



แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค32102

นางพินัญภัสส์ ทิพย์นัสกุล

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ

โรงเรียนสตรีศึกษา

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาร้อยเอ็ด

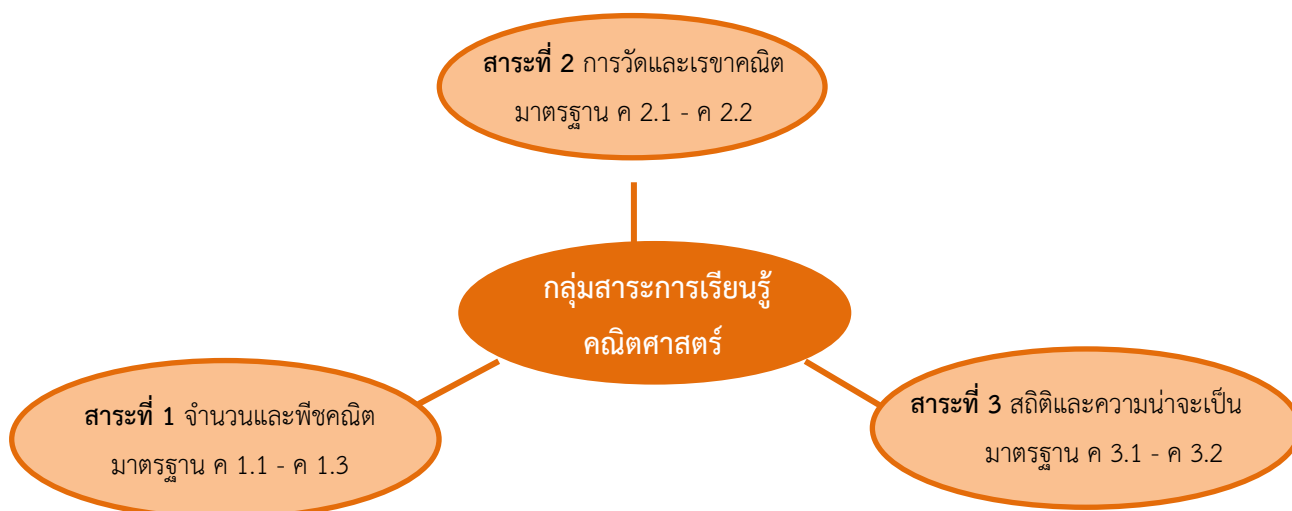
กระทรวงศึกษาธิการ

สรุปหลักสูตรแกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือ ในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัย และสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์

มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จัดทำขึ้นโดยคำนึงถึงการส่งเสริมให้ผู้เรียนมีทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เป็นสำคัญ นั่นคือ การเตรียมผู้เรียนให้มีทักษะด้านการคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ การใช้เทคโนโลยี การสื่อสารและการร่วมมือ ซึ่งส่งผลให้ผู้เรียนรู้เท่าทัน การเปลี่ยนแปลงของระบบเศรษฐกิจ สังคม วัฒนธรรม และสภาพแวดล้อม สามารถแข่งขันและอยู่ร่วมกับประชาคมโลกได้ ทั้งนี้การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ประสบความสำเร็จนั้น จะต้องเตรียมผู้เรียนให้มีความพร้อมที่จะเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ พร้อมทั้งจะประกอบอาชีพ เมื่อจบการศึกษา หรือสามารถศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น ดังนั้นสถานศึกษาควรจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมตามศักยภาพของผู้เรียน

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้จัดเป็น 3 สาระ ดังแผนภาพต่อไปนี้



คณิตศาสตร์เพิ่มเติม - สาระจำนวนและพีชคณิต - สาระการวัดและเรขาคณิต - สาระสถิติและความน่าจะเป็น - สาระแคลคูลัส

ที่มา : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ, ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551. (กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย, 2560)

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ม.5	1. เข้าใจความหมายและใช้สมบัติเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน และการไม่เท่ากันของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ	เลขยกกำลัง - รากที่ n ของจำนวนจริง เมื่อ n เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1 - เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ม.5	1. ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด	ฟังก์ชัน ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชัน (ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลัง สองฟังก์ชันขั้นบันได ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล)
	2. เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้	ลำดับและอนุกรม - ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต - อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
------	-----------	------------------------

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ม.5	1. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหา	ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน - ดอกเบี้ย - มูลค่าของเงิน - ค่ารายงวด

คำอธิบายรายวิชา

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 1

วิชาคณิตศาสตร์ ค32101

จำนวน 40 ชั่วโมง/ภาคเรียน

จำนวน 1.0 หน่วยกิต

ศึกษา ฝึกทักษะการคิดคำนวณ และฝึกทักษะการแก้ปัญหา ในสาระต่อไปนี้

เลขยกกำลัง จำนวนตรรกยะ จำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ การใช้สมบัติเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน และการไม่เท่ากันของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ การหารากที่ n ของจำนวนจริง เมื่อ n เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1 หาค่าประมาณของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลัง โดยวิธีการคำนวณที่เหมาะสม

ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันขั้นบันได ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล การนำกราฟไปใช้ในการแก้สมการและอสมการ การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันขั้นบันได

โดยใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม รู้จักใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน สามารถเชื่อมโยงความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆและใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์

เพื่อให้เกิดความสามารถในการคิด การแก้ปัญหา รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์สามารถทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบ มีความรอบคอบ มีวิจารณญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

ซึ่งกระบวนการเหล่านี้ได้จัดการเรียนรู้ผ่านสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต่าง ๆ ข้างต้น เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ความสามารถตามตัวชี้วัดต่อไปนี้

มาตรฐาน / ตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.5/1 เข้าใจความหมายและใช้สมบัติเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน และ

การไม่เท่ากันของจำนวนจริงในรูปกรณ์ และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลัง
ที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

ค 1.2 ม.5/1 ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด

รวม 2 ตัวชี้วัด

คำอธิบายรายวิชา

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

วิชาคณิตศาสตร์ ค32102

จำนวน 40 ชั่วโมง/ภาคเรียน

จำนวน 1.0 หน่วยกิต

ศึกษา ฝึกทักษะการคิดคำนวณ และฝึกทักษะการแก้ปัญหา ในสาระต่อไปนี้

ลำดับและอนุกรม ความหมายของลำดับ การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ ลำดับเลขคณิต ลำดับ
เรขาคณิต ความหมายของอนุกรม อนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรม
เลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ค่ารายงวด ใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหาได้

โดยใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์
ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม รู้จักใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และ
สรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย
และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน สามารถเชื่อมโยงความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์
ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์

เพื่อให้เกิดความสามารถในการคิด การแก้ปัญหา รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์
มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์สามารถทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบ มีความรอบคอบ มีวิจารณญาณ และ
มีความเชื่อมั่นในตนเอง

ซึ่งกระบวนการเหล่านี้ได้จัดการเรียนรู้ผ่านสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต่าง ๆ ข้างต้น เพื่อให้นักเรียน
มีความรู้ความสามารถตามตัวชี้วัดต่อไปนี้

มาตรฐาน / ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

ค 1.3 ม.5/1 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหา

รวม 2 ตัวชี้วัด

ตารางวิเคราะห์แผนการจัดการเรียนรู้รายชั่วโมงที่สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

แผนการจัดการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด						
	สาระที่ 1			สาระที่ 2		สาระที่ 3	
	ค 1.1	ค 1.2	ค 1.3	ค 2.1	ค 2.2	ค 3.1	ค 3.2
	1	1	2	1	-	-	-
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง							
● แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	✓						
● แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 รากที่ n ของจำนวนจริง	✓						
● แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ	✓						
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน							
● แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ความสัมพันธ์		✓					
● แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 กราฟของความสัมพันธ์		✓					
● แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์		✓					
● แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ฟังก์ชัน		✓					
● แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 ฟังก์ชันเชิงเส้น		✓					
● แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง		✓					
● แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 การนำกราฟไปใช้ในการแก้สมการและอสมการ		✓					
● แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ		✓					
● แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล		✓					
● แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ฟังก์ชันขั้นบันได		✓					

ตารางวิเคราะห์แผนการจัดการเรียนรู้รายชั่วโมงที่สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

แผนการจัดการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด						
	สาระที่ 1			สาระที่ 2		สาระที่ 3	
	ค 1.1	ค 1.2	ค 1.3	ค 2.1	ค 2.2	ค 3.1	ค 3.2
	1	1	2	1	-	-	-
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม							
● แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ความหมายของลำดับ			✓				
● แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ลำดับเลขคณิต			✓				
● แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับเรขาคณิต			✓				
● แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 อนุกรมเลขคณิต			✓				
● แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 อนุกรมเรขาคณิต			✓				
● แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ			✓				
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน							
● แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ดอกเบี้ย				✓			
● แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 มูลค่าของเงิน				✓			
● แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ค่าง่ายงวด				✓			

โครงสร้างรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32101
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 เวลาเรียน 40 ชั่วโมง จำนวน 1.0 หน่วยกิต

หน่วยที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้ และตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	เวลาเรียน (ชั่วโมง)	น้ำหนัก คะแนน
1	เลขยกกำลัง	ค 1.1 ม.5/1	1. เลขยกกำลังที่มี เลขชี้กำลังเป็น จำนวนเต็ม 2. รากที่ n ของ จำนวน จริง 3. เลขยกกำลังที่มี เลขชี้กำลังเป็น จำนวนตรรกยะ	12	40
2	ฟังก์ชัน	ค 1.2 ม.5/1	1. ความสัมพันธ์ 2. กราฟของความสัมพันธ์ 3. โดเมนและเรนจ์ของ ความสัมพันธ์ 4. ฟังก์ชัน 5. ฟังก์ชันเชิงเส้น 6. กราฟของฟังก์ชันกำลัง สอง 7. การนำกราฟไปใช้ ใน การแก้สมการและอสมการ 8. การแก้ปัญหาโดยใช้ ความรู้เรื่องฟังก์ชัน กำลัง สองและกราฟ 9. ฟังก์ชันเอกซ์โพ เนนเชียล 10. ฟังก์ชันขั้นบันได	27	60
รวมระหว่างเรียน				39	70
สอบปลายภาคเรียน				1	30
รวม				40	100

โครงสร้างรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 เวลาเรียน 40 ชั่วโมง จำนวน 1.0 หน่วยกิต

หน่วยที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้ และตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	เวลาเรียน (ชั่วโมง)	น้ำหนัก คะแนน
3	ลำดับและอนุกรม	ค 1.2 ม.5/2	1. ลำดับ 2. ลำดับเลขคณิต 3. ลำดับเรขาคณิต 4. อนุกรม	24	60
4	ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน	ค 1.3 ม.5/1	1. ดอกเบี้ย 2. ค่ารายงวด 3. มูลค่าของเงิน	15	40
รวมระหว่างเรียน				39	70
สอบปลายภาคเรียน				1	30
รวม				40	100

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค32102) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

จำนวน 24 ชั่วโมง

เรื่อง ความหมายของลำดับ

จำนวน 3 ชั่วโมง

ผู้สอน นางสาวชมพูนุช ทิพนัส

โรงเรียนสตรีศึกษา

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เข้าใจความหมายของลำดับจำกัด และลำดับอนันต์ (K)
2. หาพจน์ถัดไปของลำดับที่กำหนดได้ (K)
4. สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความหมายของลำดับในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอได้ (P)
5. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

สาระการเรียนรู้

ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต

สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ลำดับ คือฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก หรือสับเซตของจำนวนเต็มบวกในรูป $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ ซึ่งฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นสับเซตของจำนวนเต็มบวกในรูป $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ เรียกว่า ลำดับจำกัด และฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก เรียกว่า ลำดับอนันต์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร	1. มีวินัย รับผิดชอบ
2. ความสามารถในการคิด	2. ใฝ่เรียนรู้
1) ทักษะการหาแบบแผน	3. มุ่งมั่นในการทำงาน
2) ทักษะการวิเคราะห์	
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	

กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1-2

นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

ขั้นนำ

ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

1. ครูกล่าวทักทายนักเรียนและแจ้งคะแนนสอบให้นักเรียนทราบ
2. ครูกระตุ้นความสนใจของนักเรียนจากภาพหน้าหน่วยหนังสือ แล้วตั้งคำถามดังนี้

- นักเรียนเคยเล่นเครื่องดนตรีประเภทใดบ้าง

(แนวตอบ : นักเรียนอาจตอบได้หลายคำตอบ เช่น กีตาร์ ไวโอลิน แซกโซโฟน เป็นต้น)

- นักเรียนทราบหรือไม่ว่าโน้ตดนตรีแต่ละตัวมีความยาวแตกต่างกันอย่างไร

(แนวตอบ : โน้ตตัวกลม, โน้ตตัวขาว, โน้ตตัวดำ, โน้ตตัวเข้บัต 1 ชั้น และโน้ตตัวเข้บัต 2 ชั้น

ซึ่งจะมีความยาวลดลงเป็น $\frac{1}{2}$ ของโน้ตตัวแรก ตามลำดับ)

3. จากนั้นครูอธิบายว่า ความยาวของโน้ตแต่ละตัวเมื่อนำมาเรียงกันจะได้ความยาวดังนี้

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$$

จากความสัมพันธ์ข้างต้น ความยาวของโน้ตตัวถัดไปจะลดลงเป็นครึ่งหนึ่งเสมอ และเรียกความสัมพันธ์นี้ว่าเป็นลำดับเรขาคณิต ซึ่งจะได้ศึกษาในหน่วยการเรียนรู้ที่ 3

ขั้นสอน

ขั้นรู้ (Knowing)

1. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม Investigation แล้วตั้งคำถามดังนี้

- จากกิจกรรมข้างต้นลำดับที่ และจำนวนลูกบาศก์เพิ่มขึ้นหรือลดลงที่ละเท่าใด
(แนวตอบ : ลำดับที่เพิ่มขึ้นทีละ 1 เสมอ และจำนวนลูกบาศก์เพิ่มขึ้นทีละ 2, 3, 4 ...)
- ลำดับที่และจำนวนลูกบาศก์มีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร
(แนวตอบ : สัมพันธ์กัน คือ ลำดับที่จะเรียง 1, 2, 3, ..., n ซึ่งจะเรียงกันเป็นฟังก์ชันที่มีโดเมน

เป็นจำนวนเต็มบวกและมีเรนจ์เป็นจำนวนลูกบาศก์ โดยจะเรียง 1, 3, 6, 10, ..., $\frac{n(n+1)}{2}$

เช่นต้องการทราบจำนวนลูกบาศก์ของลำดับที่ 10 ให้นำ 10 ไปแทนค่าลงใน $\frac{n(n+1)}{2}$ จะได้ 55 ลูก)

