 ของลำดับ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : พจน์ที่ 7 ของลำดับ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ มีค่าเท่ากับ $\frac{729}{64}$)

- ลำดับเรขาคณิตของ $\frac{1}{16}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \dots$ มี a_1 และ ค่า r เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : ลำดับเรขาคณิตนี้มี $a_1 = \frac{1}{16}$ และ $r = -\frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{16}} = -2$)

- พจน์ที่ 10 ของลำดับ $\frac{1}{16}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \dots$ เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : พจน์ที่ 10 ของลำดับ $\frac{1}{16}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \dots$ มีค่าเท่ากับ -32)

5. ครุยกตัวอย่างเพิ่มเติมโดยให้นักเรียนร่วมกันแสดงวิธีทำดังนี้

- ให้เขียนพจน์ถัดไปของลำดับเรขาคณิต $75, 15, 3, \frac{3}{5}, \dots$

ลำดับเรขาคณิตนี้มี $a_1 = 75$, อัตราส่วนร่วม $r = \frac{15}{75} = \frac{1}{5}$ และ $n=5$

$$\begin{aligned} \text{จาก } a_n &= a_1 r^{n-1} \\ &= 75 \left(\frac{1}{5} \right)^{5-1} \\ &= 75 \left(\frac{1}{5} \right)^4 \\ &= 75 \left(\frac{1}{625} \right) \end{aligned}$$

$$= \frac{75}{625}$$

พจน์ถัดไปของลำดับเรขาคณิต 75, 15, 3, $\frac{3}{5}$, ... คือ $\frac{75}{625}$

- ให้หาพจน์ที่ 6 ของลำดับเรขาคณิต 1, 2, 4, 8, ...

ลำดับเรขาคณิตนี้มี $a_1 = 1$ และ อัตราส่วนร่วม $r = \frac{2}{1} = 2$

$$\begin{aligned} \text{จาก } a_n &= a_1 r^{n-1} \\ &= (1)(2)^{6-1} \\ &= 2^5 \\ &= 32 \end{aligned}$$

ดังนั้น พจน์ที่ 6 ของลำดับเรขาคณิต 1, 2, 4, 8, ... คือ 32

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

6. นักเรียนจับคู่ทำกิจกรรมต่อไปนี้

- ทบทวนความรู้เรื่อง ลำดับเรขาคณิต และพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต $a_n = a_1 r^{n-1}$

โดยให้แต่ละคนเขียนลำดับเรขาคณิตมาคนละ 4 พจน์ ลงในสมุด

ชั่วโมงที่ 3

ขั้นสอน

ขั้นรู้ (Knowing)

7. ครูทบทวนเรื่อง ลำดับเรขาคณิต จากชั่วโมงที่แล้วดังนี้

- ลำดับเรขาคณิตคืออะไร และหาพจน์ทั่วไปได้จากสูตรใด

(แนวตอบ : ลำดับที่มีอัตราส่วนของพจน์ที่ $n + 1$ กับพจน์ที่ n แล้วมีค่าคงตัวเสมอ

และเรียกอัตราส่วนที่มีค่าคงตัวว่า อัตราส่วนร่วม และสูตรพจน์ทั่วไปคือ $a_n = a_1 r^{n-1}$)

- พจน์ที่ 30 ของลำดับเรขาคณิต 15, -5, $-\frac{5}{3}$, $-\frac{5}{9}$, ... คือจำนวนใด

(แนวตอบ : หาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต คือ $a_n = 15 \left(-\frac{1}{3} \right)^{n-1}$

และพจน์ที่ 30 คือ $a_{30} = 15 \left(-\frac{1}{3} \right)^{29}$)

8. ครูอธิบายเกี่ยวกับการหาพจน์ของลำดับเรขาคณิตจากตัวอย่างที่ 15 และ 16 จากหนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม โดยตั้งคำถามดังนี้

- ลำดับเรขาคณิต $2, 2\sqrt{2}, 4, 4\sqrt{2}, \dots$ มี a_1 และ ค่า r เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : ลำดับเรขาคณิต $2, 2\sqrt{2}, 4, 4\sqrt{2}, \dots$ มี $a_1 = 2$ และ

อัตราส่วนร่วม $r = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$)

- พจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิต $2, 2\sqrt{2}, 4, 4\sqrt{2}, \dots$ เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : พจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิต $2, 2\sqrt{2}, 4, 4\sqrt{2}, \dots$ $a_n = 2(\sqrt{2})^{n-1}$)

- ลำดับเรขาคณิตของ $1, \sqrt{3}, 3, \dots$ มี a_1 และ ค่า r เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : ลำดับเรขาคณิตของ $1, \sqrt{3}, 3, \dots$ มี $a_1 = 1$

และอัตราส่วนร่วม $r = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$)

- 243 เป็นพจน์ที่เท่าใดของลำดับเรขาคณิตที่มี $1, \sqrt{3}, 3, \dots$

(แนวตอบ : 243 เป็นพจน์ที่ 11 ของลำดับ $1, \sqrt{3}, 3, \dots$)

- นักเรียนสามารถหาพจน์ทั่วไปและหาค่า n ของลำดับเรขาคณิตโดยใช้วิธีใด

(แนวตอบ : โดยแทนสมการทั่วไปและหาค่าออกมา)

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

9. นักเรียนฝึกทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 15 และ 16 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

10. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 15 และ 16 ในหนังสือเรียนรายวิชา พื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

ชั่วโมงที่ 4

11. ครูทบทวนเรื่อง ลำดับเรขาคณิต จากชั่วโมงที่แล้วดังนี้

- ลำดับเรขาคณิตคืออะไร และหาพจน์ทั่วไปได้จากสูตรใด

(แนวตอบ : ลำดับที่มีอัตราส่วนของพจน์ที่ $n + 1$ กับพจน์ที่ n แล้วมีค่าคงตัวเสมอ และเรียก

อัตราส่วนที่มีค่าคงตัวว่า อัตราส่วนร่วม และสูตรพจน์ทั่วไปคือ $a_n = a_1 r^{n-1}$)

12. ครูยกโจทย์ตัวอย่างที่ 17 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม จากนั้นตั้งคำถามดังนี้

- ถ้านักเรียนต้องการทราบพจน์ที่ 6 ของลำดับเรขาคณิตดังกล่าว นักเรียนจะต้องทราบค่า

ใดบ้าง

(แนวตอบ : พจน์ที่ 1 และ r)

- นักเรียนจะหาพจน์ที่ 1 และ r ได้อย่างไร เมื่อโจทย์กำหนด $a_3 = 2$ และ $a_7 = 2592$

(แนวตอบ : จัดรูป $a_3 = 2$ ให้เป็น $a_1 r^2 = 2$ (1)

และ $a_7 = 2592$ ให้เป็น $a_1 r^6 = 2592$ (2)

จากนั้นแก้ระบบสมการเพื่อหาค่า a_1 และ r)

จากนั้นนำค่า a_1 และ r มาแทนค่าใน $a_6 = a_1 r^5$ เพื่อหาค่าพจน์ที่ 6

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

13. นักเรียนฝึกทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 17 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

14. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 17 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

ชั่วโมงที่ 5

ขั้นสอน

ขั้นรู้ (Knowing)

15. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 18 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม และร่วมตอบคำถามดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 18 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม หลังจากลูกบอลกระทบพื้นครั้งที่ 10 ลูกบอลจะกระดอนไปได้กี่เมตร

(แนวตอบ : $108 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{10-1} \approx 2.81$)

- ถ้าลูกบอลลูกนี้ถูกปล่อยจากความสูง 450 เมตร ให้หาว่าหลังจากลูกบอลกระทบพื้นครั้งที่ 6 ลูกบอลจะกระดอนขึ้นไปได้กี่เมตร

(แนวตอบ : ลูกบอลกระทบพื้นครั้งที่ 1 ลูกบอลจะขึ้นไปได้สูงเท่ากับ เมตร $450 \times \frac{2}{3} = 300$)

ลูกบอลกระทบพื้นครั้งที่ 6 ลูกบอลจะขึ้นไปได้สูงเท่ากับ $300 \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 \approx 39.51$ เมตร)

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

16. นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันสืบค้นจากอินเทอร์เน็ตหรือในหนังสือหาแนวข้อสอบ O-NET หัวข้อ โจทย์ประยุกต์เกี่ยวกับ เรื่อง ลำดับเรขาคณิต มากกลุ่มละ 1 ข้อ เขียนโจทย์และวิธีทำลงในกระดาษ A4
17. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม เป็นการบ้าน

ขั้นลงมือทำ (Doing)

18. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3 – 4 คน โดยละความสามารถทางคณิตศาสตร์ ทำกิจกรรมดังนี้
 - ให้แต่ละกลุ่มทำแบบฝึกทักษะ 3.1ค ลงในสมุด โดยให้สมาชิกในกลุ่มปรึกษากัน

ขั้นสรุป

1. ครูทบทวนความรู้โดยใช้การถาม-ตอบดังนี้
 - ลำดับเรขาคณิตคืออะไร
(แนวตอบ : ลำดับเรขาคณิต คือ ลำดับที่มีอัตราส่วนของพจน์ที่ $n + 1$ กับพจน์ที่ n แล้วมีค่าคงตัวเสมอ และเรียกอัตราส่วนที่มีค่าคงตัวว่า อัตราส่วนร่วม และสูตรพจน์ทั่วไปคือ $a_n = a_1 r^{n-1}$)
 - บอกสัญลักษณ์ที่ใช้ในการคำนวณหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต
(แนวตอบ : พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต คือ $a_n = a_1 r^{n-1}$
โดยที่ a_1 คือ พจน์แรก หรือพจน์ที่ 1
 a_n คือ พจน์ที่ n หรือพจน์สุดท้าย
 n คือ จำนวนพจน์
 r คือ อัตราส่วนร่วม)
 - ให้เขียนสัญลักษณ์แทนผลคูณสามพจน์แรกของลำดับเรขาคณิต ซึ่งจะได้ผลคูณเท่ากับ 1000
(แนวตอบ : $(ar^{-1})(a)(ar) = 1000$ เมื่อ ar^{-1} คือ พจน์แรก)
 - ให้เขียนสัญลักษณ์แทนผลคูณสี่พจน์แรกของลำดับเรขาคณิต ซึ่งจะได้ผลคูณเท่ากับ 625
(แนวตอบ : $(ar^{-3})(ar^{-1})(ar)(ar^3) = 625$ เมื่อ (ar^{-3}) คือ พจน์แรก)

การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) ลำดับเรขาคณิต		- แบบฝึกทักษะ 3.1ค	

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
	- ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 3.1ค		- ร้อยละ 60 ผ่าน เกณฑ์
2) พฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะอันพึง ประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 3.1ค เรื่อง ลำดับเรขาคณิต
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

แหล่งการเรียนรู้

- 1) อินเทอร์เน็ต
- 2) หนังสือแนวข้อสอบ O-NET

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค32102) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

จำนวน 24 ชั่วโมง

เรื่อง อนุกรมเลขคณิต

จำนวน 6 ชั่วโมง

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของอนุกรมเลขคณิตได้ (K)
2. หาผลบวกต่าง ๆ ของอนุกรมเลขคณิต และนำไปใช้ได้ (K)
3. สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับอนุกรมเลขคณิตในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอได้ (P)
4. ตั้งใจและรับผิดชอบหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

สาระการเรียนรู้

อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

อนุกรมเลขคณิต คือ อนุกรมที่ได้จากลำดับเลขคณิต และมีผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิตเป็น

ผลต่างร่วมของอนุกรมเลขคณิตด้วย สูตรผลบวกการหาอนุกรมเลขคณิต คือ $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ หรือ $S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ 2) ทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย รับผิดชอบ 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

1. ครูกล่าวทบทวนความรู้เรื่องลำดับเลขคณิตโดยตั้งคำถามดังนี้

- ยกตัวอย่างของลำดับเลขคณิตมา 3 ลำดับ

(แนวตอบ 1) 4,7,10,13

2) 5, 8,11,14,...

3) 1,-4,-9,-14,...)