2. ครูกล่าวบทนิยามของลำดับว่าเซตของฟังก์ชันเป็นลำดับที่มีโดเมนเป็นสับเซตของจำนวนเต็มบวก $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ เรียกว่า ลำดับจำกัด คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นสับเซตของจำนวนเต็มบวก $\{1, 2, 3, \dots\}$ เรียกว่า ลำดับอนันต์ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

3. ครูกล่าวถึงการเขียนสัญลักษณ์แทนสมาชิกของลำดับ ดังนี้

- ใช้ตัว a แทนสัญลักษณ์ของลำดับ

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นลำดับจำกัดและ $a_1, a_2, a_3, \dots$ เป็นลำดับอนันต์

ซึ่งจะเรียก a_1 ว่าพจน์ที่ 1 หรือพจน์แรกของลำดับ

a_2 ว่าพจน์ที่ 2 ของลำดับ

a_3 ว่าพจน์ที่ 3 ของลำดับ

a_n ว่าพจน์ที่ n ของลำดับ หรือพจน์ทั่วไปของลำดับ

4. ครูยกตัวอย่างการเขียนลำดับพร้อมทั้งให้ระบุว่าการลำดับในแต่ละข้อเป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์ ดังนี้

- 5, 10, 15, 20, 25 เป็นลำดับจำกัดที่มี 5 พจน์ มี $a_1=5, a_2=10, a_3=15, a_4=20,$

$a_5=25$

- 3, 6, 9, 12, 15, ... เป็นลำดับอนันต์ $a_1=3, a_2=6, a_3=9, a_4=12, a_5=15, \dots$

ลำดับอนันต์ที่มีสมาชิกไม่มีที่สิ้นสุดเราจะใช้สัญลักษณ์แทนด้วย ... (จุดสามจุด)

5. ครูอธิบายเพิ่มเติมจากกรอบ ATTENTION ว่า “ถ้าไม่มีการกำหนดสมาชิกของโดเมนไว้ให้ถือว่าลำดับนั้นเป็นลำดับอนันต์”

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

6. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 1 และ 2 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม เพื่อศึกษาในชั่วโมงถัดไป

ชั่วโมงที่ 3

ขั้นรู้ (Knowing)

7. นักเรียนและครูร่วมกันศึกษาตัวอย่างที่ 1 และ 2 แล้วร่วมกันตอบคำถามดังนี้

- พจน์แรกของ $a_n = 2n - 5$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
(แนวตอบ : พจน์แรกของ $a_n = 2n - 5$ มีค่าเท่ากับ $2(1) - 5 = -3$)
- พจน์สุดท้ายของ $a_n = 2n - 5$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
(แนวตอบ : พจน์สุดท้ายของ $a_n = 2n - 5$ มีค่าเท่ากับ $2(5) - 5 = 5$)
- ห้าพจน์แรกของลำดับ $a_n = 2n - 5$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
(แนวตอบ : ห้าพจน์แรกของลำดับ $a_n = 2n - 5$ มีค่าเท่ากับ $-3, -1, 1, 3, 5$)
- พจน์ที่สามของ $a_n = 3^{n-1}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
(แนวตอบ : พจน์แรกของ $a_n = 3^{n-1}$ มีค่าเท่ากับ $3^{3-1} = 3^2 = 9$)
- ห้าพจน์แรกของลำดับ $a_n = 3^{n-1}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
(แนวตอบ : ห้าพจน์แรกของลำดับ $a_n = 3^{n-1}$ มีค่าเท่ากับ $1, 3, 9, 27, 81$)

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

8. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3 - 4 คน ศึกษาตัวอย่างที่ 3 และ 4 จากนั้นทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

9. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

10. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 3.1ก เรื่อง ความหมายของลำดับ ลงในสมุด

ขั้นลงมือทำ (Doing)

11. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3 - 4 คน เพื่อฝึกการใช้โปรแกรม Excel ในการคำนวณหาห้าพจน์แรกของพจน์ที่ n โดยครูจะตั้งโจทย์กลุ่มละ 1 ข้อที่ไม่ซ้ำกัน

12. ครูสุ่มนักเรียนออกมาแนะนำการฝึกการใช้โปรแกรม Excel ในการคำนวณหาห้าพจน์แรกของพจน์ที่ n พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

13. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมเป็นการทำงานบ้าน

ขั้นสรุป

1. ครูสรุปโดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

- ลำดับคืออะไร

(แนวตอบ ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวกหรือสับเซตของจำนวน

เต็มบวกในรูป $\{1, 2, 3, \dots, n\}$)

- ให้ยกตัวอย่างลำดับจำกัด และลำดับอนันต์มาอย่างละ 1 ลำดับ

(แนวตอบ ลำดับจำกัดเช่น $\{8, 16, 24, 32, 40, 48\}$

และลำดับอนันต์เช่น $\{5, 10, 15, 20, 25, \dots\}$)

- ให้หาสามพจน์ถัดไปของลำดับ 4, 7, 10, 13, ...

(แนวตอบ สามพจน์ถัดไปคือ 16, 19, 22)

- ให้หาสามพจน์ถัดไปของลำดับ 7, 9, 13, 21, ...

(แนวตอบ สามพจน์ถัดไปคือ 37, 69, 133)

การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
การประเมินก่อนเรียน - แบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม	- ตรวจสอบแบบทดสอบก่อนเรียน	- แบบทดสอบก่อนเรียน	ประเมินตามสภาพจริง
การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) ความหมายของ ลำดับ	- ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 3.1 ก	- แบบฝึกทักษะ 3.1 ก	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะอันพึง ประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ 3.1ก เรื่อง ความหมายของลำดับ
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

แหล่งการเรียนรู้

-

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค32102) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

จำนวน 24 ชั่วโมง

เรื่อง ลำดับเลขคณิต

จำนวน 5 ชั่วโมง

ผู้สอน นางสาวชมพูนุช ทิพนัส

โรงเรียนสตรีศึกษา

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิตได้ (K)
2. หาพจน์ต่าง ๆ ของลำดับเลขคณิต และนำไปใช้ได้ (K)
3. สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับลำดับเลขคณิตในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอได้ (P)
4. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

สาระการเรียนรู้

ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต

สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่มีผลต่างของพจน์ที่ $n + 1$ กับพจน์ที่ n แล้วมีค่าคงตัวเสมอ และเรียกผลต่างที่มีค่าคงตัวว่า ผลต่างร่วม

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการจำแนกประเภท 2) ทักษะการนำความรู้ไปใช้ 3) ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ 4) ทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย รับผิดชอบ 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

1. ครูกล่าวทบทวนความรู้เรื่องลำดับ ลำดับจำกัด ลำดับอนันต์ และการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

- ลำดับคืออะไร

(แนวตอบ : ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวกหรือสับเซตของจำนวน

เต็มบวกในรูป $\{1, 2, 3, \dots, n\}$)

- ให้ยกตัวอย่างลำดับจำกัดและลำดับอนันต์มาอย่างละ 1 ลำดับ

(แนวตอบ : ลำดับจำกัดเช่น $\{8, 16, 24, 32, 40, 48\}$

และลำดับอนันต์เช่น $\{5, 10, 15, 20, 25, \dots\}$)

2. ครูอธิบายว่าลำดับในทางคณิตศาสตร์มีหลายเรื่อง แต่ในระดับมัธยมศึกษาจะเรียนแค่ 2 เรื่อง คือ

ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต

ขั้นสอน

ขั้นรู้ (Knowing)

1. นักเรียนทำกิจกรรม Investigation เป็นรายบุคคลดังนี้

ข้อ	ลำดับ	$a_2 - a_1$	$a_3 - a_2$	$a_4 - a_3$	$a_5 - a_4$
1	2, 5, 8, 11, 14, ...	$5 - 2 = 3$	$8 - 5 = 3$	$11 - 8 = 3$	$14 - 11 = 3$
2	6, 3, 0, -3, -6, ...	$3 - 6 = (-3)$	$0 - 3 = (-3)$	$(-3) - 0 = (-3)$	$(-6) - (-3) = (-3)$
3	5, 9, 13, 17, 21, ...	$9 - 5 = 4$	$13 - 9 = 4$	$17 - 13 = 4$	$21 - 17 = 4$
4	1, 1, 1, 1, 1, ...	$1 - 1 = 0$	$1 - 1 = 0$	$1 - 1 = 0$	$1 - 1 = 0$
5	1, 2, 4, 7, 11, ...	$2 - 1 = 1$	$4 - 2 = 2$	$7 - 4 = 3$	$11 - 7 = 4$
6	9, 8, 6, 3, -1, ...	$8 - 9 = (-1)$	$6 - 8 = (-2)$	$3 - 6 = (-3)$	$(-1) - 3 = (-4)$

จะเห็นว่าลำดับในข้อ 1 ถึง 4 จะมีผลต่างของพจน์หลังกับพจน์หน้าเป็นค่าคงตัวเสมอ เรียกว่า ลำดับเลขคณิต และเรียกผลต่างค่าคงตัวนี้ว่า ผลต่างร่วม

2. ครูอธิบายลำดับเลขคณิตในกรณีทั่วไป และสามารถเขียนพจน์อื่น ๆ ในลำดับเลขคณิตในรูปของ a_1 และ d

เช่น

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d \quad \text{หรือ} \quad (a_1 + d) + d \quad \text{หรือ} \quad a_1 + 2d$$

$$a_4 = a_3 + d \quad \text{หรือ} \quad (a_1 + 2d) + d \quad \text{หรือ} \quad a_1 + 3d$$

$\vdots$

$$a_n = a_{n-1} + d \quad \text{หรือ} \quad [a_1 + (n-2)d] + d \quad \text{หรือ} \quad a_1 + (n-1)d$$

และการหาพจน์ทั่วไปของ ลำดับเลขคณิตคือ

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

เมื่อ a_1 คือ พจน์ที่ 1 ของลำดับเลขคณิต

d คือ ผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิต

n คือ ลำดับที่ n ของลำดับเลขคณิต

และ a_n คือ พจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต

3. ครูกยกตัวอย่างที่ 5 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม ดังนี้

- ให้เขียนสี่พจน์ถัดไปของลำดับเลขคณิต $-3, 1, 5, \dots$

ลำดับเลขคณิตมี $a_1 = (-3)$ และผลต่างร่วม $d = a_2 - a_1 = 1 - (-3) = 4$

$$\text{จะได้} \quad a_4 = a_3 + d = 5 + 4 = 9$$

$$a_5 = a_4 + d = 9 + 4 = 13$$

$$a_6 = a_5 + d = 13 + 4 = 17$$

$$a_7 = a_6 + d = 17 + 4 = 21$$

ดังนั้น สี่พจน์ถัดไปของลำดับเลขคณิตนี้คือ $9, 13, 17, 21$

4. ครูกยกตัวอย่างเพิ่มเติมโดยให้นักเรียนร่วมกันแสดงวิธีทำดังนี้

- ลำดับ $1, 3, 5, \dots$ มีผลต่างร่วม (d) เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : ผลต่างร่วม (d) มีค่าเท่ากับ $a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2$)

- ให้เขียนสามพจน์ถัดไปของลำดับเลขคณิต $1, 3, 5, \dots$,

(แนวตอบ : ลำดับเลขคณิตมี $a_1 = 1$ และผลต่างร่วม $d = a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2$)

$$\text{จะได้ } a_4 = a_3 + d = 5 + 2 = 7$$

$$a_5 = a_4 + d = 7 + 2 = 9$$

$$a_6 = a_5 + d = 9 + 2 = 11$$

ดังนั้น สามพจน์ถัดไปของลำดับเลขคณิตนี้คือ 7, 9, 11

5. ครุยกโจทย์ของตัวอย่างที่ 6 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม และสามารถหาพจน์ที่ 50 ของลำดับเลขคณิต 3, 7, 11, 15, ...

โดยศึกษา PROBLEM SOLVING TIP ว่าการหาลำดับเลขคณิตในพจน์ที่ n จะต้องทราบค่าของ a_1 และ d ก่อนเสมอ

- ให้หาพจน์ที่ 50 ของลำดับเลขคณิต 3, 7, 11, 15, ...

ลำดับเลขคณิตมี $a_1 = 3$ และผลต่างร่วม $d = 7 - 3 = 4$

$$\text{จาก } a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$\text{จะได้ } a_{50} = 3 + (50 - 1)(4)$$

$$= 3 + 196$$

$$= 199$$

ดังนั้น พจน์ที่ 50 ของลำดับคือ 199

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

6. นักเรียนแต่ละคนกำหนดลำดับเลขคณิตมาคนละ 1 ลำดับ โดยที่แต่ละลำดับมี 4 พจน์ จากนั้นให้แต่ละคนเขียนพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต แล้วหาพจน์ที่ 100 ของลำดับดังกล่าว โดยทำลงในสมุด

ชั่วโมงที่ 2

7. ครูทบทวนเรื่อง ลำดับเลขคณิต จากชั่วโมงที่แล้วโดยตั้งคำถามดังนี้

- ลำดับเลขคณิตคืออะไร และหาพจน์ทั่วไปได้จากสูตรใด

(แนวตอบ : ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่มีผลต่างของพจน์ที่ $n + 1$ กับพจน์ที่ n แล้วมีค่าคงตัวเสมอ และเรียกผลต่างที่มีค่าคงตัวนี้ว่า ผลต่างร่วม และสูตรพจน์ทั่วไปคือ $a_n = a_1 + (n - 1)d$)

8. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 7, 8 และ 9 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม แล้วร่วมกันตอบคำถามดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 7 ลำดับเลขคณิต 5, 1, -3, -7 จะได้ว่า a_1 และผลต่างร่วมมีค่าเท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : ลำดับเลขคณิต 5, 1, -3, -7 มี $a_1 = 5$

และผลต่างร่วม $d = a_2 - a_1 = 1 - 5 = (-4)$)

- จากตัวอย่างที่ 8 a_1 มีค่าเท่ากับเท่าใด
(แนวตอบ : $a_1 = -1$)
- จากตัวอย่างที่ 8 x มีค่าเท่ากับเท่าใด
(แนวตอบ : $x = 2$)
- จากตัวอย่างที่ 9 x มีค่าเท่ากับเท่าใด
(แนวตอบ : $x = 2$)

9. ครูเสริมจากกรอบ PROBLEM SOLVING TIP ว่า “การหาพจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิตจะต้องทราบค่า a_1 และ d ก่อนเสมอ”

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

10. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 7, 8 และ 9 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 3-4

ขั้นรู้ (Knowing)

11. ครูทบทวนเรื่อง ลำดับเลขคณิต จากชั่วโมงที่แล้วโดยตั้งคำถามดังนี้
- ลำดับเลขคณิตคืออะไร และหาพจน์ทั่วไปได้จากสูตรใด
(แนวตอบ : ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่มีผลต่างของพจน์ที่ $n + 1$ กับพจน์ที่ n แล้วมีค่าคงตัวเสมอ และเรียกผลต่างที่มีค่าคงตัวนี้ว่า ผลต่างร่วม และสูตรพจน์ทั่วไปคือ $a_n = a_1 + (n-1)d$)
 - พจน์ที่ 50 ของลำดับเลขคณิต 11, 6, 1, -4, ... คือจำนวนใด
(แนวตอบ : หาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต คือ $a_n = -5n+16$ และพจน์ที่ 50 คือ $a_{50} = -234$)
12. นักเรียนจับคู่เพื่อศึกษาตัวอย่างที่ 10 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม ดังนี้
- ถ้าลำดับเลขคณิตชุดหนึ่งมีผลบวกและผลคูณของสามพจน์แรกเท่ากับ 9 และ 15 ตามลำดับ ให้หาสามพจน์แรกของลำดับเลขคณิตนี้

ให้หาสามพจน์แรกของลำดับเลขคณิต คือ $a-d, a, a+d$

$$\text{จะได้ } (a-d)+a+(a+d) = 9$$

$$3a = 9$$

$$a = 3$$

$$\text{และ } (a-d)(a)(a+d) = 15$$

$$(3-d)(3)(3+d) = 15$$

$$9-d^2 = 5$$

$$d^2 = 4$$

$$d = 2, (-2)$$

เมื่อ $d = 2$ และ $a = 3$ จะได้สามพจน์แรก คือ 1,3,5

$d = (-2)$ และ $a = 3$ จะได้สามพจน์แรกคือ 5,3,1

13. ครูตั้งคำถามเพิ่มเติมจากตัวอย่างที่ 10 ดังนี้

- หาสามพจน์แรกของลำดับเลขคณิตนี้

(แนวตอบ : ถ้า $d = 2$ และ $a = 3$ จะได้สามพจน์แรกคือ 1,3,5

$d = (-2)$ และ $a = 3$ จะได้สามพจน์แรกคือ 5,3,1)

- หาสามพจน์ถัดไปลำดับเลขคณิตนี้

(แนวตอบ : ถ้า $d = 2$ สามพจน์ถัดไปของลำดับ 1, 3, 5, ... คือ 7, 9 และ 11

$d = (-2)$ สามพจน์ถัดไปของลำดับ 5, 3, 1, ... คือ -1, -3 และ -5)

- หาพจน์ทั่วไป และพจน์ที่ 30 ของลำดับเลขคณิตนี้

(แนวตอบ : $a_n = 2n-1$ และพจน์ที่ 30 คือ 59)

14. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปตัวอย่างที่ 11 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับอนุกรม ดังนี้

- จำนวนเต็มตั้งแต่ 100 ถึง 1,000 ที่หารด้วย 7 ลงตัว มีทั้งหมดกี่จำนวน

จำนวนแรกที่หารด้วย 7 ลงตัว คือ 105

จำนวนสุดท้ายที่หารด้วย 7 ลงตัว คือ 994

จะได้ลำดับเลขคณิตคือ 105, 112, 119, ..., 994

จาก $a_n = a_1 + (n-1)d$ เมื่อ $a_1=105$, $d = 7$, และ $a_n = 994$

จะได้ $994 = 105 + (n-1)7$

$$994 = 105 + 7n - 7$$

$$7n = 896$$

$$n = 128$$

ดังนั้น จำนวนเต็มตั้งแต่ 100 ถึง 1,000 ที่หารด้วย 7 ลงตัวมีทั้งหมด 128 จำนวน

15. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่าการหาจำนวนพจน์สามารถหาได้ โดยร่วมสรุปกันดังนี้

$$\text{จากสูตร } a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n - a_1 = (n-1)d$$

$$\frac{a_n - a_1}{d} = (n-1)$$

$$n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$$

ดังนั้น การหาจำนวนพจน์สามารถหาได้จากสูตร $n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$ จากการย้ายข้างสมการ

16. ครุยยกตัวอย่างเพิ่มเติมโดยให้นักเรียนร่วมกันแสดงวิธีทำ โดยใช้สูตร $n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$

- ระหว่าง 100 และ 500 มีจำนวนเต็มที่ยหารด้วย 4 ลงตัว มีกี่จำนวน

$$\text{จาก } n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1, a_n = 500, a_1 = 100 \text{ และ } d = 4$$

$$\text{จะได้ } n = \frac{500 - 100}{4} + 1$$

$$= \frac{400}{4} + 1$$

$$= 100 + 1$$

$$= 101$$

ดังนั้นระหว่าง 100 และ 500 มีจำนวนเต็มที่ยหารด้วย 4 ลงตัวมี 101 จำนวน

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

17. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 10 และ 11 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

18. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 10 และ 11 ในหนังสือเรียนรายวิชา พื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

ชั่วโมงที่ 5

ขั้นรู้ (Knowing)

19. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 12 แล้วตั้งคำถามดังนี้

- นักเรียนทราบได้อย่างไรว่าจากตัวอย่างที่ 12 มีลักษณะของโจทย์เป็นลำดับเลขคณิต
(แนวตอบ : เพราะวันชัยมีการจ่ายเงินเพิ่มทุกเดือน เดือนละ 50 บาท อย่างคงตัว)
- นักเรียนทราบค่า a_1, d และ a_n ได้อย่างไร

(แนวตอบ : เนื่องจากโจทย์ระบุว่าชำระเงินคืนเดือนแรก 850 บาท นั่นคือ $a_1 = 850$

วันชัยมีการจ่ายเงินเพิ่มทุกเดือน เดือนละ 50 บาท นั่นคือ $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = d$

วันชัยชำระเงินในเดือนสุดท้ายเป็นเงิน 1,700 บาท หรือพจน์สุดท้าย นั่นคือ $a_n = 1,700$)

- โจทย์ต้องการทราบอะไร และใช้สูตรใดในการคำนวณหาค่าตัวแปร

(แนวตอบ : โจทย์ต้องการทราบว่าวันชัยชำระเงินกู้เงินสหกรณ์เป็นระยะเวลากี่เดือน หรือหา
ค่า n และใช้สูตรในการคำนวณคือ $a_n = a_1 + (n-1)d$)

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

20. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 12 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

21. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 12 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน
คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

22. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม
เป็นการบ้าน

ขั้นลงมือทำ (Doing)

23. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3 – 4 คน โดยคละความสามารถทางคณิตศาสตร์ ทำกิจกรรมดังนี้

- ให้แต่ละกลุ่มทำแบบฝึกทักษะ 3.1x ระดับพื้นฐาน และระดับกลาง ทุกข้อลงในสมุด

ขั้นสรุป

1. ครูทบทวนความรู้โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

- ลำดับเลขคณิตคืออะไร

(แนวตอบ ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่มีผลต่างของพจน์ที่ $n + 1$ กับพจน์ที่ n แล้วมีค่าคงตัว
เสมอ และเรียกผลต่างที่มีค่าคงตัวนี้ว่า ผลต่างร่วม)

- สัญลักษณ์ที่ใช้ในการคำนวณหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต

(แนวตอบ: พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต คือ $a_n = a_1 + (n-1)d$)

โดยที่ a_1 คือ พจน์แรก หรือพจน์ที่ 1

a_n คือ พจน์ที่ n หรือพจน์สุดท้าย

n คือ จำนวนพจน์

d คือ ผลต่างร่วม)

- เขียนสัญลักษณ์แทนผลบวกสามพจน์แรกของลำดับเลขคณิตซึ่งจะได้ผลบวกเท่ากับ 30

(แนวตอบ : $(a-d)+a+(a+d) = 30$ เมื่อ $a-d$ คือพจน์แรก)

- เขียนสัญลักษณ์แทนผลบวกสี่พจน์แรกของลำดับเลขคณิตซึ่งจะได้ผลบวกเท่ากับ 50

(แนวตอบ : $(a-3d)+(a-d)+(a+d)+(a+3d) = 50$ เมื่อ $a-3d$ คือพจน์แรก)

การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) ลำดับเลขคณิต	- ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 3.1 ข	- แบบฝึกทักษะ 3.1ข	- ร้อยละ 60 ผ่าน เกณฑ์
2) พฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะอันพึง ประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 3.1ข เรื่อง ลำดับเลขคณิต
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

แหล่งการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค32102) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

จำนวน 24 ชั่วโมง

เรื่อง ลำดับเรขาคณิต

จำนวน 5 ชั่วโมง

ผู้สอน นางสาวชมพูนุช ทิพนัส

โรงเรียนสตรีศึกษา

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เข้าใจความหมายของลำดับเรขาคณิตได้ (K)
2. หาพจน์ต่าง ๆ ของลำดับเรขาคณิต และนำไปใช้ได้ (K)
3. สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับลำดับเรขาคณิตในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอได้ (P)
4. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

สาระการเรียนรู้

ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต

สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ลำดับเรขาคณิต คือ ลำดับที่มีอัตราส่วนของพจน์ที่ $n + 1$ กับพจน์ที่ n แล้วมีค่าคงตัวเสมอ และเรียกอัตราส่วนที่มีค่าคงตัวว่า อัตราส่วนร่วม

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการจำแนกประเภท 2) ทักษะการนำความรู้ไปใช้ 3) ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ 4) ทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย รับผิดชอบ 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1-2

ขั้นนำ

ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

1. ครูกล่าวทบทวนความรู้เรื่องลำดับเลขคณิตดังนี้

- พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต คือ $a_n = a_1 + (n-1)d$

เมื่อ a_1 คือ พจน์แรก

d คือ ผลต่างร่วม

n คือ จำนวนพจน์ในลำดับเลขคณิต

a_n คือ พจน์สุดท้ายของลำดับเลขคณิต

ขั้นสอน

ขั้นรู้ (Knowing)

1. นักเรียนทำกิจกรรม Investigation ดังนี้

ข้อ	ลำดับ	$\frac{a_2}{a_1}$	$\frac{a_3}{a_2}$	$\frac{a_4}{a_3}$	$\frac{a_5}{a_4}$
1	1,2,4,8,16,...	$\frac{2}{1} = 2$	$\frac{4}{2} = 2$	$\frac{8}{4} = 2$	$\frac{16}{8} = 2$
2	3,-9,27,-81,243,...	$\frac{-9}{3} = (-3)$	$\frac{27}{-9} = (-3)$	$\frac{-81}{27} = (-3)$	$\frac{243}{-81} = (-3)$
3	64,32,16,8,4,...	$\frac{32}{64} = \frac{1}{2}$	$\frac{16}{32} = \frac{1}{2}$	$\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$	$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$
4	1,1,1,1,1,1,...	$\frac{1}{1} = 1$	$\frac{1}{1} = 1$	$\frac{1}{1} = 1$	$\frac{1}{1} = 1$
5	1,2,6,24,120,...	$\frac{2}{1} = 2$	$\frac{6}{2} = 3$	$\frac{24}{6} = 4$	$\frac{120}{24} = 5$
6	9,8,6,3,-1,...	$\frac{8}{9}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{-1}{3}$

จะได้ว่า ลำดับในข้อ 1-4 จะมีอัตราส่วนของพจน์หลังกับพจน์หน้าที่อยู่ติดกันดังนี้

- $\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{8}{4} = \frac{16}{8} = 2$ มีค่าคงตัวเท่ากับ 2
- $\frac{-9}{3} = \frac{27}{-9} = \frac{-81}{27} = \frac{243}{-81} = (-3)$ มีค่าคงตัวเท่ากับ (-3)
- $\frac{32}{64} = \frac{16}{32} = \frac{8}{16} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ มีค่าคงตัวเท่ากับ $\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{1}{1} = 1$ มีค่าคงตัวเท่ากับ 1

อัตราส่วนที่อยู่ติดกันในแต่ละคู่จะมีค่าคงตัวที่เท่ากัน ซึ่งจะเรียกลำดับนี้ว่า ลำดับเรขาคณิต และอัตราส่วนที่คงตัว เรียกว่า อัตราส่วนร่วม ใช้สัญลักษณ์ คือ r

2. ครูอธิบายลำดับเรขาคณิตในกรณีทั่วไป และสามารถเขียนพจน์อื่น ๆ ในลำดับเรขาคณิตในรูปของ a_1 และ r เช่น

- $a_2 = a_1 r$
- $a_3 = a_2 r$ หรือ $(a_1 r) r$ หรือ $a_1 r^2$
- $a_4 = a_3 r$ หรือ $(a_1 r^2) r$ หรือ $a_1 r^3$
- $\vdots$
- $a_n = a_{n-1} r$ หรือ $(a_1 r^{n-2}) r$ หรือ $a_1 r^{n-1}$

3. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต ดังนี้

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

เมื่อ a_1 คือ พจน์ที่ 1 ของลำดับเรขาคณิต

r คือ อัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิต

n คือ ลำดับที่ n ของลำดับเรขาคณิต

และ a_n คือ พจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต

4. ครูกยกตัวอย่างที่ 13 และ 14 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม พร้อมร่วมตอบคำถามดังนี้

- ลำดับเรขาคณิตของ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ มี a_1 และค่า r เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : ลำดับเรขาคณิตนี้มี $a_1 = 1$ และ $r = \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$)

- พจน์ที่ 4 ของลำดับ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : พจน์ที่ 4 ของลำดับ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ มีค่าเท่ากับ $\frac{27}{8}$)

- พจน์ที่ 5 ของลำดับ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : พจน์ที่ 5 ของลำดับ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ มีค่าเท่ากับ $\frac{81}{16}$)

- พจน์ที่ 6 ของลำดับ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : พจน์ที่ 6 ของลำดับ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ มีค่าเท่ากับ $\frac{243}{32}$)

- พจน์ที่ 7 ของลำดับ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : พจน์ที่ 7 ของลำดับ $1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$ มีค่าเท่ากับ $\frac{729}{64}$)

- ลำดับเรขาคณิตของ $\frac{1}{16}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \dots$ มี a_1 และ ค่า r เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : ลำดับเรขาคณิตนี้มี $a_1 = \frac{1}{16}$ และ $r = -\frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{16}} = -2$)

- พจน์ที่ 10 ของลำดับ $\frac{1}{16}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \dots$ เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ : พจน์ที่ 10 ของลำดับ $\frac{1}{16}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \dots$ มีค่าเท่ากับ -32)

5. ครุยกตัวอย่างเพิ่มเติมโดยให้นักเรียนร่วมกันแสดงวิธีทำดังนี้

- ให้เขียนพจน์ถัดไปของลำดับเรขาคณิต $75, 15, 3, \frac{3}{5}, \dots$

ลำดับเรขาคณิตนี้มี $a_1 = 75$, อัตราส่วนร่วม $r = \frac{15}{75} = \frac{1}{5}$ และ $n=5$

$$\begin{aligned} \text{จาก } a_n &= a_1 r^{n-1} \\ &= 75 \left(\frac{1}{5} \right)^{5-1} \\ &= 75 \left(\frac{1}{5} \right)^4 \end{aligned}$$

$$= 75 \left(\frac{1}{625} \right)$$

$$= \frac{75}{625}$$

พจน์ถัดไปของลำดับเรขาคณิต 75, 15, 3, $\frac{3}{5}$, ... คือ $\frac{75}{625}$

- ให้หาพจน์ที่ 6 ของลำดับเรขาคณิต 1, 2, 4, 8, ...