- จากตัวอย่างข้างต้น ให้นักเรียนเขียนลำดับเลขคณิตให้อยู่ในรูปการบวก

(แนวตอบ 1) $4 + 7 + 10 + 13$ 2) $5 + 8 + 11 + 14 + \dots$ 3) $1 + (-4) + (-9) + (-14) + \dots$

2. ครูกล่าวเพิ่มเติมจากข้อ 1. ว่า “ผลบวกที่ได้จากลำดับเลขคณิต เรียกว่า อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมที่ได้จากลำดับจำกัด เรียกว่าอนุกรมจำกัด ดังตัวอย่างข้อ 1) เป็นอนุกรมจำกัด และอนุกรมที่ได้จากลำดับอนันต์ เรียกว่า อนุกรมอนันต์ ดังตัวอย่างข้อ 2) และ 3)”

ขั้นสอน

ขั้นรู้ (Knowing)

1. ครูกล่าวเพิ่มเติมว่าผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเรียกว่า อนุกรม นั่นคือ

เมื่อ a_1 คือ พจน์แรกของอนุกรม a_2 คือ พจน์ที่สองของอนุกรม a_3 คือ พจน์ที่สามของอนุกรม a_n คือ พจน์ที่ n ของอนุกรมถ้า $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นลำดับจำกัด แล้ว $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ เรียกว่า อนุกรมจำกัด

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ เป็นลำดับอนันต์แล้ว $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$ เรียกว่า อนุกรมอนันต์

2. ครูยกตัวอย่างของอนุกรม ดังนี้

- $3 + 6 + 9 + 12 + 15$ เป็นอนุกรมจำกัดที่ได้จากลำดับจำกัด 3, 6, 9, 12, 15

- $25 + 20 + 15 + 10 + \dots$ เป็นอนุกรมอนันต์ที่ได้จากลำดับอนันต์
- $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$ เป็นอนุกรมอนันต์ที่ได้จากลำดับอนันต์

บทนิยาม กำหนด $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$ เป็นอนุกรมอนันต์

$$\text{ให้ } S_1 = a_1$$

$$S_2 = a_1 + a_2$$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

$$\vdots$$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

เรียก S_n ว่าผลบวกย่อย n พจน์แรกของอนุกรม เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก และเขียนในรูปแบบ

สัญลักษณ์แทนการบวกโดยใช้ตัวอักษรกรีก Σ เรียกว่า ซิกมา เช่น

อนุกรมจำกัด $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์

$$\sum_{i=1}^n a_i \text{ อ่านว่า ผลบวก } a_i \text{ เมื่อ } i \text{ มีค่าตั้งแต่ } 1 \text{ ถึง } n$$

ตัวอย่างเช่น

$$\sum_{i=1}^4 5i = 5(1) + 5(2) + 5(3) + 5(4)$$

$$\sum_{i=1}^6 x^2 = (1)^2 + (2)^2 + (3)^2 + (4)^2 + (5)^2 + (6)^2$$

อนุกรมอนันต์ $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i \text{ อ่านว่า ผลบวก } a_i \text{ เมื่อ } i \text{ เมื่อ } i \text{ มีค่าตั้งแต่ } 1 \text{ ขึ้นไป}$$

ตัวอย่างเช่น

$$\sum_{i=1}^{\infty} (i^2 - i) = (1^2 - 1) + (2^2 - 2) + (3^2 - 3) + (4^2 - 4) + \dots + (n^2 - n) + \dots$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{i+1} \right) = \left(\frac{1}{1+1} \right) + \left(\frac{1}{2+1} \right) + \left(\frac{1}{3+1} \right) + \left(\frac{1}{4+1} \right) + \dots + \left(\frac{1}{n+1} \right) + \dots$$

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

3. นักเรียนแบ่งกลุ่มๆ ละ 3-4 คน ให้ไปศึกษาเรื่องเกี่ยวกับการบวกและลบของ Σ แล้วนำมาอภิปรายหน้าชั้นเรียนในคาบถัดไป

ชั่วโมงที่ 2

ขั้นรู้ (Knowing)

4. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 19 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมแล้วร่วมตอบคำถามดังนี้

- จาก $\sum_{i=1}^{10} 5$ มีจำนวนบวกกันทั้งหมดกี่พจน์

(แนวตอบ : $\sum_{i=1}^{10} 5$ มี 10 พจน์)

- จาก $\sum_{i=1}^{10} 5$ มีผลลัพธ์ทั้งหมดเท่าไร

(แนวตอบ : $\sum_{i=1}^{10} 5$ เท่ากับ $5+5+5+5+5+5+5+5+5+5 = 50$)

- จาก $\sum_{i=3}^9 (3i - 5)$ เป็นอนุกรมประเภทใด

(แนวตอบ : $\sum_{i=3}^9 (3i - 5)$ เป็นอนุกรมจำกัด)

- จาก $\sum_{i=3}^9 (3i - 5)$ มีการกระจายผลลัพธ์อย่างไร

(แนวตอบ :

$$\begin{aligned} \sum_{i=3}^9 (3i - 5) &= [3(3) - 5] + [3(4) - 5] + [3(5) - 5] + [3(6) - 5] + [3(7) - 5] \\ &\quad + [3(8) - 5] + [3(9) - 5] \end{aligned}$$

- แสดงวิธีทำของ $\sum_{k=1}^5 (2k - 3)^2$

(แนวตอบ :

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=1}^5 (2k-3)^2 &= [2(1)-3]^2 + [2(2)-3]^2 + [2(3)-3]^2 + [2(4)-3]^2 + [2(5)-3]^2 \\
 &= (-1)^2 + 1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 \\
 &= 1+1+9+25+49 \\
 &= 85
 \end{aligned}$$

5. ครูกำลังถึงสมบัติของสัญลักษณ์แทนการบวก Σ ดังนี้

$$1) \sum_{i=1}^n c = nc \quad \text{เมื่อ } c \text{ เป็นค่าคงตัว}$$

$$\text{เช่น } \sum_{i=1}^6 3 = 6(3) = 18$$

$$\sum_{i=1}^7 8 = 7(8) = 56$$

$$2) \sum_{i=1}^n c a_i = c \sum_{i=1}^n a_i \quad \text{เมื่อ } c \text{ เป็นค่าคงตัว}$$

$$\text{เช่น } \sum_{j=1}^7 3j = 3 \sum_{j=1}^7 j = 3(1+2+3+4+5+6+7) = 3(28) = 84$$

$$\sum_{i=1}^5 6i = 6 \sum_{i=1}^5 i = 6(1+2+3+4+5) = 6(15) = 90$$

$$3) \sum_{i=1}^n (a_i + b_i) = \sum_{i=1}^n a_i + \sum_{i=1}^n b_i$$

$$\begin{aligned}
 \text{เช่น } \sum_{i=1}^5 (4i + 6i) &= \sum_{i=1}^5 4i + \sum_{i=1}^5 6i = 4 \sum_{i=1}^5 i + 6 \sum_{i=1}^5 i \\
 &= 4(1+2+3+4+5) + 6(1+2+3+4+5) \\
 &= 4(15) + 6(15) \\
 &= 60 + 90 \\
 &= 150
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^7 (i + 9i) &= \sum_{i=1}^7 i + \sum_{i=1}^7 9i = \sum_{i=1}^7 i + 9 \sum_{i=1}^7 i \\
 &= (1+2+3+4+5+6+7) + 9(1+2+3+4+5+6+7) \\
 &= 28+252
 \end{aligned}$$

$$= 280$$

$$4) \sum_{i=1}^n (a_i - b_i) = \sum_{i=1}^n a_i - \sum_{i=1}^n b_i$$

$$\text{เช่น } \sum_{i=1}^5 (3i^2 - 4i) = \sum_{i=1}^5 3i^2 - \sum_{i=1}^5 4i$$

$$= 3 \sum_{i=1}^5 i^2 - 4 \sum_{i=1}^5 i$$

$$= 3(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2) - 4(1 + 2 + 3 + 4 + 5)$$

$$= 3(55) - 4(15)$$

$$= 165 - 60$$

$$= 105$$

$$\sum_{i=1}^8 (9i - i^2) = \sum_{i=1}^8 9i - \sum_{i=1}^8 i^2 = 9 \sum_{i=1}^8 i - \sum_{i=1}^8 i^2$$

$$= 9(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8) - (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2)$$

$$= 9(36) - (1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64)$$

$$= 324 - 204$$

$$= 120$$

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

6. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3-4 คน โดยให้ศึกษาตัวอย่างที่ 20, 21 และ 22 พร้อมทั้งทำแบบฝึกทักษะที่ 3.2ก เรื่อง อนุกรมเลขคณิต เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 3

ขั้นรู้ (Knowing)

7. นักเรียนจับคู่ทำกิจกรรม Class Discussion แล้วตอบคำถามจากกิจกรรมดังนี้

- ให้หาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเลขคณิต 1, 3, 5, 7, 9, 11

(แนวตอบ : ผลบวกของ 1, 3, 5, 7, 9, 11 คือ $1+3+5+7+9+11 = 36$)

- ให้หาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเลขคณิต 1, 3, 5, ..., 99

(แนวตอบ : ผลบวกของ 1, 3, 5, ..., 99 คือ $1+3+5+7+\dots+93+95+97+99 = 2500$)

8. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปผลที่ได้จากกิจกรรมได้ดังนี้

- ผลบวกของอนุกรมที่มีจำนวนพจน์น้อย ๆ สามารถนำแต่ละพจน์มาบวกกันได้

คือ $S_6 = 1+3+5+7+9+11$ หรือ $S_6 = 36$

- ผลบวกที่มีจำนวนพจน์มาก ๆ ทำให้ไม่สะดวกในการหาผลบวกแต่สามารถทำได้โดยใช้แนวคิดของเกาส์ในการคำนวณดังนี้

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 93 + 95 + 97 + 99$$

จากผลบวกข้างต้น จะได้ว่าแต่ละคู่มีผลบวกเท่ากับ 100 ซึ่งจะมีทั้งหมด 25 คู่

ดังนั้น ผลบวกทั้งหมดของ $1+3+5+7+\dots+93+95+97+99$

หรือ $S_{50} = [100 \times 49] + 50 = 2500$

9. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า จากแนวคิดของเกาส์ดังกล่าวนำมาหาผลบวกในกรณีทั่วไปของอนุกรมเลขคณิต ซึ่งมีสูตรผลบวกได้ดังนี้

$$\text{ให้ } S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

$$S_n = a_1 + (a_1 + d) + \dots + (a_n - 2d) + (a_n - d) + a_n \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$S_n = a_n + (a_n - d) + \dots + (a_1 + 2d) + (a_1 + d) + a_1 \quad \dots\dots\dots(2)$$

นำ (1)+(2)

$$2S_n = \underbrace{(a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + \dots + (a_1 + a_n)}_{n \text{ พจน์}}$$

$$2S_n = n(a_1 + a_n)$$

ดังนั้น $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$

เมื่อ a_1 คือ พจน์ที่ 1 ของอนุกรมเลขคณิต

a_n คือ พจน์ที่ n ของอนุกรมเลขคณิต

n คือ จำนวนพจน์ของอนุกรมเลขคณิต

และ S_n คือ ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต

เนื่องจาก $a_n = a_1 + (n-1)d$ แทนในสูตร $\frac{n(a_1 + a_n)}{2}$

จะได้ $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$

$$S_n = \frac{n}{2} [a_1 + (a_1 + (n-1)d)]$$

ดังนั้น $S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$

เมื่อ a_1 คือ พจน์ที่ 1 ของอนุกรมเลขคณิต

d คือ ผลต่างร่วมของอนุกรมเลขคณิต

n คือ จำนวนพจน์ของอนุกรมเลขคณิต
และ S_n คือ ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

10. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3-4 คน ให้ไปศึกษาเรื่องเกี่ยวกับอนุกรมเลขคณิต แล้วนำมาอภิปรายหน้าชั้นเรียนในคาบถัดไป

ชั่วโมงที่ 4

ขั้นรู้ (Knowing)

11. ครูกยกตัวอย่างที่ 23 และ 24 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมแล้วตั้งคำถามดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 23 “ให้หาผลบวก 30 พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต $1 + 4 + 7 + \dots$ ”

นักเรียนทราบอะไรจากโจทย์

(แนวตอบ : $a_1 = 1, d = 4 - 1 = 3$ และ $n = 30$)

- จากตัวอย่างที่ 23 นักเรียนเลือกใช้สูตรใดในการคำนวณหาผลบวกของอนุกรมเลขคณิต

(แนวตอบ : $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$)

- จากตัวอย่างที่ 24 นักเรียนทราบค่าอะไรบ้าง

(แนวตอบ : $a_1 = 9, d = 12 - 9 = 3$ และ $a_n = 30$)

- จากตัวอย่างที่ 24 นักเรียนจะทราบจำนวนพจน์ของอนุกรมเลขคณิตนี้ได้อย่างไร

(แนวตอบ : หาจำนวนพจน์จากสูตรลำดับเลขคณิต คือ $a_n = a_1 + (n-1)d$)

- จากตัวอย่างที่ 24 ให้นักเรียนลองคำนวณหาค่า n แล้วหาผลบวก 50 พจน์แรกของอนุกรมนี้

$$\begin{aligned} \text{(แนวตอบ : หาผลบวกของ 50 พจน์ จาก } S_n &= \frac{n(a_1 + a_n)}{2} \\ S_{50} &= \frac{50}{2}(9 + 156) \\ &= 25(165) \\ &= 4,125 \end{aligned}$$

ดังนั้น ผลบวกทั้ง 50 พจน์ของอนุกรมเลขคณิตนี้คือ 4,125)

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

12. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 23 และ 24 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 5

ขั้นรู้ (Knowing)

13. ครูกล่าวทบทวนเรื่อง การหาผลบวกอนุกรมเลขคณิต จากชั่วโมงที่แล้ว โดยตั้งคำถามดังนี้

- ถ้านักเรียนทราบค่า a_1, a_n, n ของอนุกรมเลขคณิตควรจะใช้สูตรใดในการคำนวณ

(แนวตอบ : $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$)

- ถ้านักเรียนทราบค่า a_1, d, n ของอนุกรมเลขคณิตควรจะใช้สูตรใดในการคำนวณ

(แนวตอบ : $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$)

- ถ้านักเรียนไม่ทราบค่าจำนวนพจน์ของอนุกรมเลขคณิตจะหาได้จากสูตรใด

(แนวตอบ : หาจำนวนพจน์จากสูตรลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n-1)d$)

14. นักเรียนจับคู่ศึกษาตัวอย่างที่ 25 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

15. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน เพื่อศึกษาตัวอย่างที่ 26 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม แล้วตอบคำถามดังนี้

- จำนวนแรกทีหารด้วย 3 ลงตัว คือจำนวนใด

(แนวตอบ : จำนวนแรกทีหารด้วย 3 ลงตัวคือ 51)

- จำนวนที่สองทีหารด้วย 3 ลงตัวคือจำนวนใด

(แนวตอบ : จำนวนที่สองทีหารด้วย 3 ลงตัวคือ 54)

- จำนวนที่สามทีหารด้วย 3 ลงตัว คือจำนวนใด

(แนวตอบ : จำนวนที่สามทีหารด้วย 3 ลงตัวคือ 57)

- จำนวนสุดท้ายทีหารด้วย 3 ลงตัว คือจำนวนใด

(แนวตอบ : จำนวนสุดท้ายทีหารด้วยสามลงตัวคือ 189)

- เมื่อนำสามพจน์แรก 51, 54, 57, ..., 189 มาเรียงต่อกันจะเป็นลำดับชนิดใด

(แนวตอบ : ลำดับเลขคณิต เพราะมีผลต่างร่วม $d = 3$)

16. ครูสรุปจากคำถามข้างต้น ลำดับเลขคณิตมีความสัมพันธ์กับอนุกรมเลขคณิต ซึ่งอนุกรมเลขคณิตที่ได้คือ $51+54+57+..+189$

- นักเรียนหาจำนวนพจน์ของอนุกรมเลขคณิตได้อย่างไร
(แนวตอบ : หาจำนวนพจน์จาก $a_n = a_1 + (n-1)d$)
- เมื่อแก้สมการหาค่า n แล้ว จะหาผลบวกได้จากสูตรใด

(แนวตอบ : $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$)

ชั้นเข้าใจ (Understanding)

17. นักเรียนแต่ละคนหาผลบวกของจำนวนเต็มที่มีค่าอยู่ระหว่าง 50 และ 190 แต่หารด้วย 5 ลงตัว โดยใช้หลักการเดียวกันกับตัวอย่างที่ 26 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมเป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 6

ชั้นรู้ (Knowing)

18. ครูยกตัวอย่างที่ 27 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมแล้วตั้งคำถามดังนี้

- นิธิตเดินทางวันแรกถึงวันที่สามเป็นระยะทางเท่าใดในแต่ละวัน
(แนวตอบ : วันแรกเดินทางได้ 50 กิโลเมตร
วันที่สองเดินทางได้ 48 กิโลเมตร
วันที่สามเดินทางได้ 46 กิโลเมตร)
- ระยะทางในแต่ละวันที่นิธิตเดินทางได้เพิ่มขึ้นหรือลดลงอย่างไร
(แนวตอบ : ลดลงอย่างคงที่วันละ 2 กิโลเมตร)
- ถ้าต้องการทราบระยะทางทั้งหมดที่นิธิตเดินทางได้ จะมีวิธีคิดอย่างไร
(แนวตอบ : ระยะทางทั้งหมดหาได้จากอนุกรมเลขคณิต)
- จากโจทย์ นักเรียนทราบค่าอะไรบ้าง
(แนวตอบ : $a_1 = 50$, $d = -2$ และ $a_n = 22$)
- นักเรียนจะหาจำนวนวันที่นิธิตเดินทางได้จากสูตรใด
(แนวตอบ : $a_n = a_1 + (n-1)d$)

19. ครูแทนค่าลงไปในสมการ $a_n = a_1 + (n-1)d$ เพื่อหาค่า n ดังนี้

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$22 = 50 + (n-1)(-2)$$

$$22 = 50 - 2n + 2$$

$$2n = 30$$

$$n = 15$$

หาระยะทางทั้งหมดที่นิธิตเดินทางได้เท่ากับ $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

นั่นคือ $S_{15} = \frac{15}{2}[2(50) + (15-1)(-2)] = 540$

20. ครูตั้งคำถามเพิ่มเติมจากตัวอย่างที่ 26 ดังนี้

- ถ้านิธิตเดินทางในแต่ละวัน คือ 20, 25 และ 30 ตามลำดับ จะเป็นลำดับเลขคณิตหรือไม่ อย่างไร

(แนวตอบ : เป็นลำดับเลขคณิต เพราะนิธิตเดินทางเพิ่มขึ้นวันละ 5 กิโลเมตร อย่างคงตัว)

- ถ้านิธิตเดินทางวันสุดท้ายได้ 70 กิโลเมตร จะหาระยะทางทั้งหมดได้เท่าใด

(แนวตอบ : $a_n = a_1 + (n-1)d$)

$$70 = 20 + (n-1)(5)$$

$$n = 11$$

- โจทย์ต้องการทราบอะไร และใช้สูตรใดในการคำนวณหาค่าตัวแปร

(แนวตอบ : $S_{11} = \frac{11}{2}[2(20) + (11-1)(5)] = 495$ กิโลเมตร)

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

- นักเรียนเขียนสรุปความรู้เรื่อง อนุกรมเลขคณิต ลงในสมุด
- นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม เป็นการบ้าน

ขั้นลงมือทำ (Doing)

- นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน โดยละความสามารถทางคณิตศาสตร์ ทำกิจกรรมดังนี้
 - ให้แต่ละกลุ่มทำแบบฝึกทักษะ 3.2ก ลงในสมุด

ขั้นสรุป

- ครูทบทวนความรู้โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้
 - อนุกรมเลขคณิตคืออะไร

(แนวตอบ : อนุกรมเลขคณิต คือ ผลบวกที่ได้จากลำดับเลขคณิต และจะมีผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิตเป็นผลต่างร่วมของอนุกรมเลขคณิตด้วย

- บอกสัญลักษณ์ และสูตรที่ใช้ในการคำนวณหาผลบวกของอนุกรมเลขคณิต

(แนวตอบ : สูตรผลบวกการหาอนุกรมเลขคณิต คือ $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$

หรือ $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

โดยที่ a_1 คือ พจน์แรก หรือพจน์ที่ 1

a_n คือ พจน์ที่ n หรือพจน์สุดท้าย

n คือ จำนวนพจน์

d คือ ผลต่างร่วม)

การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) อนุกรมเลขคณิต	- ตรวจแบบฝึกทักษะ 3.2ก	- แบบฝึกทักษะ 3.2ก	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะอันพึง ประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการ ทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 3.2ก เรื่อง อนุกรมเลขคณิต
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

แหล่งการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5	
รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค32102) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5	ภาคเรียนที่ 2
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ลำดับและอนุกรม	จำนวน 24 ชั่วโมง
เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต	จำนวน 3 ชั่วโมง

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของอนุกรมเรขาคณิตได้ (K)
2. หาผลบวกต่าง ๆ ของอนุกรมเรขาคณิต และนำไปใช้ได้ (K)
3. สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับอนุกรมเรขาคณิตในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอได้ (P)
4. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

สาระการเรียนรู้

อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

อนุกรมเรขาคณิต คือ อนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต และมีอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตเป็นอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิตด้วย สูตรผลบวกการหาอนุกรมเรขาคณิต คือ $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$
หรือ $S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$ เมื่อ $r \neq 1$

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
-------------------------	------------------------

1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ 2) ทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย รับผิดชอบ 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน
--	---

กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1-2

ขั้นนำ

ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

1. ครูทบทวนความรู้เรื่องลำดับเรขาคณิต โดยตั้งคำถามดังนี้

- ยกตัวอย่างของลำดับเรขาคณิตมา 3 ลำดับ

(แนวตอบ : 1. 5, 10, 20, 40

2. $50, 25, 5, \frac{1}{5}, \dots$

3. 3, -6, 12, -24, ...)

- จากตัวอย่างข้างต้นให้นักเรียนเขียนลำดับเรขาคณิตให้อยู่ในรูปการบวก

(แนวตอบ : 1. $5+10+20+40$

2. $50+25+5 + \frac{1}{5} + \dots$

3. $3 + (-6) + 12 + (-24) + \dots$)

2. ครูอธิบายเพิ่มเติมจากข้อ 1. ว่า “ผลบวกที่ได้จากลำดับเรขาคณิต เรียกว่า อนุกรมเรขาคณิต”

ขั้นสอน

ขั้นรู้ (Knowing)

1. นักเรียนจับคู่ทำกิจกรรม Class Discussion แล้วตอบคำถามจากกิจกรรม

- ให้หาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเรขาคณิต 1, 2, 4, 8, 16, 32

(แนวตอบ : ผลบวกของ 1, 2, 4, 8, 16, 32 คือ 63)

- ให้หาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเรขาคณิต 1, 2, 4, ..., 4,096

(แนวตอบ : ผลบวกของ 1, 2, 4, ..., 4,096 คือ 8,191)

2. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปผลที่ได้จากกิจกรรม ดังนี้

- ผลบวกของอนุกรมที่มีจำนวนพจน์น้อย ๆ สามารถนำแต่ละพจน์มาบวกกันได้ นั่นคือ

$$S_6 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 63$$

- ผลบวกที่มีจำนวนพจน์มากๆจะทำให้ไม่สะดวกในการหาผลบวกแต่สามารถหาผลบวกโดยใช้

วิธีดังนี้ให้ $S = 1+2+4+8+\dots+4,096$ (1)

นำ $2 \times (1)$ $2S = 2+4+8+\dots+4,096+8,192$ (2)

นำ $(2) - (1)$ $S = 8,192 - 1 = 8,191$

3. นักเรียนและครูร่วมพิจารณาในการหาพจน์ทั่วไปได้ดังนี้

ให้ $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$

$$S_n = a_1 + a_1r + a_1r^2 + \dots + a_1r^{n-1} \quad \dots(1)$$

นำ $r \times (1)$ $rS_n = a_1r + a_1r^2 + \dots + a_1r^{n-1} + a_1r^n$ (2)

นำ $(2) - (1) : rS_n - S_n = a_1r^n - a_1$

$$(r - 1)S_n = a_1r^n - a_1$$

$$(r - 1)S_n = a_1(r^n - 1)$$

ดังนั้น $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$ หรือ $S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$ โดยที่ $r \neq 1$

เมื่อ a_1 คือ พจน์ที่ 1 ของอนุกรมเรขาคณิต

r คือ อัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิต

และ S_n คือ ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

จาก $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$

$$S_n = \frac{a_1r^n - a_1}{r - 1}$$

$$S_n = \frac{(a_1r^{n-1})r - a_1}{r - 1}$$

เนื่องจาก $a_n = a_1r^{n-1}$ แทนในสูตร $S_n = \frac{(a_1r^{n-1})r - a_1}{r - 1}$

จะได้ $S_n = \frac{(a_nr - a_1)}{r - 1}$

ดังนั้น $S_n = \frac{a_nr - a_1}{r - 1}$ หรือ $S_n = \frac{a_1 - a_nr}{1 - r}$

เมื่อ a_1 คือ พจน์ที่ 1 ของอนุกรมเรขาคณิต
 r คือ อัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิต
 a_n คือ พจน์ที่ n ของอนุกรมเรขาคณิต
 และ S_n คือ ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

ขั้นรู้ (Knowing)

4. ครูทบทวนเรื่องอนุกรมเรขาคณิตและสูตรในการคำนวณหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตดังนี้

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}, r \neq 1 \text{ เมื่อทราบค่า } a_1, a_n, r$$

หรือ

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}, r \neq 1 \text{ เมื่อทราบค่า } a_1, r, n$$

5. ครูยกตัวอย่างที่ 28 และ 29 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมแล้วตั้งคำถามดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 28 “ให้หาผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต $4 + 8 + 16 + \dots$ ”

นักเรียนทราบค่าอะไรจากโจทย์

(แนวตอบ : $a_1 = 4, r = \frac{8}{4} = 2$ และ $n = 10$)

- จากตัวอย่างที่ 28 นักเรียนเลือกใช้สูตรใดในการคำนวณหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต

(แนวตอบ : $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}, r \neq 1$)

- จากตัวอย่างที่ 29 นักเรียนทราบค่าอะไรบ้าง

(แนวตอบ : $a_1 = 1, r = \frac{1}{3}$ และ $a_n = \frac{1}{2,187}$)

- จากตัวอย่างที่ 29 นักเรียนจะทราบจำนวนพจน์ของอนุกรมเรขาคณิตนี้ได้อย่างไร

(แนวตอบ : หาจำนวนพจน์จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$)

- จากตัวอย่างที่ 29 นักเรียนสามารถหาผลบวกของอนุกรมได้จากสูตรใด

(แนวตอบ : $S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}$ เมื่อ $a_1 = 1, r = \frac{1}{3}$ และ $a_n = \frac{1}{2,187}$)

6. นักเรียนจับคู่กันแล้วศึกษาตัวอย่างที่ 30 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมแล้วตอบคำถามดังนี้

- นักเรียนหาค่า r ได้อย่างไร

(แนวตอบ : หาได้จาก $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{16}{64} = \frac{1}{4}$)

- นักเรียนหาค่า n ได้อย่างไร

(แนวตอบ : เนื่องจาก $a_n = a_1 r^{n-1}$ และ $a_n = \frac{1}{4}$

จะได้ $\frac{1}{4} = (64) \left(\frac{1}{4} \right)^{n-1}$)

- นักเรียนจะใช้สมบัติใดในการหาค่า n

(แนวตอบ : ใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่ว่า ถ้า $a^x = a^y$ แล้ว $x=y$

จาก $\left(\frac{1}{4} \right)^4 = \left(\frac{1}{4} \right)^{n-1}$

จะได้ $4 = n - 1$

ดังนั้น $n = 5$)

- นักเรียนหาค่า S_n ได้จากสูตรใด

(แนวตอบ : หาผลบวกของอนุกรมจากสูตร $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$)

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

7. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 28 และ 29 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

ชั่วโมงที่ 3

ขั้นรู้ (Knowing)

8. ครูยกตัวอย่างที่ 31 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมแล้วตั้งคำถามดังนี้

- สายชลบริจาคเงินเพื่อเป็นทุนการศึกษาใน 3 ปีแรกคิดเป็นเงินจำนวนเท่าใด

(แนวตอบ : ปีแรกบริจาคเงิน 5,000 บาท

ปีที่สองบริจาคเงินเพิ่มขึ้น 10% ของปีแรก

จะได้ $10\% \times (5,000) = 500$

ดังนั้น ปีที่สองบริจาคเงินเท่ากับ $5,000 + 500 = 5,500$

ปีที่สามบริจจาคเงินเพิ่มขึ้น 10% ของปีที่สอง

$$\text{จะได้ } 10\% \times (5,500) = 550$$

$$\text{ดังนั้น ปีที่สามบริจจาคเงินเท่ากับ } 5,500 + 500 = 6,050$$

- เงินที่สายชลบริจจาคในแต่ละปีมีลำดับเลขคณิตหรือลำดับเรขาคณิตเพราะเหตุใด

(แนวตอบ : เงินที่สายชลบริจจาคสามปีแรก คือ 5,000, 5500, 6050, ...