ลำดับเรขาคณิตนี้มี $a_1 = 1$ และ อัตราส่วนร่วม $r = \frac{2}{1} = 2$

$$\begin{aligned} \text{จาก } a_n &= a_1 r^{n-1} \\ &= (1)(2)^{6-1} \\ &= 2^5 \\ &= 32 \end{aligned}$$

ดังนั้น พจน์ที่ 6 ของลำดับเรขาคณิต 1, 2, 4, 8, ... คือ 32

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

6. นักเรียนจับคู่ทำกิจกรรมต่อไปนี้

- ทบทวนความรู้เรื่อง ลำดับเรขาคณิต และพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต $a_n = a_1 r^{n-1}$

โดยให้แต่ละคนเขียนลำดับเรขาคณิตมาคนละ 4 พจน์ ลงในสมุด

ชั่วโมงที่ 3

ขั้นสอน

ขั้นรู้ (Knowing)

7. ครูทบทวนเรื่อง ลำดับเรขาคณิต จากชั่วโมงที่แล้วดังนี้

- ลำดับเรขาคณิตคืออะไร และหาพจน์ทั่วไปได้จากสูตรใด

(แนวตอบ : ลำดับที่มีอัตราส่วนของพจน์ที่ $n + 1$ กับพจน์ที่ n แล้วมีค่าคงตัวเสมอ

และเรียกอัตราส่วนที่มีค่าคงตัวว่า อัตราส่วนร่วม และสูตรพจน์ทั่วไปคือ $a_n = a_1 r^{n-1}$)

- พจน์ที่ 30 ของลำดับเรขาคณิต 15, -5, $\frac{5}{3}$, $-\frac{5}{9}$, ... คือจำนวนใด

(แนวตอบ : หาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต คือ $a_n = 15 \left(-\frac{1}{3} \right)^{n-1}$)

และพจน์ที่ 30 คือ $a_{30} = 15\left(-\frac{1}{3}\right)^{29}$

8. ครูอธิบายเกี่ยวกับการหาพจน์ของลำดับเรขาคณิตจากตัวอย่างที่ 15 และ 16 จากหนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม โดยตั้งคำถามดังนี้

- ลำดับเรขาคณิต 2, $2\sqrt{2}$, 4, $4\sqrt{2}$, ... มี a_1 และ ค่า r เท่ากับเท่าใด
(แนวตอบ : ลำดับเรขาคณิต 2, $2\sqrt{2}$, 4, $4\sqrt{2}$, ... มี $a_1 = 2$ และ
อัตราส่วนร่วม $r = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$)
- พจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิต 2, $2\sqrt{2}$, 4, $4\sqrt{2}$, ... เท่ากับเท่าใด
(แนวตอบ : พจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิต 2, $2\sqrt{2}$, 4, $4\sqrt{2}$, ... $a_n = 2(\sqrt{2})^{n-1}$)
- ลำดับเรขาคณิตของ 1, $\sqrt{3}$, 3, ... มี a_1 และ ค่า r เท่ากับเท่าใด
(แนวตอบ : ลำดับเรขาคณิตของ 1, $\sqrt{3}$, 3, ... มี $a_1 = 1$
และอัตราส่วนร่วม $r = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$)
- 243 เป็นพจน์ที่เท่าใดของลำดับเรขาคณิตที่มี 1, $\sqrt{3}$, 3,
(แนวตอบ : 243 เป็นพจน์ที่ 11 ของลำดับ 1, $\sqrt{3}$, 3,)
- นักเรียนสามารถหาพจน์ทั่วไปและหาค่า n ของลำดับเรขาคณิตโดยใช้วิธีใด
(แนวตอบ : โดยแทนสมการทั่วไปและหาค่าออกมา)

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

9. นักเรียนฝึกทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 15 และ 16 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม
10. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 15 และ 16 ในหนังสือเรียนรายวิชา พื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

ชั่วโมงที่ 4

11. ครูทบทวนเรื่อง ลำดับเรขาคณิต จากชั่วโมงที่แล้วดังนี้
- ลำดับเรขาคณิตคืออะไร และหาพจน์ทั่วไปได้จากสูตรใด
(แนวตอบ : ลำดับที่มีอัตราส่วนของพจน์ที่ $n + 1$ กับพจน์ที่ n แล้วมีค่าคงตัวเสมอ และเรียก
อัตราส่วนที่มีค่าคงตัวว่า อัตราส่วนร่วม และสูตรพจน์ทั่วไปคือ $a_n = a_1 r^{n-1}$)
12. ครูยกโจทย์ตัวอย่างที่ 17 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม จากนั้นตั้งคำถามดังนี้

- ถ้านักเรียนต้องการทราบพจน์ที่ 6 ของลำดับเรขาคณิตดังกล่าว นักเรียนจะต้องทราบค่าใดบ้าง

(แนวตอบ : พจน์ที่ 1 และ r)

- นักเรียนจะหาพจน์ที่ 1 และ r ได้อย่างไร เมื่อโจทย์กำหนด $a_3 = 2$ และ $a_7 = 2592$

(แนวตอบ : จัดรูป $a_3 = 2$ ให้เป็น $a_1 r^2 = 2$ (1)

และ $a_7 = 2592$ ให้เป็น $a_1 r^6 = 2592$ (2)

จากนั้นแก้ระบบสมการเพื่อหาค่า a_1 และ r)

จากนั้นนำค่า a_1 และ r มาแทนค่าใน $a_6 = a_1 r^5$ เพื่อหาค่าพจน์ที่ 6

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

13. นักเรียนฝึกทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 17 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

14. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 17 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันในคาบเรียน

ชั่วโมงที่ 5

ขั้นสอน

ขั้นรู้ (Knowing)

15. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 18 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม และร่วมตอบคำถามดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 18 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม หลังจากลูกบอลกระทบพื้นครั้งที่ 10 ลูกบอลจะกระดอนไปได้กี่เมตร

(แนวตอบ : $108 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{10-1} \approx 2.81$)

- ถ้าลูกบอลถูกปล่อยจากความสูง 450 เมตร ให้หาว่าหลังจากลูกบอลกระทบพื้นครั้งที่ 6 ลูกบอลจะกระดอนขึ้นไปได้กี่เมตร

(แนวตอบ : ลูกบอลกระทบพื้นครั้งที่ 1 ลูกบอลจะขึ้นไปได้สูงเท่ากับ เมตร $450 \times \frac{2}{3} = 300$)

ลูกบอลกระทบพื้นครั้งที่ 6 ลูกบอลจะขึ้นไปได้สูงเท่ากับ $300 \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 \approx 39.51$ เมตร)

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

16. นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันสืบค้นจากอินเทอร์เน็ตหรือในหนังสือหาแนวข้อสอบ O-NET หัวข้อ โจทย์ประยุกต์เกี่ยวกับ เรื่อง ลำดับเรขาคณิต มากลุ่มละ 1 ข้อ เขียนโจทย์และวิธีทำลงในกระดาษ A4
17. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม เป็นกรบ้าน

ขั้นลงมือทำ (Doing)

18. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3 – 4 คน โดยละความสามารถทางคณิตศาสตร์ ทำกิจกรรมดังนี้
- ให้แต่ละกลุ่มทำแบบฝึกทักษะ 3.1ค ลงในสมุด โดยให้สมาชิกในกลุ่มปรึกษากัน

ขั้นสรุป

1. ครูทบทวนความรู้โดยใช้การถาม-ตอบดังนี้

- ลำดับเรขาคณิตคืออะไร

(แนวตอบ : ลำดับเรขาคณิต คือ ลำดับที่มีอัตราส่วนของพจน์ที่ $n + 1$ กับพจน์ที่ n แล้วมี

ค่าคงตัวเสมอ และเรียกอัตราส่วนที่มีค่าคงตัวว่า อัตราส่วนร่วม และสูตรพจน์ทั่วไปคือ $a_n = a_1 r^{n-1}$)

- บอกสัญลักษณ์ที่ใช้ในการคำนวณหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต

(แนวตอบ : พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต คือ $a_n = a_1 r^{n-1}$

โดยที่ a_1 คือ พจน์แรก หรือพจน์ที่ 1

a_n คือ พจน์ที่ n หรือพจน์สุดท้าย

n คือ จำนวนพจน์

r คือ อัตราส่วนร่วม)

- ให้เขียนสัญลักษณ์แทนผลคูณสามพจน์แรกของลำดับเรขาคณิต ซึ่งจะได้ผลคูณเท่ากับ 1000

(แนวตอบ : $(ar^{-1})(a)(ar) = 1000$ เมื่อ ar^{-1} คือ พจน์แรก)

- ให้เขียนสัญลักษณ์แทนผลคูณสี่พจน์แรกของลำดับเรขาคณิต ซึ่งจะได้ผลคูณเท่ากับ 625

(แนวตอบ : $(ar^{-3})(ar^{-1})(ar)(ar^3) = 625$ เมื่อ (ar^{-3}) คือ พจน์แรก)

การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
-----------	---------	------------	-----------------

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) ลำดับเรขาคณิต	- ตรวจแบบฝึกทักษะ 3.1 ค	- แบบฝึกทักษะ 3.1ค	- ร้อยละ 60 ผ่าน เกณฑ์
2) พฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะอันพึง ประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 3.1ค เรื่อง ลำดับเรขาคณิต
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

แหล่งการเรียนรู้

- 1) อินเทอร์เน็ต
- 2) หนังสือแนวข้อสอบ O-NET

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค32102) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

จำนวน 24 ชั่วโมง

เรื่อง อนุกรมเลขคณิต

จำนวน 6 ชั่วโมง

ผู้สอน นางสาวชมพูนุช ทิพนัส

โรงเรียนสตรีศึกษา

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของอนุกรมเลขคณิตได้ (K)
2. หาผลบวกต่าง ๆ ของอนุกรมเลขคณิต และนำไปใช้ได้ (K)
3. สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับอนุกรมเลขคณิตในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอได้ (P)
4. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

สาระการเรียนรู้

อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

อนุกรมเลขคณิต คือ อนุกรมที่ได้จากลำดับเลขคณิต และมีผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิตเป็น

ผลต่างร่วมของอนุกรมเลขคณิตด้วย สูตรผลบวกการหาอนุกรมเลขคณิต คือ $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$

หรือ $S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ 2) ทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย รับผิดชอบ 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

1. ครูกล่าวทบทวนความรู้เรื่องลำดับเลขคณิตโดยตั้งคำถามดังนี้

- ยกตัวอย่างของลำดับเลขคณิตมา 3 ลำดับ

(แนวตอบ 1) 4,7,10,13

2) 5, 8,11,14,...

3) 1,-4,-9,-14,...)

- จากตัวอย่างข้างต้น ให้นักเรียนเขียนลำดับเลขคณิตให้อยู่ในรูปการบวก

(แนวตอบ 1) $4 + 7 + 10 + 13$

2) $5 + 8 + 11 + 14 + \dots$

3) $1 + (-4) + (-9) + (-14) + \dots$

2. ครูกล่าวเพิ่มเติมจากข้อ 1. ว่า “ผลบวกที่ได้จากลำดับเลขคณิต เรียกว่า อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมที่ได้จากลำดับจำกัด เรียกว่าอนุกรมจำกัด ดังตัวอย่างข้อ 1) เป็นอนุกรมจำกัด และอนุกรมที่ได้จากลำดับอนันต์ เรียกว่า อนุกรมอนันต์ ดังตัวอย่างข้อ 2) และ 3)”

ขั้นสอน

ขั้นรู้ (Knowing)

1. ครูกล่าวเพิ่มเติมว่าผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเรียกว่า อนุกรม นั่นคือ

เมื่อ a_1 คือ พจน์แรกของอนุกรม

a_2 คือ พจน์ที่สองของอนุกรม

a_3 คือ พจน์ที่สามของอนุกรม

a_n คือ พจน์ที่ n ของอนุกรม

ถ้า $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นลำดับจำกัด แล้ว $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ เรียกว่า อนุกรมจำกัด

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ เป็นลำดับอนันต์แล้ว $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$ เรียกว่า อนุกรมอนันต์

2. ครูยกตัวอย่างของอนุกรม ดังนี้

- $3 + 6 + 9 + 12 + 15$ เป็นอนุกรมจำกัดที่ได้จากลำดับจำกัด 3, 6, 9, 12, 15
- $25 + 20 + 15 + 10 + \dots$ เป็นอนุกรมอนันต์ที่ได้จากลำดับอนันต์
- $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$ เป็นอนุกรมอนันต์ที่ได้จากลำดับอนันต์

บทนิยาม กำหนด $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$ เป็นอนุกรมอนันต์

$$\text{ให้ } S_1 = a_1$$

$$S_2 = a_1 + a_2$$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

⋮

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

เรียก S_n ว่าผลบวกย่อย n พจน์แรกของอนุกรม เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก และเขียนในรูปแบบสัญลักษณ์แทนการบวกโดยใช้ตัวอักษรกรีก Σ เรียกว่า ซิกมา เช่น

อนุกรมจำกัด $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์

$$\sum_{i=1}^n a_i \text{ อ่านว่า ผลบวก } a_i \text{ เมื่อ } i \text{ มีค่าตั้งแต่ } 1 \text{ ถึง } n$$

ตัวอย่างเช่น

$$\sum_{i=1}^4 5i = 5(1) + 5(2) + 5(3) + 5(4)$$

$$\sum_{i=1}^6 x^2 = (1)^2 + (2)^2 + (3)^2 + (4)^2 + (5)^2 + (6)^2$$

อนุกรมอนันต์ $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i \text{ อ่านว่า ผลบวก } a_i \text{ เมื่อ } i \text{ เมื่อ } i \text{ มีค่าตั้งแต่ } 1 \text{ ขึ้นไป}$$

ตัวอย่างเช่น

$$\sum_{i=1}^{\infty} (i^2 - i) = (1^2 - 1) + (2^2 - 2) + (3^2 - 3) + (4^2 - 4) + \dots + (n^2 - n) + \dots$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{i+1} \right) = \left(\frac{1}{1+1} \right) + \left(\frac{1}{2+1} \right) + \left(\frac{1}{3+1} \right) + \left(\frac{1}{4+1} \right) + \dots + \left(\frac{1}{n+1} \right) + \dots$$

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

3. นักเรียนแบ่งกลุ่มๆ ละ 3-4 คน ให้ไปศึกษาเรื่องเกี่ยวกับการบวกและลบของ Σ แล้วนำมาอภิปรายหน้าชั้นเรียนในคาบถัดไป

ชั่วโมงที่ 2

ขั้นรู้ (Knowing)

4. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 19 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมแล้วร่วมตอบคำถามดังนี้