$$\text{และเป็นลำดับเรขาคณิตเนื่องจากมีอัตราส่วนร่วมคงที่คือ } r = \frac{11}{10} = 1.1$$

- นักเรียนทราบค่า n ได้อย่างไร

(แนวตอบ : โจทย์ต้องทราบว่าเมื่อเวลาผ่านไป 20 ปี สายชลต้องบริจจาคเงินไปทั้งหมดเท่าไร ดังนั้นจะได้ว่า $n = 20$)

- จากโจทย์ สายชลจะบริจจาคเงินทั้งหมดในเวลา 20 ปี เป็นเงินเท่าหมดยกบาท ต้องหาค่าของตัวแปรใด

(แนวตอบ : หาค่าของ S_{20})

- นักเรียนจะหาค่าของ S_{20} ได้จากสูตรใด

$$\text{(แนวตอบ : } S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \text{ เพราะทราบค่า } a_1, r, n)$$

9. ครูตั้งคำถามเพิ่มเติมจากตัวอย่างที่ 31 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมดังนี้

- ถ้าสายชลบริจจาคเงินในสี่ปีแรกคือ 5,000, 5,500, 6,000 และ 6,500 ตามลำดับ จากลำดับดังกล่าวเป็นลำดับชนิดใด

(แนวตอบ : เป็นลำดับเลขคณิต เพราะสายชลบริจจาคเพิ่มขึ้นปีละ 500 บาท อย่างคงตัว)

- ให้นักเรียนหาเงินที่สายชลบริจจาคในเวลา 10 ปีแรกและหาได้อย่างไร

$$\text{(แนวตอบ : ทราบ } d = 5,500 - 5,000 = 500, n = 10, a_1 = 5,000)$$

$$\text{จากสูตร } S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_{10} &= \frac{10}{2} [2(5,000) + (10-1)(500)] \\ &= 72,500 \end{aligned}$$

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

10. นักเรียนแบ่งกลุ่มๆละ 3 – 4 คน โดยละความสามารถทางคณิตศาสตร์ทำกิจกรรมดังนี้

- ให้แต่ละกลุ่มทำแบบฝึกทักษะ 3.2 ลงในสมุด

11. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม เป็นการบ้าน

ชั้นลงมือทำ (Understanding)

12. นักเรียนจับกลุ่ม ๆ ละ 3-4 คน ให้นักเรียนหาโจทย์และศึกษาจากแหล่งการเรียนรู้อินเทอร์เน็ตเกี่ยวกับ

เรื่อง อนุกรมเรขาคณิตกลุ่มละ 10 โจทย์

13. นักเรียนแต่ละกลุ่มและครูร่วมกันอภิปรายและสรุปหน้าชั้นเรียนเกี่ยวกับเรื่อง อนุกรมเรขาคณิต

ขั้นสรุป

1. ครูทบทวนความรู้เรื่องอนุกรมโดยใช้การถาม-ตอบดังนี้

- อนุกรมเรขาคณิตคืออะไร

(แนวตอบ : อนุกรมเรขาคณิต คือ ผลบวกที่ได้จากลำดับเรขาคณิต และมีอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตเป็นอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิตด้วย)

- สูตรผลบวกการหาอนุกรมเรขาคณิตคืออะไร

(แนวตอบ : $S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}$, $r \neq 1$ เมื่อทราบค่า a_1, a_n, r หรือ $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$,

$r \neq 1$ เมื่อทราบค่า a_1, r, n)

การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) อนุกรมเรขาคณิต	- ตรวจแบบฝึกทักษะ 3.2ข	- แบบฝึกทักษะ 3.2ข	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกต พฤติกรรม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่าน เกณฑ์

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
		การทำงาน รายบุคคล	
3) พฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกต พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ2 ผ่าน เกณฑ์
4) คุณลักษณะอันพึง ประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ2 ผ่าน เกณฑ์

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 3.2ข เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

แหล่งการเรียนรู้

- 1) อินเทอร์เน็ต

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค32102) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

จำนวน 24 ชั่วโมง

เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

จำนวน 2 ชั่วโมง

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. หาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดที่กำหนดให้ได้ (K)
2. หาพจน์ทั่วไปของลำดับอนันต์ที่กำหนดให้ได้ (K)
3. สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับการหาพจน์ทั่วไปของลำดับในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอได้ (P)
4. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

สาระการเรียนรู้

ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต

สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ คือ การเขียนแสดงพจน์ทั่วไป a_n ในรูปที่มี n เป็นตัวแปร ซึ่งจะมีความสัมพันธ์ ของพจน์ต่างๆ และความสัมพันธ์ระหว่างพจน์กับลำดับที่โจทย์กำหนดให้

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการหาแบบแผน 2) ทักษะการวิเคราะห์ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย รับผิดชอบ 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : แบบนิรนัย (Deduction)

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

ขั้นอธิบายปัญหา

- นักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 8, 16, 24, 32, 40 แล้วแสดงวิธีการหาพจน์ทั่วไป ดังนี้

$$8 = 8(1)$$

$$16 = 8(2)$$

$$24 = 8(3)$$

$$32 = 8(4)$$

$$40 = 8(5)$$

สรุปได้ว่าลำดับของแต่ละพจน์มี 8 คูณด้วยจำนวนเต็มบวก 1, 2, 3, 4, 5 จึงเขียนพจน์ทั่วไปได้ คือ $8n$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5$

ขั้นสอน

ขั้นอธิบายกฎหรือหลักการเพื่อการแก้ปัญหา

- ครูยกตัวอย่างที่ 32 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม ดังนี้

- 1) 1, 5, 9, 13, 17

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์และลำดับที่ของแต่ละพจน์ ดังนี้

$$\text{จะได้ } a_1 = 1$$

$$a_2 = 5 = 1+4 = 1 + 4(1)$$

$$a_3 = 9 = 1+4+4 = 1 + 4(2)$$

$$a_4 = 13 = 1+4+4+4 = 1 + 4(3)$$

$$a_5 = 17 = 1+4+4+4+4 = 1 + 4(4)$$

$$\text{ดังนั้น } a_n = 1+4(n-1) = 4n-3 \quad \text{เมื่อ } n \in \{1,2,3,4,5\}$$

- ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมของการหาพจน์ทั่วไปดังนี้

- 1) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 3, 5, 7, 9, 11

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์และลำดับที่ของแต่ละพจน์ ดังนี้

จะได้ $a_1 = 3 = (2 \times 1) + 1 = 2(1) + 1$

$$a_2 = 5 = (2 \times 2) + 1 = 2(2) + 1$$

$$a_3 = 7 = (2 \times 3) + 1 = 2(3) + 1$$

$$a_4 = 9 = (2 \times 4) + 1 = 2(4) + 1$$

$$a_5 = 11 = (2 \times 5) + 1 = 2(5) + 1$$

ดังนั้น $a_n = 2n+1$ เมื่อ $n \in \{1,2,3,4,5\}$

2) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $-1, 2, -3, 4, -5$

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์และลำดับที่ของแต่พจน์ดังนี้

จะได้ $a_1 = -1 = [1 \times (-1)] = 1 \times (-1)^1$

$$a_2 = 2 = 2 \times 1 = 2 \times (-1)^2$$

$$a_3 = -3 = [3 \times (-1)] = 3 \times (-1)^3$$

$$a_4 = 4 = 4 \times 1 = 4 \times (-1)^4$$

$$a_5 = -5 = [5 \times (-1)] = 5 \times (-1)^5$$

ดังนั้น อนุกรมนี้จะมีพจน์ทั่วไป คือ $n \times (-1)^n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

ขั้นพิสูจน์หรือตรวจสอบ

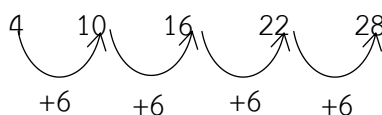
3. นักเรียนทำ “ลองทำดู” จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมเป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

ขั้นตอนอธิบายกฎหรือหลักการเพื่อการแก้ปัญหา

4. ครูอธิบายจากตัวอย่างที่ 33 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมว่านักเรียนสามารถการหาพจน์ทั่วไป โดยใช้ฟังก์ชันพหุนามได้ดังนี้

- จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 4,10,16,22,28



จากลำดับที่กำหนดให้ พจน์ที่อยู่ถัดไปมีค่าเพิ่มขึ้นทีละ 6

ให้พจน์ทั่วไปอยู่ในรูป $a_n = an+b$

แทน $n = 1$ จะได้ $a_1 = 4 = a+b \dots\dots\dots 1)$

$n = 2$ จะได้ $a_2 = 10 = 2a + b \dots\dots\dots 2)$

น้ำ 2)-1) จะได้ $a = 6$

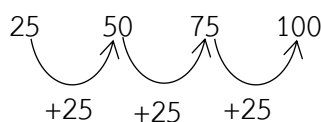
แทน a ใน 1) ด้วย 6 จะได้ $b = -2$

ดังนั้น $a_n = 6n - 2$

จะเห็นว่าลำดับเพิ่มทีละ 6 อย่างคงที่ ดังนั้นพจน์ทั่วไปจะอยู่ในรูป $a_n = an + b$

5. ครุยกตัวอย่างเพิ่มเติมของการหาพจน์ทั่วไป โดยใช้ฟังก์ชันพหุนามได้ดังนี้

- จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 25, 50, 75, 100, ...



จากลำดับที่กำหนดให้ พจน์ที่อยู่ถัดไปมีค่าเพิ่มขึ้นทีละ 25

ให้พจน์ทั่วไปอยู่ในรูป $a_n = an+b$

แทน $n = 1$ จะได้ $a_1 = 25 = a+b$ 1)

$n = 2$ จะได้ $a_2 = 50 = 2a + b$ 2)

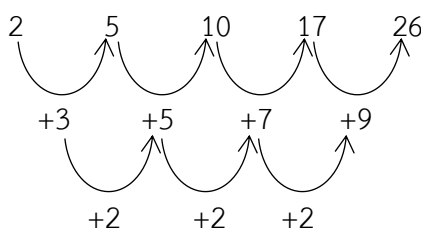
นำ 2) - 1) จะได้ $a = 25$

แทน a ใน 1) ด้วย 6 จะได้ $b = 0$

ดังนั้น $a_n = 25n$

6. ครูยกตัวอย่างที่ 33 ลำดับจากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมว่านักเรียนสามารถการหาพจน์ทั่วไป โดยใช้ฟังก์ชันพหุนามได้ดังนี้

- จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 5, 10, 17, 26



แบบ 1 ในสมการ

$$1^2 + 1 = 2$$

$$2^2 + 1 = 5$$

$$3^2 + 1 = 10$$

$$4^2 + 1 = 17$$

$$5^2 + 1 = 26$$

จะเห็นว่าลำดับเพิ่มทีละ 3, 5, 7, 9 ตามลำดับ ซึ่งจะเห็นว่าเป็นการเพิ่มขึ้นแต่ไม่คงที่ จากนั้น
หาผลต่างของลำดับ 3, 5, 7, 9 อีกครั้งจะเห็นว่าลำดับเพิ่มขึ้นทีละ 2 อย่างคงที่ ดังนั้นพจน์ทั่วไปจะอยู่ในรูป

$a_n = an^2 + bn + c$ แล้วทำการแทนค่า $n = 1, n = 2$ และ $n = 3$ ลงไปในสมการดังกล่าวจะได้ดังรูป

$$n^2 + 1$$

ขั้นตัดสินใจ

7. นักเรียนแบ่งกลุ่มๆละ 3 – 4 คนทำกิจกรรม Performance Task ในหัวข้อ “การหาบรรพบุรุษของผีเสื้อ” โดยสืบค้นจากอินเทอร์เน็ต และช่วยกันสรุปว่าลำดับดังกล่าวเป็นลำดับแบบใด จากนั้นเขียนลำดับของบรรพบุรุษของผีเสื้อ รุ่นที่ 1 – 20

ขั้นพิสูจน์หรือตรวจสอบ

8. นักเรียนแบ่งกลุ่มเท่า ๆ กัน 4 กลุ่ม โดยช่วยกันศึกษาแบบฝึกทักษะ 3.3ก ดังนี้

กลุ่มที่ 1 ทำข้อ 1,1), ข้อ 2,2), ข้อ 3,3)

กลุ่มที่ 2 ทำข้อ 1,2), ข้อ 2,3), ข้อ 3,4)

กลุ่มที่ 3 ทำข้อ 1,3), ข้อ 2,4), ข้อ 3,3)

กลุ่มที่ 4 ทำข้อ 1,4), ข้อ 2,1), ข้อ 3,2)

9. นักเรียนทำชิ้นงานหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

10. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

ขั้นสรุป

ขั้นสรุป

1. นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน หน่วยที่ 3 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

2. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปหลักการหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม ดังนี้

- ถ้าลำดับที่กำหนดมีผลต่างครั้งที่ 1 คงที่ ให้ใช้พจน์ทั่วไปอยู่ในรูป $a_n = an + b$

แล้วทำการแทนค่าลงไปในสมการดังกล่าวแทน $n=1$ และ $n=2$ แล้วแก้สมการหาค่า a และ b

- ถ้าลำดับที่กำหนดมีผลต่างครั้งที่ 2 คงที่ ให้ใช้พจน์ทั่วไปอยู่ในรูป $a_n = an^2 + bn + c$

แล้วทำการแทนค่าลงไปในสมการดังกล่าวแทน $n=1, n=2$ และ $n=3$ แล้วแก้สมการหาค่า a, b และ c

การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
การประเมินหลังเรียน - แบบทดสอบหลังเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 3	- ตรวจแบบทดสอบหลังเรียน	- แบบทดสอบหลังเรียน	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) การหาพจน์ทั่วไป ของลำดับ	- ตรวจแบบฝึกทักษะ 3.3ก	- แบบฝึกทักษะ 3.3ก	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะอันพึง ประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นใน การทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะอันพึง ประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 3.3ก เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

แหล่งการเรียนรู้

- 1) อินเทอร์เน็ต

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค32102) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

จำนวน 15 ชั่วโมง

เรื่อง ดอกเบี้ย

จำนวน 6 ชั่วโมง

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม.5/1 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหา

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับดอกเบี้ย (K)
2. นำความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ (P)
3. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

สาระการเรียนรู้

ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน (ดอกเบี้ย มูลค่าของเงิน ค่ายางงวด)

สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

- การคิดดอกเบี้ยคงต้น เป็นการคิดดอกเบี้ยเพียงครั้งเดียวจากระยะเวลาการฝากเงิน หรือกู้ยืมเงิน
- การคิดดอกเบี้ยทบต้น เป็นการคิดดอกเบี้ยโดยนำดอกเบี้ยจากงวดก่อนรวมกับเงินต้นของงวดต่อไป และจะมีการคิดดอกเบี้ยจากเงินต้นงวดใหม่ ซึ่งสามารถคำนวณหาเงินรวมทั้งหมด และดอกเบี้ยที่ได้รับ หรืออัตราดอกเบี้ยจากดอกเบี้ยทั้งสองแบบ

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการเชื่อมโยง 2) ทักษะการพิสูจน์ความจริง 3) ทักษะกระบวนการคิดตัดสินใจ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย รับผิดชอบ 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : แบบอุปนัย

ชั่วโมงที่ 1-2

นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

ขั้นนำ

ขั้นเตรียม

1. ครูทักทายนักเรียนและแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
2. ครูอธิบายถึงการฝากเงินการกู้ยืมเงินในธนาคารในชีวิตประจำวัน ซึ่งผู้ให้ยืมจะได้รับผลตอบแทนจากเงินที่ให้ยืมไป และผลตอบแทน เรียกว่า ดอกเบี้ย
3. ครูถามนักเรียนว่า นักเรียนคิดว่าดอกเบี้ยที่นักเรียนเคยได้ยินมา มีกี่ประเภท อะไรบ้าง
(แนวตอบ : ดอกเบี้ยมี 2 ประเภท ได้แก่ ดอกเบี้ยคงต้น (Simple Interest) และดอกเบี้ยทบต้น (Compound Interest))

ขั้นสอน

ขั้นสอนหรือแสดง

1. ครูอธิบายว่าดอกเบี้ยมี 2 ประเภท ได้แก่ ดอกเบี้ยคงต้น (Simple Interest) และดอกเบี้ยทบต้น (Compound Interest)
2. ครูอธิบายนักเรียนว่า ดอกเบี้ยคงต้น (Simple Interest) เป็นการคิดดอกเบี้ยเพียงครั้งเดียวจากระยะเวลาการฝากเงิน หรือกู้ยืมเงิน ซึ่งดอกเบี้ยดังกล่าว สามารถคำนวณได้จากสูตร $A = P(1 + rt)$ โดยที่

A	แทน	เงินรวมทั้งหมด
P	แทน	เงินต้น
i	แทน	อัตราดอกเบี้ยต่อปี
t	แทน	จำนวนระยะเวลาเป็นปี
3. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 1 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ย และมูลค่าของเงิน และยกตัวอย่างเพิ่มเติมทำนองเดียวกับตัวอย่างที่ 1 ดังนี้

- จงคำนวณหาดอกเบี้ยของเงินต้น 10,000 บาท อัตราดอกเบี้ย 12% เวลา 4 ปี

จากโจทย์ : จะได้ $P=10,000$, $r=0.12$ และ $t=4$

และจากสูตรดอกเบี้ยคงต้น

$$A = P(1+rt)$$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ เมื่อสิ้นปีที่สี่จะมีเงินฝาก} &= 10,000[1 + (0.12)(4)] \\ &= 14,800 \text{ บาท}\end{aligned}$$

ดังนั้น สิ้นปีที่สี่จะมีเงินฝาก 14,800 บาท

- ถ้ายืมเงินที่ธนาคารแห่งหนึ่งเป็นเงินจำนวน 50,000 บาท ธนาคารให้ดอกเบี้ย 20% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบคงต้น ให้หาว่าเมื่อสิ้นปีที่ 5 ถ้ายืมจะมีเงินฝากในธนาคารเป็นเงินทั้งหมดเท่าใด

จากโจทย์ : จะได้ $P=50,000$, $r=0.20$ และ $t=5$

และจากสูตรดอกเบี้ยคงต้น $A = P(1+rt)$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ เมื่อสิ้นปีที่ห้าจะมีเงินฝาก} &= 50,000[1 + (0.20)(5)] \\ &= 100,000 \text{ บาท}\end{aligned}$$

ดังนั้น สิ้นปีที่ห้าถ้ายืมจะมีเงินฝาก 100,000 บาท

4. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 2 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินพร้อมทั้งถามคำถามดังนี้

- จากโจทย์กำหนดค่าอะไรได้บ้าง
(แนวตอบ : จากโจทย์กำหนดค่า $A=8,520$, $r=0.013$ และ $t=5$)
- นิธิฝากเงินในธนาคารเป็นระยะเวลากี่ปี
(แนวตอบ : นิธิฝากเงินเป็นระยะเวลา 5 ปี)
- นิธิได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยเป็นเงินทั้งหมดเท่าไร
(แนวตอบ : นิธิได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยเป็นเงินทั้งหมด 8,520 บาท)
- จากโจทย์ให้หาค่าของอะไร
(แนวตอบ : จากโจทย์ให้หาค่าของ P คือ ค่าเงินต้น)
- นิธิฝากเงินไว้กับธนาคารทั้งหมดกี่บาท
(แนวตอบ : นิธิฝากเงินไว้กับธนาคารจำนวน 8,000 บาท)

5. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 2 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

ชั่วโมงที่ 3

ขั้นสอนหรือแสดง

6. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 3 และ 4 พร้อมตั้งคำถามเพิ่มเติมเพื่อศึกษาดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 3 โจทย์ให้หาค่าของอะไร
(แนวตอบ : หาค่าของ t คือเวลา)
- จากตัวอย่างที่ 3 นักเรียนจำเป็นต้องรู้ค่าอะไรบ้างในการหาค่า t

(แนวตอบ : ในการหาค่า t จำเป็นต้องรู้ค่า A, P, r)

- ถ้าน้ำทิพย์กู้เงินจากธนาคาร โดยธนาคารคิดดอกเบี้ยร้อยละ 3 ต่อปี ภายในเวลา 6 ปี โดยต่อมา ธนาคารแจ้งว่าน้ำทิพย์ต้องจ่ายเงิน 590,000 บาท น้ำทิพย์กู้เงินเป็นเงินจำนวนเท่าไร

(แนวตอบ : น้ำทิพย์กู้เงินเป็นเงินจำนวน 500,000 วิธีคิดคือการนำไปแทนค่าสมการ

$$A = P(1+rt))$$

- ถ้าค่า t มีหน่วยเป็นเดือน สามารถทำให้หน่วยเป็นปีได้อย่างไร

(แนวตอบ : ค่า t มีหน่วยเป็นเดือน สามารถทำให้หน่วยเป็นปีได้ คือ $t = \frac{\text{จำนวนเดือน}}{12}$)

- ถ้าค่า t มีหน่วยเป็นวัน สามารถทำให้หน่วยเป็นปีได้อย่างไร

(แนวตอบ : ค่า t มีหน่วยเป็นวัน สามารถทำให้หน่วยเป็นปีได้ดังนี้คือ $t = \frac{\text{จำนวนวัน}}{\text{จำนวนวันใน 1 ปี}}$)

ชั้นเปรียบเทียบและรวบรวม

7. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 5 และทำลองทำดูตัวอย่างที่ 1-5 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 4-5

ชั้นสอนหรือแสดง

8. นักเรียนศึกษาเรื่องดอกเบี้ยทบต้นจาก Investigation ดังนี้

- ปิงปองต้องการฝากเงินจำนวน 10,000 บาท เป็นระยะเวลา 3 ปี โดยมีข้อเสนอจากธนาคารสองแห่ง ดังนี้

ธนาคารอักษรไทยให้ดอกเบี้ย 2% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบคงต้น

ธนาคารสยามไทยให้อัตราดอกเบี้ย 2% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยทบต้นต่อปี

จาก Investigation จะเห็นว่าสามารถคำนวณเงินรวมของธนาคารสยามไทยในสามปีแรกได้ดังนี้ เงินรวมในสิ้นปีที่ 1 คือ $A_1 = P_1 + I_1$

$$= 10,000 + 10,000 \times \frac{2}{100}$$

$$= 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right)$$

เงินรวมในสิ้นปีที่ 2 คือ

$$A_2 = P_2 + I_2$$

$$= 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right) + 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right) \times \frac{2}{100}$$

$$= 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right) \left(1 + \frac{2}{100} \right)$$

$$= 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right)^2$$

เงินรวมในสิ้นปีที่ 3 คือ

$$A_3 = P_3 + I_3$$

$$= 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right)^2 + 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right)^2 \times \frac{2}{100}$$

$$= 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right)^2 \left(1 + \frac{2}{100} \right)$$

$$= 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right)^3$$

ในกรณีทั่วไป สามารถเขียนรูปแบบของเงินรวมในแต่ละปีถึงสิ้นปีที่ n ได้ดังนี้

$$\text{เมื่อสิ้นปีที่ 1 จะได้เงินรวม } A_1 = P(1+i)$$

$$\text{เมื่อสิ้นปีที่ 2 จะได้เงินรวม } A_2 = A_1(1+i) = P(1+i)^2$$

$$\text{เมื่อสิ้นปีที่ 3 จะได้เงินรวม } A_3 = A_2(1+i) = P(1+i)^3$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$\text{เมื่อสิ้นปีที่ n จะได้เงินรวม } A_n = A_{n-1}(1+i) = P(1+i)^n$$

สามารถเขียนสูตรการหาเงินรวมแบบดอกเบี้ยทบต้นได้ ดังนี้

$$A = P(1+i)^n$$

โดยที่ A	แทน	เงินรวมทั้งหมด
P	แทน	เงินต้น
i	แทน	อัตราดอกเบี้ยต่องวด
n	แทน	จำนวนงวดที่คิดดอกเบี้ยทบต้น

9. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 6 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน พร้อมตั้งคำถามเพื่อศึกษาดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 6 โจทย์ให้นักเรียนหาค่าของอะไร

(แนวตอบ : จากโจทย์นักเรียนหาค่าของ 1) ให้หาเงินรวมทั้งหมดโดยธนาคารคิดดอกเบี้ยทบต้นต่อปี 2) ให้หาเงินรวมทั้งหมดโดยธนาคารคิดดอกเบี้ยทบต้นทุกเดือน)

- จากตัวอย่างที่ 6 ในการหาเงินรวมทั้งหมด โดยธนาคารคิดดอกเบี้ยทบต้นต่อปี หรือ A โจทย์กำหนดค่าอะไรบ้าง

(แนวตอบ : โจทย์กำหนดค่า $P=50,000$, $i=0.016$ และ $n=3$)

- จากตัวอย่างที่ 6 ใช้สูตรอะไรในการหาเงินรวมทั้งหมด

(แนวตอบ : ใช้สูตร $A = P(1+i)^n$)

ชั้นเปรียบเทียบและรวบรวม

10. นักเรียนทำกิจกรรม “ลองทำดู” ตัวของตัวอย่างที่ 6 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 6

ชั้นสอนหรือแสดง

11. นักเรียนและครูพิจารณาตัวอย่างที่ 7 จากนั้นครูตั้งคำถามเพิ่มเติมว่า “ถ้าตะวันฝากเงินไว้กับธนาคารเป็นเงินจำนวนหนึ่ง ธนาคารให้ดอกเบี้ย 5% โดยคิดค่าดอกเบี้ยแบบทบต้นต่อปี เมื่อสิ้นปีที่ 3 ตะวันจะได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยเป็นเงินจำนวน 92,610 บาท ตะวันฝากเงินไว้กับธนาคารเป็นเงินจำนวนเท่าใด”

- จากโจทย์ให้หาค่าของอะไร
(แนวตอบ : จากโจทย์ให้หาค่าของเงินต้น หรือค่า P)
- จากโจทย์ ธนาคารให้ดอกเบี้ยทั้งหมดกี่เปอร์เซ็นต์ต่อปี
(แนวตอบ : ธนาคารให้ดอกเบี้ยทั้งหมด 5% ต่อปี)
- จากโจทย์ ตะวันต้องได้รับเงินเป็นจำนวนทั้งหมดเท่าใด
(แนวตอบ : ตะวันต้องได้รับเงินทั้งหมด 92,610 บาท)
- จากโจทย์กำหนดค่าอะไรบ้างในการหาค่าอะไรบ้างในการหาค่า P
(แนวตอบ : โจทย์กำหนดค่า $A = 92,610$ บาท, $i=0.05$, $n=3$)
- จากโจทย์ ตะวันฝากเงินไว้กับธนาคารเป็นเงินจำนวนทั้งหมดเท่าใด จงแสดงวิธีทำ
(แนวตอบ : แสดงวิธีทำ ดังนี้ ค่า $A = 92,610$ บาท, $i=0.05$, $n=3$)

$$\text{จากสูตร } A = P(1+i)^n$$

$$92,610 = P(1+0.05)^3$$

$$92,610 = P(1.05)^3$$

$$\frac{92,610}{1.157625} = P$$

$$P = 80,000 \text{ บาท}$$

ดังนั้น ตะวันฝากเงินไว้กับธนาคารเป็นเงินจำนวนทั้งหมด 80,000 บาท)