- จาก $\sum_{i=1}^{10} 5$ มีจำนวนบวกกันทั้งหมดกี่พจน์

(แนวตอบ : $\sum_{i=1}^{10} 5$ มี 10 พจน์)

- จาก $\sum_{i=1}^{10} 5$ มีผลลัพธ์ทั้งหมดเท่าไร

(แนวตอบ : $\sum_{i=1}^{10} 5$ เท่ากับ $5+5+5+5+5+5+5+5+5+5 = 50$)

- จาก $\sum_{i=3}^9 (3i - 5)$ เป็นอนุกรมประเภทใด

(แนวตอบ : $\sum_{i=3}^9 (3i - 5)$ เป็นอนุกรมจำกัด)

- จาก $\sum_{i=3}^9 (3i - 5)$ มีการกระจายผลลัพธ์อย่างไร

(แนวตอบ :

$$\sum_{i=3}^9 (3i - 5) = [3(3) - 5] + [3(4) - 5] + [3(5) - 5] + [3(6) - 5] + [3(7) - 5] \\ + [3(8) - 5] + [3(9) - 5]$$

- แสดงวิธีทำของ $\sum_{k=1}^5 (2k - 3)^2$

(แนวตอบ :

$$\sum_{k=1}^5 (2k - 3)^2 = [2(1)-3]^2 + [2(2)-3]^2 + [2(3)-3]^2 + [2(4)-3]^2 + [2(5)-3]^2 \\ = (-1)^2 + 1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2$$

$$= 1+1+9+25+49$$

$$= 85)$$

5. ครูกำลังถึงสมบัติของสัญลักษณ์แทนการบวก Σ ดังนี้

$$1) \sum_{i=1}^n c = nc \quad \text{เมื่อ } c \text{ เป็นค่าคงตัว}$$

$$\text{เช่น } \sum_{i=1}^6 3 = 6(3) = 18$$

$$\sum_{i=1}^7 8 = 7(8) = 56$$

$$2) \sum_{i=1}^n c a_i = c \sum_{i=1}^n a_i \quad \text{เมื่อ } c \text{ เป็นค่าคงตัว}$$

$$\text{เช่น } \sum_{j=1}^7 3j = 3 \sum_{j=1}^7 j = 3(1+2+3+4+5+6+7) = 3(28) = 84$$

$$\sum_{i=1}^5 6i = 6 \sum_{i=1}^5 i = 6(1+2+3+4+5) = 6(15) = 90$$

$$3) \sum_{i=1}^n (a_i + b_i) = \sum_{i=1}^n a_i + \sum_{i=1}^n b_i$$

$$\text{เช่น } \sum_{i=1}^5 (4i + 6i) = \sum_{i=1}^5 4i + \sum_{i=1}^5 6i = 4 \sum_{i=1}^5 i + 6 \sum_{i=1}^5 i$$

$$= 4(1+2+3+4+5) + 6(1+2+3+4+5)$$

$$= 4(15) + 6(15)$$

$$= 60 + 90$$

$$= 150$$

$$\sum_{i=1}^7 (i + 9i) = \sum_{i=1}^7 i + \sum_{i=1}^7 9i = \sum_{i=1}^7 i + 9 \sum_{i=1}^7 i$$

$$= (1+2+3+4+5+6+7) + 9(1+2+3+4+5+6+7)$$

$$= 28+252$$

$$= 280$$

$$4) \sum_{i=1}^n (a_i - b_i) = \sum_{i=1}^n a_i - \sum_{i=1}^n b_i$$

$$\begin{aligned}
\text{เช่น } \sum_{i=1}^5 (3i^2 - 4i) &= \sum_{i=1}^5 3i^2 - \sum_{i=1}^5 4i \\
&= 3 \sum_{i=1}^5 i^2 - 4 \sum_{i=1}^5 i \\
&= 3(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2) - 4(1 + 2 + 3 + 4 + 5) \\
&= 3(55) - 4(15) \\
&= 165 - 60 \\
&= 105
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^8 (9i - i^2) &= \sum_{i=1}^8 9i - \sum_{i=1}^8 i^2 = 9 \sum_{i=1}^8 i - \sum_{i=1}^8 i^2 \\
&= 9(1+2+3+4+5+6+7+8) - (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2) \\
&= 9(36) - (1+4+9+16+25+36+49+64) \\
&= 324 - 204 \\
&= 120
\end{aligned}$$

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

6. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3-4 คน โดยให้ศึกษาตัวอย่างที่ 20, 21 และ 22 พร้อมทั้งทำแบบฝึกทักษะที่ 3.2ก เรื่อง อนุกรมเลขคณิต เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 3

ขั้นรู้ (Knowing)

7. นักเรียนจับคู่ทำกิจกรรม Class Discussion แล้วตอบคำถามจากกิจกรรมดังนี้

- ให้หาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเลขคณิต 1, 3, 5, 7, 9, 11
(แนวตอบ : ผลบวกของ 1, 3, 5, 7, 9, 11 คือ $1+3+5+7+9+11 = 36$)
- ให้หาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเลขคณิต 1, 3, 5, ..., 99
(แนวตอบ : ผลบวกของ 1, 3, 5, ..., 99 คือ $1+3+5+7+\dots+93+95+97+99 = 2500$)

8. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปผลที่ได้จากกิจกรรมได้ดังนี้

- ผลบวกของอนุกรมที่มีจำนวนพจน์น้อย ๆ สามารถนำแต่ละพจน์มาบวกกันได้
คือ $S_6 = 1+3+5+7+9+11$ หรือ $S_6 = 36$

- ผลบวกที่มีจำนวนพจน์มาก ๆ ทำให้ไม่สะดวกในการหาผลบวกแต่สามารถทำได้โดยใช้แนวคิดของเกาส์ในการคำนวณดังนี้

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 93 + 95 + 97 + 99$$

จากผลบวกข้างต้น จะได้ว่าแต่ละคู่มีผลบวกเท่ากับ 100 ซึ่งจะมีทั้งหมด 25 คู่

ดังนั้น ผลบวกทั้งหมดของ $1+3+5+7+\dots+93+95+97+99$

$$\text{หรือ } S_{50} = [100 \times 25] = 2500$$

9. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า จากแนวคิดของเกาส์ดังกล่าวนำมาหาผลบวกในกรณีทั่วไปของอนุกรมเลขคณิต ซึ่งมีสูตรผลบวกได้ดังนี้

$$\text{ให้ } S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

$$S_n = a_1 + (a_1 + d) + \dots + (a_n - 2d) + (a_n - d) + a_n \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$S_n = a_n + (a_n - d) + \dots + (a_1 + 2d) + (a_1 + d) + a_1 \quad \dots\dots\dots(2)$$

นำ (1)+(2)

$$2S_n = \underbrace{(a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + \dots + (a_1 + a_n)}_{n \text{ พจน์}}$$

$$2S_n = n(a_1 + a_n)$$

$$\text{ดังนั้น } S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

เมื่อ a_1 คือ พจน์ที่ 1 ของอนุกรมเลขคณิต

a_n คือ พจน์ที่ n ของอนุกรมเลขคณิต

n คือ จำนวนพจน์ของอนุกรมเลขคณิต

และ S_n คือ ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต

เนื่องจาก $a_n = a_1 + (n-1)d$ แทนในสูตร $\frac{n(a_1 + a_n)}{2}$

$$\text{จะได้ } S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

$$S_n = \frac{n}{2} [a_1 + (a_1 + (n-1)d)]$$

$$\text{ดังนั้น } S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

เมื่อ a_1 คือ พจน์ที่ 1 ของอนุกรมเลขคณิต

d คือ ผลต่างร่วมของอนุกรมเลขคณิต

n คือ จำนวนพจน์ของอนุกรมเลขคณิต

และ S_n คือ ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

10. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3-4 คน ให้ไปศึกษาเรื่องเกี่ยวกับอนุกรมเลขคณิต แล้วนำมาอภิปรายหน้าชั้นเรียนในคาบถัดไป

ชั่วโมงที่ 4

ขั้นรู้ (Knowing)

11. ครูกยกตัวอย่างที่ 23 และ 24 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมแล้วตั้งคำถามดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 23 “ให้หาผลบวก 30 พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต $1 + 4 + 7 + \dots$ ”

นักเรียนทราบอะไรจากโจทย์

(แนวตอบ : $a_1 = 1, d = 4 - 1 = 3$ และ $n = 30$)

- จากตัวอย่างที่ 23 นักเรียนเลือกใช้สูตรใดในการคำนวณหาผลบวกของอนุกรมเลขคณิต

(แนวตอบ : $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$)

- จากตัวอย่างที่ 24 นักเรียนทราบค่าอะไรบ้าง

(แนวตอบ : $a_1 = 9, d = 12 - 9 = 3$ และ $a_n = 30$)

- จากตัวอย่างที่ 24 นักเรียนจะทราบจำนวนพจน์ของอนุกรมเลขคณิตนี้ได้อย่างไร

(แนวตอบ : หาจำนวนพจน์จากสูตรลำดับเลขคณิต คือ $a_n = a_1 + (n-1)d$)

- จากตัวอย่างที่ 24 ให้นักเรียนลองคำนวณหาค่า n แล้วหาผลบวก 50 พจน์แรกของอนุกรมนี้

(แนวตอบ : หาผลบวกของ 50 พจน์ จาก $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$)

$$S_{50} = \frac{50}{2}(9 + 156)$$

$$= 25(165)$$

$$= 4,125$$

ดังนั้น ผลบวกทั้ง 50 พจน์ของอนุกรมเลขคณิตนี้คือ 4,125)

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

12. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 23 และ 24 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 5

ขั้นรู้ (Knowing)

13. ครูกล่าวทบทวนเรื่อง การหาผลบวกอนุกรมเลขคณิต จากชั่วโมงที่แล้ว โดยตั้งคำถามดังนี้

- ถ้านักเรียนทราบค่า a_1, a_n, n ของอนุกรมเลขคณิตควรจะใช้สูตรใดในการคำนวณ

(แนวตอบ : $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$)

- ถ้านักเรียนทราบค่า a_1, d, n ของอนุกรมเลขคณิตควรจะใช้สูตรใดในการคำนวณ

(แนวตอบ : $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$)

- ถ้านักเรียนไม่ทราบค่าจำนวนพจน์ของอนุกรมเลขคณิตจะหาได้จากสูตรใด

(แนวตอบ : หาจำนวนพจน์จากสูตรลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n-1)d$)

14. นักเรียนจับคู่ศึกษาตัวอย่างที่ 25 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

15. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน เพื่อศึกษาตัวอย่างที่ 26 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม แล้วตอบคำถามดังนี้

- จำนวนแรกหารด้วย 3 ลงตัว คือจำนวนใด

(แนวตอบ : จำนวนแรกหารด้วย 3 ลงตัวคือ 51)

- จำนวนที่สองหารด้วย 3 ลงตัวคือจำนวนใด

(แนวตอบ : จำนวนที่สองที่หารด้วย 3 ลงตัวคือ 54)

- จำนวนที่สามที่หารด้วย 3 ลงตัว คือจำนวนใด

(แนวตอบ : จำนวนที่สามที่หารด้วย 3 ลงตัวคือ 57)

- จำนวนสุดท้ายที่หารด้วย 3 ลงตัว คือจำนวนใด

(แนวตอบ : จำนวนสุดท้ายที่หารด้วยสามลงตัวคือ 189)

- เมื่อนำสามพจน์แรก 51, 54, 57, ..., 189 มาเรียงต่อกันจะเป็นลำดับขนิใด

(แนวตอบ : ลำดับเลขคณิต เพราะมีผลต่างร่วม $d = 3$)

16. ครูสรุปจากคำถามข้างต้น ลำดับเลขคณิตมีความสัมพันธ์กับอนุกรมเลขคณิต
ซึ่งอนุกรมเลขคณิตที่ได้คือ $51+54+57+...+189$

- นักเรียนหาจำนวนพจน์ของอนุกรมเลขคณิตได้อย่างไร

(แนวตอบ : หาจำนวนพจน์จาก $a_n = a_1 + (n-1)d$)

- เมื่อแก้สมการหาค่า n แล้ว จะหาผลบวกได้จากสูตรใด

(แนวตอบ : $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$)

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

17. นักเรียนแต่ละคนหาผลบวกของจำนวนเต็มที่มีค่าอยู่ระหว่าง 50 และ 190 แต่หารด้วย 5 ลงตัว
โดยใช้หลักการเดียวกันกับตัวอย่างที่ 26 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมเป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 6

ขั้นรู้ (Knowing)

18. ครูยกตัวอย่างที่ 27 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3
ลำดับและอนุกรมแล้วตั้งคำถามดังนี้

- นิธิเดินทางวันแรกถึงวันที่สามเป็นระยะทางเท่าใดในแต่ละวัน

(แนวตอบ : วันแรกเดินทางได้ 50 กิโลเมตร

วันที่สองเดินทางได้ 48 กิโลเมตร

วันที่สามเดินทางได้ 46 กิโลเมตร)

- ระยะทางในแต่ละวันที่นิธิเดินทางได้เพิ่มขึ้นหรือลดลงอย่างไร

(แนวตอบ : ลดลงอย่างคงที่วันละ 2 กิโลเมตร)

- ถ้าต้องการทราบระยะทางทั้งหมดที่นิธิเดินทางได้ จะมีวิธีคิดอย่างไร

(แนวตอบ : ระยะทางทั้งหมดหาได้จากอนุกรมเลขคณิต)

- จากโจทย์ นักเรียนทราบค่าอะไรบ้าง

(แนวตอบ : $a_1 = 50$, $d = -2$ และ $a_n = 22$)

- นักเรียนจะหาจำนวนวันที่นิธิตเดินทางได้จากสูตรใด

(แนวตอบ : $a_n = a_1 + (n-1)d$)

19. ครูแทนค่าลงไปในสมการ $a_n = a_1 + (n-1)d$ เพื่อหาค่า n ดังนี้

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$22 = 50 + (n-1)(-2)$$

$$22 = 50 - 2n + 2$$

$$2n = 30$$

$$n = 15$$

หาระยะทางทั้งหมดที่นิธิตเดินทางได้เท่ากับ $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

$$\text{นั่นคือ } S_{15} = \frac{15}{2}[2(50) + (15-1)(-2)] = 540$$

20. ครูตั้งคำถามเพิ่มเติมจากตัวอย่างที่ 26 ดังนี้

- ถ้านิธิตเดินทางในแต่ละวัน คือ 20, 25 และ 30 ตามลำดับ จะเป็นลำดับเลขคณิตหรือไม่อย่างไร

(แนวตอบ : เป็นลำดับเลขคณิต เพราะนิธิตเดินทางเพิ่มขึ้นวันละ 5 กิโลเมตร อย่างคงตัว)