ชั้นเปรียบเทียบและรวบรวม

12. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 8 แล้วทำกิจกรรม “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 7, 8 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน เป็นการบ้าน

13. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินเป็นการบ้าน

ขั้นนำไปใช้

14. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 4.1 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ลงในสมุด

ขั้นสรุป

1. ครูสรุปโดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

- ดอกเบี้ยคงต้น (Simple Interest) เป็นการคิดดอกเบี้ยลักษณะอย่างไร
(แนวตอบ : เป็นการคิดดอกเบี้ยเพียงครั้งเดียวจากระยะเวลาการฝากเงินหรือกู้ยืมเงิน)
- สูตรการคำนวณดอกเบี้ยคงต้นคืออะไร
(แนวตอบ : $A = P(1 + rt)$)
- จากสูตรการคำนวณดอกเบี้ยคงต้น ตัวแปรแต่ละตัวแทนความหมายของอะไร
(แนวตอบ : A แทนเงินรวมทั้งหมด, P แทนเงินต้น, i แทนอัตราดอกเบี้ยต่อปี, t แทน

จำนวนระยะเวลาเป็นปี)

- ในการแก้โจทย์ปัญหา โจทย์กำหนดค่าอะไรมาบ้าง
(แนวตอบ : เงินต้นและอัตราดอกเบี้ย)
- ดอกเบี้ยทบต้น (Compound Interest) เป็นการคิดดอกเบี้ยลักษณะอย่างไร
(แนวตอบ : เป็นการคิดดอกเบี้ยจากงวดก่อนรวมกับเงินต้นของงวดต่อไป และจะมีการคิด

ดอกเบี้ยจากเงินต้นงวดใหม่ นั่นคือ ถ้ามีการคิดดอกเบี้ยทบต้นไปเรื่อย ๆ จะทำให้เงินต้นของงวดต่อไปมีจำนวนมากขึ้น)

- สูตรการคำนวณดอกเบี้ยทบต้นคืออะไร
(แนวตอบ : $A = P(1 + i)^n$)
- จากสูตรการคำนวณดอกเบี้ยทบต้น ตัวแปร n แทนความหมายของอะไร
(แนวตอบ : n แทนจำนวนงวดที่คิดดอกเบี้ยทบต้น)

การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
การประเมินก่อนเรียน - แบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน	- ตรวจแบบทดสอบก่อนเรียน	- แบบทดสอบก่อนเรียน	ประเมินตามสภาพจริง
การประเมินระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) ดอกเบี้ย	- ตรวจแบบฝึกทักษะ 4.1	- แบบฝึกทักษะ 4.1	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะอันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบ ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 4.1 เรื่อง ดอกเบี้ย
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

แหล่งการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค32102) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

จำนวน 15 ชั่วโมง

เรื่อง มูลค่าของเงิน

จำนวน 4 ชั่วโมง

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม.5/1 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหา

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับมูลค่าของเงินได้อย่างถูกต้อง (K)
2. นำความรู้เกี่ยวกับมูลค่าของเงิน ไปใช้ในการเปรียบเทียบค่าของเงินในเวลาที่แตกต่างกันได้ (P)
3. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

สาระการเรียนรู้

ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน (ดอกเบี้ย มูลค่าของเงิน ค่ารายงวด)

สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

- **มูลค่าอนาคต** เป็นมูลค่าของเงินในอนาคตภายใต้ช่วงเวลา หรืออัตราดอกเบี้ยที่ได้กำหนดไว้ โดยมีกระบวนการเริ่มจากจำนวนเงินจำนวนหนึ่ง ณ ปัจจุบัน มีค่าเพิ่มมากขึ้นในอนาคต จะเรียกว่า การทบต้นของค่าเงินด้วยดอกเบี้ยที่ได้รับ
- **มูลค่าปัจจุบัน** คือ มูลค่าของเงิน ณ ปัจจุบัน ที่เกิดขึ้นในอนาคต และมีค่าเท่ากับจำนวนเงินจำนวนหนึ่ง ณ ปัจจุบัน ซึ่งการหาค่าเงินปัจจุบันมีกระบวนการคิดตรงกันข้ามกับการคิดทบต้น โดยจะเป็นการคำนวณเอาดอกเบี้ยออกไปเพื่อให้เหลือเงินเริ่มต้น จะเรียกว่า การคิดลดค่าเงิน

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการเชื่อมโยง 2) ทักษะการพิสูจน์ความจริง 3) ทักษะกระบวนการคิดตัดสินใจ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย รับผิดชอบ 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1-2

ขั้นนำ

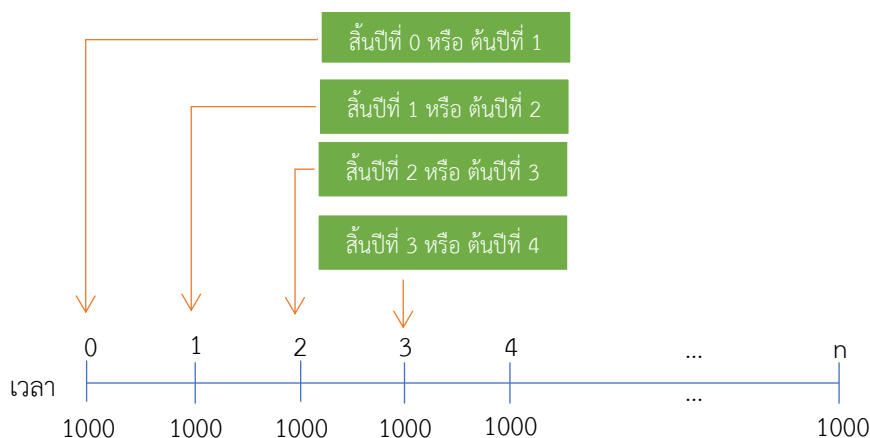
ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

1. ครูถามนักเรียนว่า มูลค่าของเงินในอดีต ถ้าเทียบกับมูลค่าของเงินในปัจจุบัน มีความแตกต่างกันหรือไม่ อย่างไร

(แนวตอบ : มีความแตกต่างกัน มูลค่าของเงินในปัจจุบันมีค่าน้อยกว่าในอดีต เช่น เงิน 100 บาทในอดีตสามารถซื้อของได้ 5 อย่าง แต่เงิน 100 บาทในปัจจุบันสามารถซื้อของชนิดเดียวกันได้เพียงแค่ 3 อย่างก็ได้)

2. ครูอธิบายว่า มูลค่าของเงินในแต่ละประเทศ แต่ละภูมิภาคก็มีค่าแตกต่างกันออกไป แต่เราสามารถเปรียบเทียบมูลค่าของเงินได้โดยการแปลงจำนวนเงินนั้น ๆ ให้เป็นค่าเงินปัจจุบัน ก็จะสามารถเปรียบเทียบมูลค่าของเงินได้

3. นักเรียนศึกษาเรื่องเส้นเวลาแล้วตั้งคำถามดังนี้



- เส้นเวลาเป็นเครื่องมือแสดงให้เห็นมูลค่าของอะไร

(แนวตอบ : เส้นเวลาเป็นเครื่องมือแสดงให้เห็นว่ามูลค่าของเงินในอนาคตจะเกิดขึ้นเมื่อใดและจำนวนเท่าใด)

- จากรูป ตัวเลขข้างบน เวลา 0 หมายถึงอะไร

(แนวตอบ : เวลา 0 หมายถึงปัจจุบัน)

- จากรูป ตัวเลขข้างบน เช่น เวลา 1 หมายถึงอะไร

(แนวตอบ : เวลา 1 หมายถึงเวลา 1 งวดจากปัจจุบัน)

- ถ้างวดเวลาเป็นปี เวลา 1 หมายถึงอะไร

(แนวตอบ : งวดเวลาเป็นปีเวลา 1 หมายถึง สิ้นปีที่ 1 นับจากปัจจุบัน หรือต้นปีที่ 2)

ชั้นสอน

ชั้นรู้ (Knowing)

1. นักเรียนศึกษา Investigation ในหนังสือหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน แล้วร่วมกันตอบคำถามดังนี้

ตระวันนำเงิน 10,000 บาท ไปลงทุนบริษัท A โดยได้รับผลตอบแทนเป็นดอกเบี้ยแบบทบต้น 2% ต่อปี ในเวลา 1 ปีดังนี้

ปี	เงินต้น ณ ต้นปี	ดอกเบี้ยของปี	เงินรวม
0	10,000	0	10,000
1	10,000	200	10,200

- ค่าเงิน 10,000 บาท ณ ปัจจุบันกับค่าเงิน 10,200 บาท เมื่อเวลาผ่านไป 1 ปี นักเรียนคิดว่าเงินสองจำนวนนี้มีค่าเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

(แนวตอบ : เมื่อนำเงินต้น 10,000 บาท ไปฝากธนาคารจะได้เงินรวมทั้งหมด 10,200 บาท ในอีก 1 ปีข้างหน้า)

- เงิน 10,000 บาท จะเรียกว่าค่าอะไร

(แนวตอบ : เงิน 10,000 บาท เรียกว่า มูลค่าปัจจุบัน)

- เงิน 10,200 บาท จะเรียกว่าค่าอะไร

(แนวตอบ : เงิน 10,200 บาท เรียกว่า มูลค่าในอนาคต)

2. ครูตั้งคำถามเพิ่มเติมจากตัวอย่างดังนี้

- มูลค่าอนาคตมีความหมายว่าอะไร

(แนวตอบ : มูลค่าอนาคต คือ มูลค่าของเงินในอนาคต ภายใต้ช่วงเวลาหรืออัตราดอกเบี้ยที่กำหนดไว้ ซึ่งมีกระบวนการที่เริ่มจากจำนวนเงินจำนวนหนึ่ง ณ ปัจจุบัน มีค่าเพิ่มมากขึ้นในอนาคต จะเรียกว่า การทบต้นของค่าเงินด้วยดอกเบี้ยที่ได้รับ)

- นักเรียนใช้สูตรไหนในการคำนวณมูลค่าอนาคต

(แนวตอบ : ในการคำนวณมูลค่าในอนาคต จะใช้สูตร $FV = PV(1+i)^n$)

โดยที่ FV แทน มูลค่าในอนาคต

PV แทน มูลค่าปัจจุบันของเงินจำนวนหนึ่ง

i แทน อัตราดอกเบี้ยต่องวด

n แทน จำนวนงวดเวลา)

3. ครูอธิบายเพิ่มเติมจากเรื่อง มูลค่าอนาคต โดยใช้โจทย์คล้ายตัวอย่างที่ 9 ดังนี้
ถ้าวันวิสาฝากเงินกับธนาคารเป็น 200,000 บาท โดยธนาคารคิดดอกเบี้ย 2% ถ้าธนาคารคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นต่อปี อยากทราบว่าเมื่อสิ้นปีที่ 3 วันวิสาจะได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยทั้งหมดเท่าใด

- จากโจทย์ กำหนดค่าอะไรบ้าง

(แนวตอบ : จากโจทย์กำหนดค่า $PV = 200,000$ บาท, $i = 0.02$ และ $n=3$)

- จากโจทย์ ใช้สูตรใดในการหาค่าของมูลค่าในอนาคต

(แนวตอบ : จากโจทย์ใช้สูตร $FV = PV(1+i)^n$)

- วันวิสาจะได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยทั้งหมดเท่าใด

(แนวตอบ : วันวิสาจะได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยทั้งหมด 212,241.6 บาท)

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

4. นักเรียนทำลองทำดูของตัวอย่างที่ 9 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 3-4

ขั้นรู้ (Knowing)

5. ครูตั้งคำถามเพิ่มเติมจากคาบที่แล้วเกี่ยวกับมูลค่าปัจจุบัน ดังนี้

- มูลค่าปัจจุบันมีความหมายว่าอะไร

(แนวตอบ : มูลค่าปัจจุบัน คือ ค่าเงิน ณ ปัจจุบัน ที่เกิดขึ้นในอนาคต และมีค่าเท่ากับจำนวนเงินจำนวนหนึ่ง ณ ปัจจุบัน ซึ่งการหาค่าเงินปัจจุบันมีกระบวนการคิดตรงกันข้ามกับการคิดทบต้น โดยจะเป็นการคำนวณเอาดอกเบี้ยออกไปเพื่อให้เหลือเงินเริ่มต้น จะเรียกว่า การคิดลดค่าเงิน)

- นักเรียนใช้สูตรไหนในการคำนวณมูลค่าปัจจุบัน

(แนวตอบ : ในการคำนวณมูลค่าปัจจุบัน จะใช้สูตร $\frac{FV}{(1+i)^n}$ หรือ $PV = FV(1+i)^{-n}$)

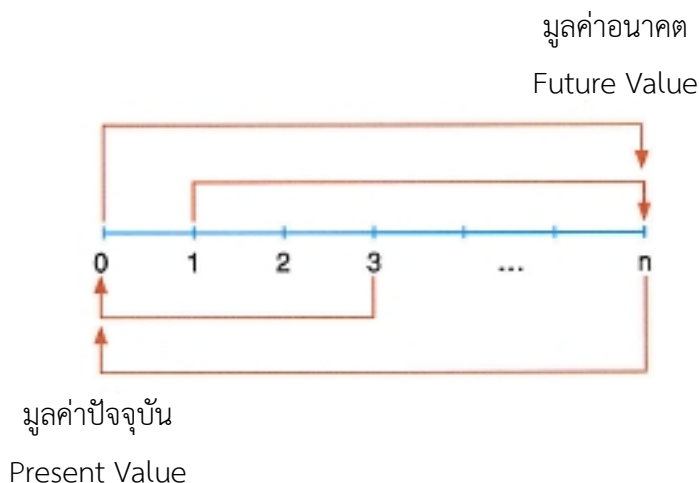
โดยที่ FV แทน มูลค่าปัจจุบันของเงินจำนวนหนึ่ง