- ถ้านิธิตเดินทางวันสุดท้ายได้ 70 กิโลเมตร จะหาระยะทางทั้งหมดได้เท่าใด

(แนวตอบ : $a_n = a_1 + (n-1)d$)

$$70 = 20 + (n-1)(5)$$

$$n = 11$$

- โจทย์ต้องการทราบอะไร และใช้สูตรใดในการคำนวณหาค่าตัวแปร

$$\text{(แนวตอบ : } S_{11} = \frac{11}{2}[2(20) + (11-1)(5)] = 495 \text{ กิโลเมตร)}$$

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

21. นักเรียนเขียนสรุปความรู้เรื่อง อนุกรมเลขคณิต ลงในสมุด

22. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม
เป็นการบ้าน

ชั้นลงมือทำ (Doing)

23. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน โดยละความสามารถทางคณิตศาสตร์ ทำกิจกรรมดังนี้
- ให้แต่ละกลุ่มทำแบบฝึกทักษะ 3.2ก ลงในสมุด

ขั้นสรุป

1. ครูทบทวนความรู้โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

- อนุกรมเลขคณิตคืออะไร

(แนวตอบ : อนุกรมเลขคณิต คือ ผลบวกที่ได้จากลำดับเลขคณิต และจะมีผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิตเป็นผลต่างร่วมของอนุกรมเลขคณิตด้วย

- บอกสัญลักษณ์ และสูตรที่ใช้ในการคำนวณหาผลบวกของอนุกรมเลขคณิต

(แนวตอบ : สูตรผลบวกการหาอนุกรมเลขคณิต คือ $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$

หรือ $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

โดยที่ a_1 คือ พจน์แรก หรือพจน์ที่ 1

a_n คือ พจน์ที่ n หรือพจน์สุดท้าย

n คือ จำนวนพจน์

d คือ ผลต่างร่วม)

การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
การประเมินระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) อนุกรมเลขคณิต	- ตรวจแบบฝึกทักษะ 3.2ก	- แบบฝึกทักษะ 3.2ก	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะอันพึง	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 3.2ก เรื่อง อนุกรมเลขคณิต
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

แหล่งการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค32102) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

จำนวน 24 ชั่วโมง

เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต

จำนวน 3 ชั่วโมง

ผู้สอน นางสาวชมพูนุช ทิพนัส

โรงเรียนสตรีศึกษา

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของอนุกรมเรขาคณิตได้ (K)
2. หาผลบวกต่าง ๆ ของอนุกรมเรขาคณิต และนำไปใช้ได้ (K)
3. สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับอนุกรมเรขาคณิตในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอได้ (P)
4. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

สาระการเรียนรู้

อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

อนุกรมเรขาคณิต คือ อนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต และมีอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตเป็น

อัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิตด้วย สูตรผลบวกการหาอนุกรมเรขาคณิต คือ $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$

หรือ $S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$ เมื่อ $r \neq 1$

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
-------------------------	------------------------

1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ 2) ทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย รับผิดชอบ 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน
--	---

กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1-2

ขั้นนำ

ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

1. ครูทบทวนความรู้เรื่องลำดับเรขาคณิต โดยตั้งคำถามดังนี้

- ยกตัวอย่างของลำดับเรขาคณิตมา 3 ลำดับ

(แนวตอบ : 1. 5, 10, 20, 40

2. 50, 25, 5, $\frac{1}{5}$, ...

3. 3, -6, 12, -24, ...)

- จากตัวอย่างข้างต้นให้นักเรียนเขียนลำดับเรขาคณิตให้อยู่ในรูปการบวก

(แนวตอบ : 1. 5+10+20+40

2. 50+25+5 + $\frac{1}{5}$ + ...

3. 3 + (-6) + 12 + (-24) + ...)

2. ครูอธิบายเพิ่มเติมจากข้อ 1. ว่า “ผลบวกที่ได้จากลำดับเรขาคณิต เรียกว่า อนุกรมเรขาคณิต”

ขั้นสอน

ขั้นรู้ (Knowing)

1. นักเรียนจับคู่ทำกิจกรรม Class Discussion แล้วตอบคำถามจากกิจกรรม

- ให้หาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเรขาคณิต 1, 2, 4, 8, 16, 32

(แนวตอบ : ผลบวกของ 1, 2, 4, 8, 16, 32 คือ 63)

- ให้หาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเรขาคณิต 1, 2, 4, ..., 4,096

(แนวตอบ : ผลบวกของ 1, 2, 4, ..., 4,096 คือ 8,191)

2. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปผลที่ได้จากกิจกรรม ดังนี้

- ผลบวกของอนุกรมที่มีจำนวนพจน์น้อย ๆ สามารถนำแต่ละพจน์มาบวกกันได้ นั่นคือ

$$S_6 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 63$$

- ผลบวกที่มีจำนวนพจน์มากๆจะทำให้ไม่สะดวกในการหาผลบวกแต่สามารถหาผลบวกโดยใช้

วิธีดังนี้ให้ $S = 1+2+4+8+\dots+4,096$ (1)

นำ $2 \times (1)$ $2S = 2+4+8+\dots+4,096+8,192$ (2)

นำ $(2) - (1)$ $S = 8,192 - 1 = 8,191$

3. นักเรียนและครูร่วมพิจารณาในการหาพจน์ทั่วไปได้ดังนี้

ให้ $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$

$$S_n = a_1 + a_1r + a_1r^2 + \dots + a_1r^{n-1} \quad \dots(1)$$

นำ $r \times (1)$ $rS_n = a_1r + a_1r^2 + \dots + a_1r^{n-1} + a_1r^n$ (2)

นำ $(2) - (1) : rS_n - S_n = a_1r^n - a_1$

$$(r - 1)S_n = a_1r^n - a_1$$

$$(r - 1)S_n = a_1(r^n - 1)$$

ดังนั้น $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$ หรือ $S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$ โดยที่ $r \neq 1$

เมื่อ a_1 คือ พจน์ที่ 1 ของอนุกรมเรขาคณิต

r คือ อัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิต

และ S_n คือ ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

จาก $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$

$$S_n = \frac{a_1r^n - a_1}{r - 1}$$

$$S_n = \frac{(a_1r^{n-1})r - a_1}{r - 1}$$

เนื่องจาก $a_n = a_1r^{n-1}$ แทนในสูตร $S_n = \frac{(a_1r^{n-1})r - a_1}{r - 1}$

จะได้ $S_n = \frac{(a_nr - a_1)}{r - 1}$

ดังนั้น $S_n = \frac{a_nr - a_1}{r - 1}$ หรือ $S_n = \frac{a_1 - a_nr}{1 - r}$

เมื่อ a_1 คือ พจน์ที่ 1 ของอนุกรมเรขาคณิต
 r คือ อัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิต
 a_n คือ พจน์ที่ n ของอนุกรมเรขาคณิต
 และ S_n คือ ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

ขั้นรู้ (Knowing)

4. ครูทบทวนเรื่องอนุกรมเรขาคณิตและสูตรในการคำนวณหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตดังนี้

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}, r \neq 1 \text{ เมื่อทราบค่า } a_1, a_n, r$$

หรือ

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}, r \neq 1 \text{ เมื่อทราบค่า } a_1, r, n$$

5. ครูกยกตัวอย่างที่ 28 และ 29 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมแล้วตั้งคำถามดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 28 “ให้หาผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต $4 + 8 + 16 + \dots$ ”

นักเรียนทราบค่าอะไรจากโจทย์

(แนวตอบ : $a_1 = 4, r = \frac{8}{4} = 2$ และ $n = 10$)

- จากตัวอย่างที่ 28 นักเรียนเลือกใช้สูตรใดในการคำนวณหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต

(แนวตอบ : $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}, r \neq 1$)

- จากตัวอย่างที่ 29 นักเรียนทราบค่าอะไรบ้าง

(แนวตอบ : $a_1 = 1, r = \frac{1}{3}$ และ $a_n = \frac{1}{2,187}$)

- จากตัวอย่างที่ 29 นักเรียนจะทราบจำนวนพจน์ของอนุกรมเรขาคณิตนี้ได้อย่างไร

(แนวตอบ : หาจำนวนพจน์จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$)

- จากตัวอย่างที่ 29 นักเรียนสามารถหาผลบวกของอนุกรมได้จากสูตรใด

(แนวตอบ : $S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}$ เมื่อ $a_1 = 1, r = \frac{1}{3}$ และ $a_n = \frac{1}{2,187}$)

6. นักเรียนจับคู่กันแล้วศึกษาตัวอย่างที่ 30 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมแล้วตอบคำถามดังนี้

- นักเรียนหาค่า r ได้อย่างไร

(แนวตอบ : หาได้จาก $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{16}{64} = \frac{1}{4}$)

- นักเรียนหาค่า n ได้อย่างไร

(แนวตอบ : เนื่องจาก $a_n = a_1 r^{n-1}$ และ $a_n = \frac{1}{4}$

จะได้ $\frac{1}{4} = (64) \left(\frac{1}{4} \right)^{n-1}$)

- นักเรียนจะใช้สมบัติใดในการหาค่า n

(แนวตอบ : ใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่ว่า ถ้า $a^x = a^y$ แล้ว $x=y$

จาก $\left(\frac{1}{4} \right)^4 = \left(\frac{1}{4} \right)^{n-1}$

จะได้ $4 = n - 1$

ดังนั้น $n = 5$)

- นักเรียนหาค่า S_n ได้จากสูตรใด

(แนวตอบ : หาผลบวกของอนุกรมจากสูตร $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$)

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

7. นักเรียนทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 28 และ 29 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

ชั่วโมงที่ 3

ขั้นรู้ (Knowing)

8. ครูกยกตัวอย่างที่ 31 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมแล้วตั้งคำถามดังนี้

- สายชลบริจาคเงินเพื่อเป็นทุนการศึกษาใน 3 ปีแรกคิดเป็นเงินจำนวนเท่าใด

(แนวตอบ : ปีแรกบริจาคเงิน 5,000 บาท

ปีที่สองบริจาคเงินเพิ่มขึ้น 10% ของปีแรก

จะได้ $10\% \times (5,000) = 500$

ดังนั้น ปีที่สองบริจาคเงินเท่ากับ $5,000 + 500 = 5,500$

ปีที่สามบริจจาคเงินเพิ่มขึ้น 10% ของปีที่สอง

$$\text{จะได้ } 10\% \times (5,500) = 550$$

$$\text{ดังนั้น ปีที่สามบริจจาคเงินเท่ากับ } 5,500 + 500 = 6,050$$

- เงินที่สายชลบริจจาคในแต่ละปีมีลำดับเลขคณิตหรือลำดับเรขาคณิตเพราะเหตุใด

(แนวตอบ : เงินที่สายชลบริจจาคสามปีแรก คือ 5,000, 5500, 6050, ...

$$\text{และเป็นลำดับเรขาคณิตเนื่องจากมีอัตราส่วนร่วมคงที่คือ } r = \frac{11}{10} = 1.1$$

- นักเรียนทราบค่า n ได้อย่างไร

(แนวตอบ : โจทย์ต้องทราบว่าเมื่อเวลาผ่านไป 20 ปี สายชลต้องบริจจาคเงินไปทั้งหมดเท่าไร ดังนั้นจะได้ว่า $n = 20$)

- จากโจทย์ สายชลจะบริจจาคเงินทั้งหมดในเวลา 20 ปี เป็นเงินเท่าหมดกี่บาท ต้องหาค่าของตัวแปรใด

(แนวตอบ : หาค่าของ S_{20})

- นักเรียนจะหาค่าของ S_{20} ได้จากสูตรใด

$$\text{(แนวตอบ : } S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \text{ เพราะทราบค่า } a_1, r, n)$$

9. ครูตั้งคำถามเพิ่มเติมจากตัวอย่างที่ 31 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมดังนี้

- ถ้าสายชลบริจจาคเงินในสี่ปีแรกคือ 5,000, 5,500, 6,000 และ 6,500 ตามลำดับ จากลำดับดังกล่าวเป็นลำดับชนิดใด

(แนวตอบ : เป็นลำดับเลขคณิต เพราะสายชลบริจจาคเพิ่มขึ้นปีละ 500 บาท อย่างคงตัว)

- ให้นักเรียนหาเงินที่สายชลบริจจาคในเวลา 10 ปีแรกและหาได้อย่างไร

(แนวตอบ : ทราบ $d = 5,500 - 5,000 = 500, n = 10, a_1 = 5,000$

$$\text{จากสูตร } S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_{10} &= \frac{10}{2} [2(5,000) + (10-1)(500)] \\ &= 72,500 \end{aligned}$$

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

10. นักเรียนแบ่งกลุ่มๆละ 3 – 4 คน โดยละความสามารถทางคณิตศาสตร์ทำกิจกรรมดังนี้

- ให้แต่ละกลุ่มทำแบบฝึกทักษะ 3.2 ลงในสมุด

11. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

เป็นการบ้าน

ชั้นลงมือทำ (Understanding)

12. นักเรียนจับกลุ่ม ๆ ละ 3-4 คน ให้นักเรียนหาโจทย์และศึกษาจากแหล่งการเรียนรู้อินเทอร์เน็ตเกี่ยวกับเรื่อง อนุกรมเรขาคณิตกลุ่มละ 10 โจทย์
13. นักเรียนแต่ละกลุ่มและครูร่วมกันอภิปรายและสรุปหน้าชั้นเรียนเกี่ยวกับเรื่อง อนุกรมเรขาคณิต

ขั้นสรุป

1. ครูทบทวนความรู้เรื่องอนุกรมโดยใช้การถาม-ตอบดังนี้
- อนุกรมเรขาคณิตคืออะไร
(แนวตอบ : อนุกรมเรขาคณิต คือ ผลบวกที่ได้จากลำดับเรขาคณิต และมีอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตเป็นอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิตด้วย)
 - สูตรผลบวกการหาอนุกรมเรขาคณิตคืออะไร
(แนวตอบ : $S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}$, $r \neq 1$ เมื่อทราบค่า a_1 , a_n , r หรือ $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$, $r \neq 1$ เมื่อทราบค่า a_1 , r , n)

การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
การประเมินระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) อนุกรมเรขาคณิต	- ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 3.2ข	- แบบฝึกทักษะ 3.2ข	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะอันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัยใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 3.2ข เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

แหล่งการเรียนรู้

- 1) อินเทอร์เน็ต

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค32102) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

จำนวน 24 ชั่วโมง

เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

จำนวน 2 ชั่วโมง

ผู้สอน นางสาวชมพูนุช ทิพนัส

โรงเรียนสตรีศึกษา

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

จุดประสงค์การเรียนรู้

- หาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดที่กำหนดให้ได้ (K)
- หาพจน์ทั่วไปของลำดับอนันต์ที่กำหนดให้ได้ (K)
- สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับการหาพจน์ทั่วไปของลำดับในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอได้ (P)
- ตั้งใจและรับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