PV แทน มูลค่าในอนาคต

i แทน อัตราดอกเบี้ยต่องวด

n แทน จำนวนงวดเวลา)

6. ครูแสดงความสัมพันธ์ระหว่างมูลค่าปัจจุบันและอนาคตดังนี้



ขั้นเข้าใจ (Understanding)

7. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 10 และ 11 แล้วให้ทำกิจกรรม “ลองทำดู” จากหนังสือเรียนรายวิชา พื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

8. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน และใบงานที่ 4.2.1 เรื่อง มูลค่าของเงิน เป็นการบ้าน

ขั้นลงมือทำ (doing)

9. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3-4 คน ทำแบบฝึกทักษะที่ 4.2 ขั้นท้าทาย จากหนังสือเรียนรายวิชา พื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

ขั้นสรุป

1. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปโดยตั้งคำถามดังนี้

- มูลค่าอนาคตคืออะไร

(แนวตอบ : มูลค่าของเงินในอนาคตภายใต้ช่วงเวลา หรืออัตราดอกเบี้ยที่กำหนดไว้

ซึ่งมีกระบวนการที่เริ่มจากจำนวนเงินจำนวนหนึ่ง ณ ปัจจุบัน มีค่าเพิ่มมากขึ้นในอนาคต จะเรียกว่า การทบต้นของค่าเงินด้วยดอกเบี้ยที่ได้รับ (Compounding))

- มูลค่าปัจจุบันคืออะไร

(แนวตอบ : มูลค่าของเงิน ณ ปัจจุบัน ที่เกิดขึ้นในอนาคตและมีค่าเท่ากับจำนวนเงินจำนวนหนึ่ง ณ ปัจจุบัน ซึ่งการหาค่าเงินปัจจุบันมีกระบวนการคิดตรงกันข้ามกับการคิดทบต้น ซึ่งจะเป็นการคำนวณเอาดอกเบี้ยออกไปเพื่อให้เหลือเงินเริ่มต้น จะเรียกว่า การคิดลดค่าเงิน (Discounting))

- การคำนวณมูลค่าอนาคต จะคำนวณโดยใช้สูตรอะไร

(แนวตอบ : สูตร $FV = PV(1+i)^n$)

เมื่อ FV แทน มูลค่าในอนาคต

PV แทน มูลค่าปัจจุบันของเงินจำนวนหนึ่ง

i แทน อัตราดอกเบี้ยต่องวด

n แทน จำนวนงวดเวลา)

- การคำนวณมูลค่าปัจจุบัน จะคำนวณโดยใช้สูตรอะไร

(แนวตอบ : สูตร $\frac{FV}{(1+i)^n}$ หรือ $FV(1+i)^{-n}$)

เมื่อ FV แทน มูลค่าปัจจุบันของเงินจำนวนหนึ่ง

PV แทน มูลค่าในอนาคต

i แทน อัตราดอกเบี้ยต่องวด

n แทน จำนวนงวดเวลา)

การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
การประเมินระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) มูลค่าของเงิน	- ตรวจแบบฝึกทักษะที่ 4.2 - ตรวจใบงาน 4.2.1	- แบบฝึกทักษะที่ 4.2 - ใบงาน 4.2.1	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
4) คุณลักษณะอันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบ ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะอันพึง ประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 4.2 เรื่อง มูลค่าของเงิน
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน
- 4) ใบงานที่ 4.2.1 เรื่อง มูลค่าของเงิน

แหล่งการเรียนรู้

-

ใบงานที่ 4.2.1

เรื่อง มูลค่าของเงิน

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีทำ

1. ชีรเดชฝากเงิน 10,000 บาทไว้ในบัญชีออมทรัพย์ ซึ่งธนาคารจ่ายดอกเบี้ย 10% หากชีรเดชไม่นำดอกเบี้ยไปใช้ก่อนกำหนดมูลค่าในอนาคต ณ สิ้นปีที่ 3 จะเป็นเท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ปกรณ์จะต้องฝากเงินเป็นจำนวนเงินเท่าไร เพื่อให้ได้รับเงิน 2,000 บาท ในอีก 5 ปีข้างหน้าถ้าอัตราดอกเบี้ยเงินฝากเป็น 6%

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. สุขวิญญูฝากเงินไว้กับธนาคารแห่งหนึ่งเป็นจำนวนเงิน 50,000 บาท ทุกๆสิ้นปีเป็นระยะเวลา 5 ปี ธนาคารคิดอัตราดอกเบี้ยที่ 6% พอครบสิ้นปีที่ 5 สุขวิญญูจะมีเงินเท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

ใบงานที่ 4.2.1

เรื่อง มูลค่าของเงิน

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีทำ

1. ชีรเดชฝากเงิน 10,000 บาทไว้ในบัญชีออมทรัพย์ ซึ่งธนาคารจ่ายดอกเบี้ย 10% หากชีรเดชไม่นำดอกเบี้ยไปใช้ก่อน กำหนดมูลค่าในอนาคต ณ สิ้นปีที่ 3 จะเป็นเท่าไร

วิธีทำ จากโจทย์ $PV = 10,000$, $i = \frac{10}{100} = 0.1$, $n = 3$

$$\begin{aligned}\text{จากสูตรการคำนวณมูลค่าในอนาคต } FV &= PV(1+i)^n \\ &= (10,000)(1+0.1)^3 \\ &= (10,000)(1.331) \\ &= 13,310 \text{ บาท}\end{aligned}$$

ดังนั้น กำหนดมูลค่าในอนาคต ณ สิ้นปีที่ 3 จะเป็นเงิน 13,310 บาท

2. ปกรณ์จะต้องฝากเงินเป็นจำนวนเงินเท่าไรเพื่อให้ได้รับเงิน 2,000 บาท ในอีก 5 ปีข้างหน้า ถ้าอัตราดอกเบี้ยเงินฝากเป็น 6%

วิธีทำ จากโจทย์ $FV = 2,000$, $i = \frac{6}{100} = 0.06$, $n = 5$

$$\begin{aligned}\text{คำนวณหามูลค่าปัจจุบันโดยแก้สมการจากสูตร } FV &= PV(1+i)^n \\ 2,000 &= PV(1+0.06)^5 \\ \frac{2,000}{(1.06)^5} &\approx PV \\ PV &\approx 1,494.52\end{aligned}$$

ดังนั้น ปกรณ์จะต้องฝากเงินเป็นจำนวนประมาณ 1,494.52 บาท

3. สุขวัญฝากเงินไว้กับธนาคารแห่งหนึ่งเป็นจำนวนเงิน 50,000 บาท ทุก ๆ สิ้นปีเป็นระยะเวลา 5 ปี ธนาคารคิดอัตราดอกเบี้ยที่ 6% พอครบสิ้นปีที่ 5 สุขวัญจะมีเงินเท่าไร

วิธีทำ จากโจทย์ $PV = 50,000$, $i = \frac{6}{100} = 0.06$, $n = 5$

$$\begin{aligned}\text{จากสูตรการคำนวณมูลค่าในอนาคต } FV &= PV(1+i)^n \\ &= (50,000)(1+0.06)^5\end{aligned}$$

$$\approx (50,000)(1.19)$$

$$\approx 59,550.8 \text{ บาท}$$

ดังนั้น พ่อครบสิ้นปีที่ 5 สุขวัยจะมีเงินประมาณ 59,550.8 บาท

1.ชายคนหนึ่งเดินทางจากเมือง A ไปเมือง B ซึ่งห่างกัน 162 ไมล์ ถ้าวันแรกเดินทางได้ 30 ไมล์ วันที่สองเดินทางได้ 27 ไมล์ วันที่สามเดินทางได้ 24 ไมล์ เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ ไป เขาใช้เวลาเดินทางกี่วันจึงจะถึงเมือง B

ชิ้นงาน/ภาระงาน(รวบยอด)
เรื่อง ลำดับและอนุกรม

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

1.ชายคนหนึ่งเดินทางจากเมือง A ไปเมือง B ซึ่งห่างกัน 162 ไมล์ ถ้าวันแรกเดินทางได้ 30 ไมล์ วันที่สองเดินทางได้ 27 ไมล์ วันที่สามเดินทางได้ 24 ไมล์ เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ ไป เขาใช้เวลาเดินทางกี่วันจึงจะถึงเมือง B

วิธีทำ ระยะทางในการเดินทางของชายคนนี้เรียงเป็นลำดับเลขคณิต 30,27,24,...

จากลำดับเลขคณิตจะได้ว่า $a_1 = 30, d = -3$

ให้เขาเดินทางจนถึงเมือง B ใช้เวลา n วัน นั่นคือเดินทางได้ 162 ไมล์

$$\text{จาก} \quad S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$\text{จะได้} \quad 162 = \frac{n}{2} [2(30) + (n-1)(-3)]$$

$$324 = n(60 - 3n + 3)$$

$$3n^2 - 63n + 324 = 0$$

$$n^2 - 21n + 108 = 0$$

$$(n-9)(n-12) = 0$$

$$n = 9, 12$$

ดังนั้น เขาจะใช้เวลาในการเดินทาง 9 วัน

หมายเหตุ สำหรับ $n=12$ ใช้ไม่ได้เพราะเมื่อนำไปคำนวณระยะทาง จะทำให้ระยะการเดินทางในวันนั้นมีค่าติดลบ

จึงทำให้ไม่เป็นความจริง ($a_{12} = a_1 + (12-1)d = 30 + 11(-3) = -3$)

ชิ้นงาน/ภาระงาน(รวบยอด)
เรื่อง ลำดับและอนุกรม

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

2. ถังน้ำใบหนึ่งจุน้ำ 5,832 ลิตร ถ้ามีการนำจากถังไปใช้ทุกวันตลอดสัปดาห์ โดยที่แต่ละวันจะใช้น้ำไป $\frac{1}{3}$ ของปริมาณน้ำที่มีอยู่ ในถัง อยากทราบว่าเมื่อครบ 6 วันจะมีน้ำเหลืออยู่ในถังกี่ลิตร

[illegible]

3. ประหยัดตั้งใจจะออมเงิน โดยวันแรกเขาเก็บไว้ 1 บาท วันที่สอง 2 บาท วันที่สาม 4 บาท วันที่สี่ 8 บาท
เช่นนี้เรื่อย ๆ ไปจนครบ 10 วัน ประหยัดจะออมเงินได้กี่บาท

[illegible]

ชิ้นงาน/ภาระงาน(รวบยอด)
เรื่อง ลำดับและอนุกรม

เฉลย

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

2.ถึงน้ำใบหนึ่งจุน้ำ 5,832 ลิตร ถ้ามีการนำจากถังไปใช้ทุกวันตลอดสัปดาห์ โดยที่แต่ละวันจะใช้น้ำไป $\frac{1}{3}$ ของปริมาณน้ำที่มีอยู่ ในถัง อยากทราบว่าเมื่อครบ 6 วันจะมีน้ำเหลืออยู่ในถังกี่ลิตร

วิธีทำ จากโจทย์จะเห็นว่าน้ำลดลงเป็นปริมาตรคงที่เป็นลำดับเรขาคณิต

โจทย์ต้องการหาปริมาณน้ำเหลือในวันที่ 6 (a_6) เท่ากับเท่าไรจึงกำหนดให้ $a_1 = 5,832$ และ

$$r = \frac{1}{3}$$

จากสูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$a_6 = a_1 r^{6-1}$$

$$a_6 = 5,832 \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

$$a_6 = 24$$

ดังนั้นเมื่อครบ 6 วันจะมีน้ำเหลืออยู่ในถัง 24 ลิตร

3.ประหยัดตั้งใจจะออมเงิน โดยวันแรกเขาเก็บไว้ 1 บาท วันที่สอง 2 บาท วันที่สาม 4 บาท วันที่สี่ 8 บาท เช่นนี้เรื่อย ๆ ไปจนครบ 10 วัน ประหยัดจะออมเงินได้กี่บาท

วิธีทำ ประหยัดจะออมเงินได้เท่ากับ $1+2+4+8+\dots$ (10 วัน)

เป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี $a_1 = 1$ และ $r = 2$

จาก $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}, r \neq 1$

จะได้ $S_{10} = \frac{1(2^{10} - 1)}{2 - 1}$

$$= 1,024 - 1$$

$$= 1,023$$

ดังนั้น ในเวลา 10 วันเขาออมเงินได้ 1,023 บาท

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค32102) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

จำนวน 15 ชั่วโมง

เรื่อง ค่ารายงวด

จำนวน 5 ชั่วโมง

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม.5/1 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหา

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับค่ารายงวดได้อย่างถูกต้อง (K)
2. นำความรู้เกี่ยวกับค่ารายงวดไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ (P)
3. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อน้ำที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

สาระการเรียนรู้

ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน (ดอกเบี้ย มูลค่าของเงิน ค่ารายงวด)

สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ค่ารายงวด เป็นการจ่ายเงินหรือฝากเงินเป็นงวดติดต่อกันหลายงวด โดยการจ่ายเงินแต่ละงวด มีระยะห่างเท่า ๆ กัน

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการเชื่อมโยง 2) ทักษะการพิสูจน์ความจริง 3) ทักษะกระบวนการคิดตัดสินใจ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย รับผิดชอบ 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1-2

ขั้นนำ

ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

1. ครูถามนักเรียนว่า นักเรียนพบอัตราดอกเบี้ยในชีวิตประจำวันอะไรบ้าง

(แนวตอบ : ฝากเงินในธนาคาร กู้ยืมเงิน ผ่อนสินค้า)

2. ครูอธิบายนักเรียนว่า “ในการผ่อนสินค้าหรือฝากเงิน จะมีการกำหนดจ่ายเงินเป็นงวด ๆ เราจะเรียกว่า ค่ารายงวด”

3. ครูอธิบายเกี่ยวกับมูลค่าในอนาคตของเงินงวด สามารถแบ่งได้เป็น 2 กรณี คือ

- **เงินงวดเกิดขึ้น ณ วันปลายงวด** หมายถึง มูลค่ารวมในอนาคตของเงินงวด ซึ่งเท่ากับผลรวมของเงินงวดแต่ละงวดทบต้นด้วยดอกเบี้ยตามกาลเวลา
- **เงินงวดเกิดขึ้น ณ วันต้นงวด** หมายถึง มูลค่ารวมในอนาคตที่เกิดขึ้น ณ วันต้นงวด โดยแต่ละงวดจะเกิดขึ้นเร็วกว่ากรณีที่เกิดขึ้น ณ วันปลายงวด ซึ่งมีผลทำให้เงินงวดแต่ละงวดมีการทบต้นดอกเบี้ยเพิ่มขึ้นอีก 1 งวด ทำให้มูลค่ารวมมีค่ามากกว่ากรณีปลายงวด

ขั้นสอน

ขั้นรู้ (Knowing)

1. ครูอธิบายนักเรียนว่า “ค่ารายงวด หมายถึง การจ่ายเงินหรือฝากเงินเป็นงวดๆ ติดต่อกันหลายงวด โดยการจ่ายเงินแต่ละงวดมีระยะเวลาห่างเท่า ๆ กัน เช่น การซื้อสินค้าเงินผ่อน การออมเงินแบบฝากประจำกับธนาคาร เป็นต้น”

2. ครูอธิบายนักเรียนว่า “ในการคำนวณมูลค่ารวมในอนาคตของเงินงวดปลายงวดได้จากสูตร

$$FVA_n = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

3. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 12 และ 13 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน โดยตั้งคำถามร่วมกันดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 12 โจทย์กำหนดค่าอะไรบ้าง

(แนวตอบ : โจทย์กำหนดค่า $A = 6,000$ บาท , $i = \frac{0.024}{12}$, $n = 5 \times 12 = 60$)

- จากตัวอย่างที่ 12 ตัวแปร n มีความหมายว่าอะไร

(แนวตอบ : ตัวแปร n หมายถึง จำนวนงวดเวลา)

- จากตัวอย่างที่ 12 ตัวแปร A มีความหมายว่าอะไร

(แนวตอบ : ตัวแปร A หมายถึง เงินฝาก)

- จากตัวอย่างที่ 12 ใช้สูตรไหนในการคำนวณหาเงินรวมทั้งหมด

(แนวตอบ : ใช้สูตร $FVA_n = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$ ในการคำนวณหาเงินรวมทั้งหมด)

- จากตัวอย่างที่ 12 เงินรวมทั้งหมดมีค่าทั้งหมดเท่าไร

(แนวตอบ : เงินรวมทั้งหมดมีค่าเท่ากับ 382,085.22 บาท)

ขั้นเข้าใจ(Understanding)

4. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 4.3 เรื่อง ค่ารายงวด ข้อ 1-2 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ลงในสมุด

ชั่วโมงที่ 3-4

ขั้นรู้ (Knowing)

5. ครูทบทวนความรู้เรื่อง ค่ารายงวด โดยครูใช้วิธีการถามตอบดังนี้

- ค่ารายงวด หมายถึงอะไร

(แนวตอบ : การจ่ายเงินหรือฝากเงินเป็นงวด ๆ ติดต่อกันหลายงวด โดยการจ่ายเงินแต่ละงวดมีระยะเวลาห่างเท่า ๆ กัน เช่น การซื้อสินค้าเงินผ่อน การออมเงินแบบฝากประจำกับธนาคาร)

- สูตรการคำนวณมูลค่ารวมในอนาคตของเงินงวดปลายงวดคืออะไร

(แนวตอบ : $FVA_n = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$)

6. ครูอธิบายนักเรียนว่า ในการคำนวณมูลค่ารวมในอนาคตของเงินงวดต้นงวดได้จากสูตร

$$FVA_n = A(1+i) \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

7. ครูยกตัวอย่างโจทย์คล้ายกับตัวอย่างที่ 13 พร้อมทั้งคำถามดังนี้

- นำชัยฝากเงินกับธนาคารโดยฝากเงินประจำทุกเดือน เดือนละ 2,000 บาท ทุกต้นงวด

เป็นเวลา 2 ปี ธนาคารให้ดอกเบี้ย 2% ต่อปี โดยคิดค่าดอกเบี้ยทบต้นทุกเดือน เมื่อครบ 2 ปี นำชัยจะได้รับเงินทั้งหมดเท่าใด

จากโจทย์ : จะได้ $A = 2,000$, $i = \frac{0.002}{12} = 0.00167$, $n = 2 \times 12 = 24$

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร } FVA_n &= A(1+i) \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \\ FVA_{24} &= 2,000(1+0.00167) \left[\frac{(1+0.00167)^{24} - 1}{0.00167} \right] \\ &= 2,000(1.00167) \left[\frac{(1.00167)^{24} - 1}{0.00167} \right] \\ &= 2,003.34(24.46) \\ &\approx 49,014.95 \end{aligned}$$

- จากโจทย์ ตัวแปร FVA_n หมายถึงอะไร
(แนวตอบ : ตัวแปร FVA_n หมายถึง เงินรวมทั้งหมด)
- จากโจทย์ ธนาคารให้ดอกเบี้ยกี่เปอร์เซ็นต์ต่อปี
(แนวตอบ : ธนาคารให้ดอกเบี้ยร้อยละ 2% ต่อปี)
- จากโจทย์ นักเรียนใช้สูตรไหนในการหาเงินรวมทั้งหมด
(แนวตอบ : ใช้สูตร $FVA_n = A(1+i) \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$)
- จากโจทย์ เงินรวมทั้งหมดเป็นทั้งหมดกี่บาท
(แนวตอบ : เงินรวมทั้งหมดเป็นเงินประมาณ 49,014.95 บาท)

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

8. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3 - 4 คน จากนั้นให้นักเรียนทำกิจกรรม “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 13 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน และใบงานที่ 4.3.1 เรื่อง คำนวณงวด

9. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน เป็นการบ้าน

ชั้นลงมือทำ (Doing)

10. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3-4 คน พร้อมทั้งไปศึกษาเกี่ยวกับเรื่องค่ารายงวด โดยให้หาโจทย์เรื่องค่ารายงวดมากลุ่มละ 5 ตัวอย่าง ในอินเทอร์เน็ต พร้อมทั้งให้นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายเรื่องค่ารายงวด ในคาบเรียน

11. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

12. นักเรียนทำชิ้นงานหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน เป็นการบ้าน

ขั้นสรุป

1. ครูสรุปโดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

- ค่ารายงวดหมายถึงอะไร

(แนวตอบ : การจ่ายเงินหรือฝากเงินเป็นงวด ๆ ติดต่อกันหลายงวด โดยการจ่ายเงินแต่ละงวดมีระยะเวลาห่างเท่า ๆ กัน เช่น การซื้อสินค้าเงินผ่อน การออมเงินแบบฝากประจำกับธนาคาร)

- เงินงวดเกิดขึ้น ณ วันปลายงวด หมายถึงอะไร

(แนวตอบ : เงินงวดเกิดขึ้น ณ วันปลายงวด หมายถึง มูลค่ารวมในอนาคตของเงินงวดซึ่งเท่ากับผลรวมของเงินงวดแต่ละงวดทบต้นด้วยดอกเบี้ยตามกาลเวลา)

- เงินงวดเกิดขึ้น ณ วันต้นงวด หมายถึงอะไร

(แนวตอบ : เงินงวดเกิดขึ้น ณ วันต้นงวด หมายถึง มูลค่ารวมในอนาคตที่เกิดขึ้น ณ วันต้นงวด โดยแต่ละงวดจะเกิดขึ้นเร็วกว่ากรณีที่เกิด ณ วันปลายงวด ซึ่งมีผลทำให้เงินงวดแต่ละงวดมีการทบต้นดอกเบี้ยเพิ่มขึ้นอีก 1 งวด ทำให้มูลค่ารวมมีค่ามากกว่ากรณีปลายงวด)

- การคำนวณมูลค่ารวมในอนาคตของเงินงวดปลายงวด เราควรใช้สูตรไหนในการคำนวณ

$$\text{(แนวตอบ : } FVA_n = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \text{)}$$

- การคำนวณมูลค่ารวมในอนาคตของเงินงวดต้นงวด เราควรใช้สูตรไหนในการคำนวณ

$$\text{(แนวตอบ : } FVA_n = A(1+i) \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \text{)}$$

การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
การประเมินหลังเรียน - แบบทดสอบหลังเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 4	- ตรวจแบบทดสอบ หลังเรียน	- แบบทดสอบหลังเรียน	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
การประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ 1) คำรายงวด	- ตรวจใบงาน 4.3.1 - ตรวจแบบฝึกทักษะ ที่ 4.3	- ใบงาน 4.3.1 - แบบฝึกทักษะที่ 4.3	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรมการ ทำงาน รายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการ ทำงาน กลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะอันพึง ประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ใน การทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 4.3 เรื่อง คำรายงวด
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน
- 4) ใบงานที่ 4.3.1 เรื่อง คำรายงวด

แหล่งการเรียนรู้

- 1) ห้องสมุด

- 2) ห้องเรียน
- 3) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 4.3.1

เรื่อง ค่ำรายงวด

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีทำ

1. สมบัติวางแผนเก็บเงินเพื่อให้เงินจำนวน 500,000 บาท ในอีก 2 ปีข้างหน้า โดยฝากธนาคารทุกเดือน ทางธนาคารจะดอกเบี้ยร้อยละ 6 ต่อปี และคิดดอกเบี้ยทบต้นให้ในทุกปลายงวด อยากทราบว่าสมบัติควรฝากเงินกับธนาคารเดือนละเท่าไร เพื่อให้มีเงินครบตามจำนวนที่ต้องการ

2. นิสิตคนหนึ่งฝากเงินประจำทุกเดือน เดือนละ 2,000 บาท ต่อเนื่องกันเป็นระยะเวลา 5 ปี และธนาคารจะ
ให้ดอกเบี้ยร้อยละ 12 ต่อปี โดยจะคิดทบต้นให้ทุกต้นงวด อยากทราบว่า เมื่อครบกำหนดเวลา 5 ปี นิสิต
คนนี้จะได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยเป็นจำนวนเท่าใด

ใบงานที่ 4.3.1

เรื่อง มูลค่าของเงิน

เฉลย

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีทำ

1. สมบัติวางแผนเก็บเงินเพื่อให้เงินจำนวน 500,000 บาท ในอีก 2 ปีข้างหน้า โดยฝากธนาคารทุกเดือน ทางธนาคารจะให้ดอกเบี้ยร้อยละ 6 ต่อปี และคิดดอกเบี้ยทบต้นให้ในทุกปลายงวด อยากทราบว่าสมบัติควรฝากเงินกับธนาคารเดือนละเท่าไร เพื่อให้มีเงินครบตามจำนวนที่ต้องการ

วิธีทำ จากสูตร $FVA_n = 500,000$, $n = 2 \times 12 = 24$, $i = \frac{0.06}{12} = 0.005$

$$FVA_n = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$500,000 = A \left[\frac{(1+0.005)^{24} - 1}{0.005} \right]$$

$$500,000 \approx A \left[\frac{0.127}{0.005} \right]$$

$$500,000 \approx 25.4A$$

$$A \approx 19,685.4$$

ดังนั้นสมบัติควรฝากเงินกับธนาคารเดือนละประมาณ 19,685.4 บาท เพื่อให้มีเงินครบตามจำนวนที่ต้องการ

2. นิสิตคนหนึ่งฝากเงินประจำทุกเดือน เดือนละ 2,000 บาท ต่อเนื่องกันเป็นระยะเวลา 5 ปี และธนาคารจะให้ดอกเบี้ยร้อยละ 12 ต่อปี โดยจะคิดทบต้นให้ทุกต้นงวด อยากทราบว่า เมื่อครบกำหนดเวลา 5 ปี นิสิตคนนี้จะได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยเป็นจำนวนเท่าใด

วิธีทำ จากสูตร $A = 2,000$, $n = 5 \times 12 = 60$, $i = \frac{0.12}{12} = 0.01$

$$\begin{aligned} FVA_n &= 2,000(1 + 0.01) \left[\frac{(1 + 0.01)^{60} - 1}{0.01} \right] \\ &= 2,000(1.01) \left[\frac{(1.01)^{60} - 1}{0.01} \right] \\ &\approx 2,000(1.01) \left[\frac{1.82 - 1}{0.01} \right] \\ &\approx 2,020(82) \\ &\approx 165,640 \end{aligned}$$

ดังนั้น เมื่อครบกำหนดเวลา 5 ปี นิสิตคนนี้จะได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยเป็นเงินจำนวนประมาณ 165,640 บาท

ชิ้นงาน/ภาระงาน (รวบยอด)
เรื่อง ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

คำชี้แจง ให้นักเรียนอธิบายความหมายเกี่ยวกับดอกเบี้ย มูลค่าของเงิน และค่ารายงวด พร้อมทั้งบอกประโยชน์ของทั้งสามข้างต้นที่ซึ่งเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของอย่างไร และสรุปความคิดรวบยอด/องค์ความรู้ โดยนำเสนอในรูปแบบแผนผังความคิด (Mind mapping)