สาระการเรียนรู้

ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต

สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ คือ การเขียนแสดงพจน์ทั่วไป a_n ในรูปที่มี n เป็นตัวแปร ซึ่งจะมีความสัมพันธ์ ของพจน์ต่างๆ และความสัมพันธ์ระหว่างพจน์กับลำดับที่โจทย์กำหนดให้

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร	1. มีวินัย รับผิดชอบ
2. ความสามารถในการคิด	2. ใฝ่เรียนรู้
1) ทักษะการหาแบบแผน	3. มุ่งมั่นในการทำงาน

2) ทักษะการวิเคราะห์	
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	

กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : แบบนิรนัย (Deduction)

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

ขั้นอธิบายปัญหา

1. นักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 8, 16, 24, 32, 40 แล้วแสดงวิธีการหาพจน์ทั่วไป ดังนี้

$$8 = 8(1)$$

$$16 = 8(2)$$

$$24 = 8(3)$$

$$32 = 8(4)$$

$$40 = 8(5)$$

สรุปได้ว่าลำดับของแต่ละพจน์มี 8 คูณด้วยจำนวนเต็มบวก 1, 2, 3, 4, 5 จึงเขียนพจน์ทั่วไปได้ คือ $8n$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5$

ขั้นสอน

ขั้นอธิบายกฎหรือหลักการเพื่อการแก้ปัญหา

1. ครูยกตัวอย่างที่ 32 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม ดังนี้

1) 1, 5, 9, 13, 17

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์และลำดับที่ของแต่ละพจน์ ดังนี้

$$\text{จะได้ } a_1 = 1$$

$$a_2 = 5 = 1+4 = 1 + 4(1)$$

$$a_3 = 9 = 1+4+4 = 1 + 4(2)$$

$$a_4 = 13 = 1+4+4+4 = 1 + 4(3)$$

$$a_5 = 17 = 1+4+4+4+4 = 1 + 4(4)$$

$$\text{ดังนั้น } a_n = 1+4(n-1) = 4n-3 \quad \text{เมื่อ } n \in \{1,2,3,4,5\}$$

2. ครุยักตัวอย่างเพิ่มเติมของการหาพจน์ทั่วไปดังนี้

1) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 3, 5, 7, 9, 11

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์และลำดับที่ของแต่พจน์ ดังนี้

$$\text{จะได้ } a_1 = 3 = (2 \times 1) + 1 = 2(1) + 1$$

$$a_2 = 5 = (2 \times 2) + 1 = 2(2) + 1$$

$$a_3 = 7 = (2 \times 3) + 1 = 2(3) + 1$$

$$a_4 = 9 = (2 \times 4) + 1 = 2(4) + 1$$

$$a_5 = 11 = (2 \times 5) + 1 = 2(5) + 1$$

$$\text{ดังนั้น } a_n = 2n+1 \quad \text{เมื่อ } n \in \{1,2,3,4,5\}$$

2) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ -1, 2, -3, 4, -5

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์และลำดับที่ของแต่พจน์ดังนี้

$$\text{จะได้ } a_1 = -1 = [1 \times (-1)] = 1 \times (-1)^1$$

$$a_2 = 2 = 2 \times 1 = 2 \times (-1)^2$$

$$a_3 = -3 = [3 \times (-1)] = 3 \times (-1)^3$$

$$a_4 = 4 = 4 \times 1 = 4 \times (-1)^4$$

$$a_5 = -5 = [5 \times (-1)] = 5 \times (-1)^5$$

$$\text{ดังนั้น } \text{อนุกรมนี้จะมีพจน์ทั่วไป คือ } n \times (-1)^n \quad \text{เมื่อ } n \in \{1,2,3,4,5\}$$

ขั้นพิสูจน์หรือตรวจสอบ

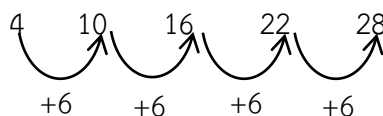
3. นักเรียนทำ “ลองทำดู” จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมเป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

ขั้นอธิบายกฎหรือหลักการเพื่อการแก้ปัญหา

4. ครูอธิบายจากตัวอย่างที่ 33 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมว่านักเรียนสามารถการหาพจน์ทั่วไป โดยใช้ฟังก์ชันพหุนามได้ดังนี้

- จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 4,10,16,22,28



จากลำดับที่กำหนดให้ พจน์ที่อยู่ถัดไปมีค่าเพิ่มขึ้นทีละ 6

ให้พจน์ทั่วไปอยู่ในรูป $a_n = an+b$

แทน $n = 1$ จะได้ $a_1 = 4 = a+b$ 1)

$n = 2$ จะได้ $a_2 = 10 = 2a+b$ 2)

นำ 2)-1) จะได้ $a = 6$

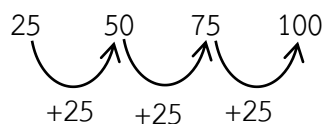
แทน a ใน 1) ด้วย 6 จะได้ $b=-2$

ดังนั้น $a_n = 6n-2$

จะเห็นว่าลำดับเพิ่มทีละ 6 อย่างคงที่ ดังนั้นพจน์ทั่วไปจะอยู่ในรูป $a_n = an + b$

5. ครุยยกตัวอย่างเพิ่มเติมของการหาพจน์ทั่วไป โดยใช้ฟังก์ชันพหุนามได้ดังนี้

- จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 25, 50, 75, 100, ...



จากลำดับที่กำหนดให้ พจน์ที่อยู่ถัดไปมีค่าเพิ่มขึ้นทีละ 25

ให้พจน์ทั่วไปอยู่ในรูป $a_n = an+b$

แทน $n = 1$ จะได้ $a_1 = 25 = a+b$ 1)

$n = 2$ จะได้ $a_2 = 50 = 2a+b$ 2)

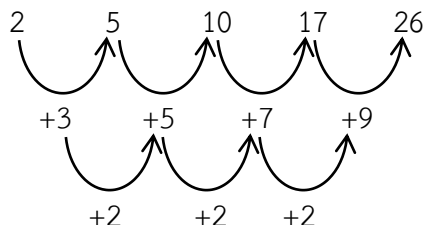
นำ 2) - 1) จะได้ $a = 25$

แทน a ใน 1) ด้วย 25 จะได้ $b = 0$

ดังนั้น $a_n = 25n$

6. ครุยยกตัวอย่างที่ 33 ลำดับจากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรมว่านักเรียนสามารถการหาพจน์ทั่วไป โดยใช้ฟังก์ชันพหุนามได้ดังนี้

- จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 5, 10, 17, 26



แทน 1 ในสมการ $1^2 + 1 = 2$

$2^2 + 1 = 5$

$3^2 + 1 = 10$

$$4^2 + 1 = 17$$

$$5^2 + 1 = 26$$

จะเห็นว่าลำดับเพิ่มทีละ 3, 5, 7, 9 ตามลำดับ ซึ่งจะเห็นว่าเป็นการเพิ่มขึ้นแต่ไม่คงที่ จากนั้นหาผลต่างของลำดับ 3, 5, 7, 9 อีกครั้งจะเห็นว่าลำดับเพิ่มขึ้นทีละ 2 อย่างคงที่ ดังนั้นพจน์ทั่วไปจะอยู่ในรูป $a_n = an^2 + bn + c$ แล้วทำการแทนค่า $n = 1, n = 2$ และ $n = 3$ ลงไปในสมการดังกล่าวจะได้ดังรูป $n^2 + 1$

ขั้นตอนตัดสินใจ

7. นักเรียนแบ่งกลุ่มๆละ 3 – 4 คนทำกิจกรรม Performance Task ในหัวข้อ “การหาบรรพบุรุษของผีเสื้อ” โดยสืบค้นจากอินเทอร์เน็ต และช่วยกันสรุปว่าลำดับดังกล่าวเป็นลำดับแบบใด จากนั้นเขียนลำดับของบรรพบุรุษของผีเสื้อ รุ่นที่ 1 – 20

ขั้นพิสูจน์หรือตรวจสอบ

8. นักเรียนแบ่งกลุ่มเท่า ๆ กัน 4 กลุ่ม โดยช่วยกันศึกษาแบบฝึกทักษะ 3.3ก ดังนี้

กลุ่มที่ 1 ทำข้อ 1,1), ข้อ 2,2), ข้อ 3,3)

กลุ่มที่ 2 ทำข้อ 1,2), ข้อ 2,3), ข้อ 3,4)

กลุ่มที่ 3 ทำข้อ 1,3), ข้อ 2,4), ข้อ 3,3)

กลุ่มที่ 4 ทำข้อ 1,4), ข้อ 2,1), ข้อ 3,2)

9. นักเรียนทำชิ้นงานหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

10. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

ขั้นสรุป

ขั้นสรุป

1. นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน หน่วยที่ 3 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

2. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปหลักการหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม ดังนี้

- ถ้าลำดับที่กำหนดมีผลต่างครั้งที่ 1 คงที่ ให้ใช้พจน์ทั่วไปอยู่ในรูป $a_n = an + b$

แล้วทำการแทนค่าลงไปในสมการดังกล่าวแทน $n=1$ และ $n=2$ แล้วแก้สมการหาค่า a และ b

- ถ้าลำดับที่กำหนดมีผลต่างครั้งที่ 2 คงที่ ให้ใช้พจน์ทั่วไปอยู่ในรูป $a_n = an^2 + bn + c$

แล้วทำการแทนค่าลงไปในสมการดังกล่าวแทน $n=1, n=2$ และ $n=3$ แล้วแก้สมการหาค่า a, b และ c

การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
การประเมินหลังเรียน - แบบทดสอบหลังเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 3	- ตรวจแบบทดสอบหลังเรียน	- แบบทดสอบหลังเรียน	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
การประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) การหาพจน์ทั่วไป ของลำดับ	- ตรวจแบบฝึกทักษะ 3.3ก	- แบบฝึกทักษะ 3.3ก	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะอันพึง ประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นใน การทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะอันพึง ประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 3.3ก เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม

แหล่งการเรียนรู้

- 1) อินเทอร์เน็ต

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

[illegible]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลย

ชิ้นงาน/ภาระงาน(รวบยอด)
เรื่อง ลำดับและอนุกรม

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

1.ชายคนหนึ่งเดินทางจากเมือง A ไปเมือง B ซึ่งห่างกัน 162 ไมล์ ถ้าวันแรกเดินทางได้ 30 ไมล์ วันที่สองเดินทางได้ 27 ไมล์ วันที่สามเดินทางได้ 24 ไมล์ เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ ไป เขาใช้เวลาเดินทางกี่วันจึงจะถึงเมือง B

วิธีทำ ระยะทางในการเดินทางของชายคนนี้เรียงเป็นลำดับเลขคณิต 30,27,24,...

จากลำดับเลขคณิตจะได้ว่า $a_1 = 30, d = -3$

ให้เขาเดินทางจนถึงเมือง B ใช้เวลา n วัน นั่นคือเดินทางได้ 162 ไมล์

จาก
$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

จะได้
$$162 = \frac{n}{2} [2(30) + (n-1)(-3)]$$

$$324 = n(60 - 3n + 3)$$

$$3n^2 - 63n + 324 = 0$$

$$n^2 - 21n + 108 = 0$$

$$(n-9)(n-12) = 0$$

$$n = 9, 12$$

ดังนั้น เขาจะใช้เวลาในการเดินทาง 9 วัน

หมายเหตุ สำหรับ n=12 ใช้ไม่ได้เพราะเมื่อนำไปคำนวณระยะทาง จะทำให้ระยะการเดินทางในวันนั้นมีค่าติดลบ

จึงทำให้ไม่เป็นความจริง ($a_{12} = a_1 + (12-1)d = 30 + 11(-3) = -3$)

ชิ้นงาน/ภาระงาน(รวบยอด)
เรื่อง ลำดับและอนุกรม

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

2. ถังน้ำใบหนึ่งจุน้ำ 5,832 ลิตร ถ้ามีการนำจากถังไปใช้ทุกวันตลอดสัปดาห์ โดยที่แต่ละวันจะใช้น้ำไป $\frac{1}{3}$ ของปริมาณน้ำที่มีอยู่ ในถัง อยากทราบว่าเมื่อครบ 6 วันจะมีน้ำเหลืออยู่ในถังกี่ลิตร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ประหยัดตั้งใจจะออมเงิน โดยวันแรกเขาเก็บไว้ 1 บาท วันที่สอง 2 บาท วันที่สาม 4 บาท วันที่สี่ 8 บาท เช่นนี้เรื่อย ๆ ไปจนครบ 10 วัน ประหยัดจะออมเงินได้กี่บาท

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ชิ้นงาน/ภาระงาน(รวบยอด)
เรื่อง ลำดับและอนุกรม

เฉลย

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

2.ถังน้ำใบหนึ่งจุน้ำ 5,832 ลิตร ถ้ามีการนำจากถังไปใช้ทุกวันตลอดสัปดาห์ โดยที่แต่ละวันจะใช้น้ำไป $\frac{1}{3}$ ของปริมาณน้ำที่มีอยู่ ในถัง อยากทราบว่าเมื่อครบ 6 วันจะมีน้ำเหลืออยู่ในถังกี่ลิตร

วิธีทำ จากโจทย์จะเห็นได้ว่าน้ำลดลงเป็นปริมาตรคงที่เป็นลำดับเรขาคณิต
โจทย์ต้องการหาปริมาณน้ำเหลือในวันที่ 6 (a_6) เท่ากับเท่าไรจึงกำหนดให้ $a_1 = 5,832$ และ

$$r = \frac{1}{3}$$

จากสูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$
 $a_6 = a_1 r^{6-1}$
 $a_6 = 5,832 \left(\frac{1}{3}\right)^5$
 $a_6 = 24$

ดังนั้นเมื่อครบ 6 วันจะมีน้ำเหลืออยู่ในถัง 24 ลิตร

3.ประหยัดตั้งใจจะออมเงิน โดยวันแรกเขาเก็บไว้ 1 บาท วันที่สอง 2 บาท วันที่สาม 4 บาท วันที่สี่ 8 บาท
เช่นนี้เรื่อย ๆ ไปจนครบ 10 วัน ประหยัดจะออมเงินได้กี่บาท

วิธีทำ ประหยัดจะออมเงินได้เท่ากับ $1+2+4+8+\dots$ (10 วัน)

เป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี $a_1 = 1$ และ $r = 2$

$$\text{จาก} \quad S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}, r \neq 1$$

$$\text{จะได้} \quad S_{10} = \frac{1(2^{10} - 1)}{2 - 1}$$

$$= 1,024 - 1$$

$$= 1,023$$

ดังนั้น ในเวลา 10 วันเขาออมเงินได้ 1,023 บาท

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1	
รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค32102) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5	ภาคเรียนที่ 2
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน	จำนวน 15 ชั่วโมง
เรื่อง ดอกเบี้ย	จำนวน 6 ชั่วโมง
ผู้สอน นางสาวชมพูนุช ทิพนัส	โรงเรียนสตรีศึกษา

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม.5/1 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหา

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับดอกเบี้ย (K)
2. นำความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ (P)
3. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

สาระการเรียนรู้

ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน (ดอกเบี้ย มูลค่าของเงิน ค่ายางงวด)

สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

- การคิดดอกเบี้ยคงต้น เป็นการคิดดอกเบี้ยเพียงครั้งเดียวจากระยะเวลาการฝากเงิน หรือกู้ยืมเงิน
- การคิดดอกเบี้ยทบต้น เป็นการคิดดอกเบี้ยโดยนำดอกเบี้ยจากงวดก่อนรวมกับเงินต้นของงวด

ต่อไป และจะมีการคิดดอกเบี้ยจากเงินต้นงวดใหม่ ซึ่งสามารถคำนวณหาเงินรวมทั้งหมด และดอกเบี้ยที่ได้รับ หรืออัตราดอกเบี้ยจากดอกเบี้ยทั้งสองแบบ

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร	1. มีวินัย รับผิดชอบ

2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการเชื่อมโยง 2) ทักษะการพิสูจน์ความจริง 3) ทักษะกระบวนการคิดตัดสินใจ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน
---	---

กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : แบบอุปนัย

ชั่วโมงที่ 1-2

นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

ขั้นนำ

ขั้นเตรียม

1. ครูทักทายนักเรียนและแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
2. ครูอธิบายถึงการฝากเงินการกู้ยืมเงินในธนาคารในชีวิตประจำวัน ซึ่งผู้ให้ยืมจะได้รับผลตอบแทนจากเงินที่ให้ยืมไป และผลตอบแทน เรียกว่า ดอกเบี้ย
3. ครูถามนักเรียนว่า นักเรียนคิดว่าดอกเบี้ยที่นักเรียนเคยได้ยินมา มีกี่ประเภท อะไรบ้าง
(แนวตอบ : ดอกเบี้ยมี 2 ประเภท ได้แก่ ดอกเบี้ยคงต้น (Simple Interest) และดอกเบี้ยทบต้น (Compound Interest)

ขั้นสอน

ขั้นสอนหรือแสดง

1. ครูอธิบายว่าดอกเบี้ยมี 2 ประเภท ได้แก่ ดอกเบี้ยคงต้น (Simple Interest) และดอกเบี้ยทบต้น (Compound Interest)
2. ครูอธิบายให้นักเรียนว่า ดอกเบี้ยคงต้น (Simple Interest) เป็นการคิดดอกเบี้ยเพียงครั้งเดียวจากระยะเวลาการฝากเงิน หรือกู้ยืมเงิน ซึ่งดอกเบี้ยดังกล่าว สามารถคำนวณได้จากสูตร $A = P(1 + rt)$ โดยที่

A	แทน	เงินรวมทั้งหมด
P	แทน	เงินต้น
i	แทน	อัตราดอกเบี้ยต่อปี
t	แทน	จำนวนระยะเวลาเป็นปี

3. นักเรีรณศีกษาตัวอย่างที่ 1 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ย และมูลค่าของเงิน และยกตัวอย่างเพิ่มเติมทำนองเดียวกับตัวอย่างที่ 1 ดังนี้

- จงคำนวณหาดอกเบี้ยของเงินต้น 10,000 บาท อัตราดอกเบี้ย 12% เวลา 4 ปี

จากโจทย์ : จะได้ $P=10,000$, $r=0.12$ และ $t=4$

และจากสูตรดอกเบี้ยคงต้น

$$A = P(1+rt)$$

จะได้ เมื่อสิ้นปีที่สี่จะมีเงินฝาก

$$= 10,000[1 + (0.12)(4)]$$

$$= 14,800 \text{ บาท}$$

ดังนั้น สิ้นปีที่สี่จะมีเงินฝาก 14,800 บาท

- ถ้าว้ยฝากเงินที่ธนาคารแห่งหนึ่งเป็นเงินจำนวน 50,000 บาท ธนาคารให้ดอกเบี้ย 20% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบคงต้น ให้หาว่าเมื่อสิ้นปีที่ 5 ถ้าว้ยจะมีเงินฝากในธนาคารเป็นเงินทั้งหมดเท่าใด

จากโจทย์ : จะได้ $P=50,000$, $r=0.20$ และ $t=5$

และจากสูตรดอกเบี้ยคงต้น

$$A = P(1+rt)$$

จะได้ เมื่อสิ้นปีที่ห้าจะมีเงินฝาก

$$= 50,000[1 + (0.20)(5)]$$

$$= 100,000 \text{ บาท}$$

ดังนั้น สิ้นปีที่ห้าถ้าว้ยจะมีเงินฝาก 100,000 บาท

4. นักเรีรณศีกษาตัวอย่างที่ 2 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินพร้อมทั้งถามคำถามดังนี้

- จากโจทย์กำหนดค่าอะไรได้บ้าง

(แนวตอบ : จากโจทย์กำหนดค่า $A=8,520$, $r=0.013$ และ $t=5$)

- นิธิศฝากเงินในธนาคารเป็นระยะเวลากี่ปี

(แนวตอบ : นิธิศฝากเงินเป็นระยะเวลา 5 ปี)

- นิธิศได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยเป็นเงินทั้งหมดเท่าไร

(แนวตอบ : นิธิศได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยเป็นเงินทั้งหมด 8,520 บาท)

- จากโจทย์ให้หาค่าของอะไร

(แนวตอบ : จากโจทย์ให้หาค่าของ P คือ ค่าเงินต้น)

- นิธิศฝากเงินไว้กับธนาคารทั้งหมดกี่บาท

(แนวตอบ : นิธิศฝากเงินไว้กับธนาคารจำนวน 8,000 บาท)

5. นักเรีรณศีกษาทำ “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 2 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

6. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 3 และ 4 พร้อมตั้งคำถามเพิ่มเติมเพื่อศึกษาดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 3 โจทย์ให้หาค่าของอะไร

(แนวตอบ : หาค่าของ t คือเวลา)

- จากตัวอย่างที่ 3 นักเรียนจำเป็นต้องรู้ค่าอะไรบ้างในการหาค่า t

(แนวตอบ : ในการหาค่า t จำเป็นต้องรู้ค่า A, P, r)

- ถ้าบริษัทกู้เงินจากธนาคาร โดยธนาคารคิดดอกเบี้ยร้อยละ 3 ต่อปี ภายในเวลา 6 ปี

โดยต่อมา ธนาคารแจ้งว่าบริษัทต้องจ่ายเงิน 590,000 บาท บริษัทกู้เงินเป็นเงินจำนวนเท่าไร

(แนวตอบ : บริษัทกู้เงินเป็นเงินจำนวน 500,000 วิธีคิดคือการนำไปแทนค่าสมการ

$$A = P(1+rt))$$

- ถ้าค่า t มีหน่วยเป็นเดือน สามารถทำให้หน่วยเป็นปีได้อย่างไร

(แนวตอบ : ค่า t มีหน่วยเป็นเดือน สามารถทำให้หน่วยเป็นปีได้ คือ $t = \frac{\text{จำนวนเดือน}}{12}$)

- ถ้าค่า t มีหน่วยเป็นวัน สามารถทำให้หน่วยเป็นปีได้อย่างไร

(แนวตอบ : ค่า t มีหน่วยเป็นวัน สามารถทำให้หน่วยเป็นปีได้ดังนี้คือ $t = \frac{\text{จำนวนวัน}}{\text{จำนวนวันในปี}}$)

ชั้นเปรียบเทียบและรวบรวม

7. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 5 และทำลองทำดูตัวอย่างที่ 1-5 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 4-5

ชั้นสอนหรือแสดง

8. นักเรียนศึกษาเรื่องดอกเบี้ยทบต้นจาก Investigation ดังนี้

- ปีงบประมาณต้องการฝากเงินจำนวน 10,000 บาท เป็นระยะเวลา 3 ปี โดยมีข้อเสนอจากธนาคารสองแห่ง ดังนี้

ธนาคารอักษรไทยให้ดอกเบี้ย 2% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบคงต้น

ธนาคารสยามไทยให้อัตราดอกเบี้ย 2% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยทบต้นต่อปี

จาก Investigation จะเห็นว่าสามารถคำนวณเงินรวมของธนาคารสยามไทยในสามปีแรกได้

ดังนี้ เงินรวมในสิ้นปีที่ 1 คือ $A_1 = P_1 + I_1$

$$= 10,000 + 10,000 \times \frac{2}{100}$$

$$= 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right)$$

เงินรวมในสิ้นปีที่ 2 คือ

$$A_2 = P_2 + I_2$$

$$\begin{aligned}
&= 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right) + 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right) \times \frac{2}{100} \\
&= 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right) \left(1 + \frac{2}{100} \right) \\
&= 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right)^2
\end{aligned}$$

เงินรวมในสิ้นปีที่ 3 คือ

$$A_3 = P_3 + I_3$$

$$\begin{aligned}
&= 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right)^2 + 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right)^2 \times \frac{2}{100} \\
&= 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right)^2 \left(1 + \frac{2}{100} \right) \\
&= 10,000 \left(1 + \frac{2}{100} \right)^3
\end{aligned}$$

ในกรณีทั่วไป สามารถเขียนรูปแบบของเงินรวมในแต่ละปีถึงสิ้นปีที่ n ได้ดังนี้

$$\text{เมื่อสิ้นปีที่ 1 จะได้เงินรวม } A_1 = P(1+i)$$

$$\text{เมื่อสิ้นปีที่ 2 จะได้เงินรวม } A_2 = A_1(1+i) = P(1+i)^2$$

$$\text{เมื่อสิ้นปีที่ 3 จะได้เงินรวม } A_3 = A_2(1+i) = P(1+i)^3$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$\text{เมื่อสิ้นปีที่ n จะได้เงินรวม } A_n = A_{n-1}(1+i) = P(1+i)^n$$

สามารถเขียนสูตรการหาเงินรวมแบบดอกเบี้ยทบต้นได้ ดังนี้

$$A = P(1+i)^n$$

โดยที่ A	แทน	เงินรวมทั้งหมด
P	แทน	เงินต้น
i	แทน	อัตราดอกเบี้ยต่องวด
n	แทน	จำนวนงวดที่คิดดอกเบี้ยทบต้น

9. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 6 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน พร้อมตั้งคำถามเพื่อศึกษาดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 6 โจทย์ให้นักเรียนหาค่าของอะไร

(แนวตอบ : จากโจทย์ให้นักเรียนหาค่าของ 1) ให้หาเงินรวมทั้งหมดโดยธนาคารคิดดอกเบี้ยทบต้นต่อปี 2) ให้หาเงินรวมทั้งหมดโดยธนาคารคิดดอกเบี้ยทบต้นทุกเดือน)

- จากตัวอย่างที่ 6 ในการหาเงินรวมทั้งหมด โดยธนาคารคิดดอกเบี้ยทบต้นต่อปี หรือ A โจทย์กำหนดค่าอะไรบ้าง

(แนวตอบ : โจทย์กำหนดค่า $P=50,000$, $i=0.016$ และ $n=3$)

- จากตัวอย่างที่ 6 ใช้สูตรอะไรในการหาเงินรวมทั้งหมด

(แนวตอบ : ใช้สูตร $A = P(1+i)^n$)

ขั้นเปรียบเทียบและรวบรวม

10. นักเรียนทำกิจกรรม “ลองทำดู” ตัวของตัวอย่างที่ 6 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 6

ขั้นสอนหรือแสดง

11. นักเรียนและครูพิจารณาตัวอย่างที่ 7 จากนั้นครูตั้งคำถามเพิ่มเติมว่า “ถ้าตะวันฝากเงินไว้กับธนาคารเป็นเงินจำนวนหนึ่ง ธนาคารให้ดอกเบี้ย 5% โดยคิดค่าดอกเบี้ยแบบทบต้นต่อปี เมื่อสิ้นปีที่ 3 ตะวันจะได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยเป็นเงินจำนวน 92,610 บาท ตะวันฝากเงินไว้กับธนาคารเป็นเงินจำนวนเท่าใด”

- จากโจทย์ให้หาค่าของอะไร
(แนวตอบ : จากโจทย์ให้หาค่าของเงินต้น หรือค่า P)
- จากโจทย์ ธนาคารให้ดอกเบี้ยทั้งหมดกี่เปอร์เซ็นต์ต่อปี
(แนวตอบ : ธนาคารให้ดอกเบี้ยทั้งหมด 5% ต่อปี)
- จากโจทย์ ตะวันต้องได้รับเงินเป็นจำนวนทั้งหมดเท่าใด
(แนวตอบ : ตะวันต้องได้รับเงินทั้งหมด 92,610 บาท)
- จากโจทย์กำหนดค่าอะไรบ้างในการหาค่าอะไรบ้างในการหาค่า P
(แนวตอบ : โจทย์กำหนดค่า $A = 92,610$ บาท, $i=0.05$, $n=3$)
- จากโจทย์ ตะวันฝากเงินไว้กับธนาคารเป็นเงินจำนวนทั้งหมดเท่าใด จงแสดงวิธีทำ
(แนวตอบ : แสดงวิธีทำ ดังนี้ ค่า $A = 92,610$ บาท, $i=0.05$, $n=3$)

$$\text{จากสูตร } A = P(1+i)^n$$

$$92,610 = P(1+0.05)^3$$

$$92,610 = P(1.05)^3$$

$$\frac{92,610}{1.157625} = P$$

$$P = 80,000 \text{ บาท}$$

ดังนั้น ตะวันฝากเงินไว้กับธนาคารเป็นเงินจำนวนทั้งหมด 80,000 บาท)

ชั้นเปรียบเทียบและรวบรวม

12. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 8 แล้วทำกิจกรรม “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 7, 8 จากหนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน เป็นการบ้าน

13. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินเป็นการบ้าน

ชั้นนำไปใช้

14. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 4.1 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ลงในสมุด

ขั้นสรุป

1. ครูสรุปโดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้

- ดอกเบี้ยคงต้น (Simple Interest) เป็นการคิดดอกเบี้ยลักษณะอย่างไร
(แนวตอบ : เป็นการคิดดอกเบี้ยเพียงครั้งเดียวจากระยะเวลาการฝากเงินหรือกู้ยืมเงิน)
- สูตรการคำนวณดอกเบี้ยคงต้นคืออะไร
(แนวตอบ : $A = P(1 + rt)$)
- จากสูตรการคำนวณดอกเบี้ยคงต้น ตัวแปรแต่ละตัวแทนความหมายของอะไร
(แนวตอบ : A แทนเงินรวมทั้งหมด, P แทนเงินต้น, i แทนอัตราดอกเบี้ยต่อปี, t แทน

จำนวนระยะเวลาเป็นปี)

- ในการแก้โจทย์ปัญหา โจทย์กำหนดค่าอะไรมาบ้าง
(แนวตอบ : เงินต้นและอัตราดอกเบี้ย)
- ดอกเบี้ยทบต้น (Compound Interest) เป็นการคิดดอกเบี้ยลักษณะอย่างไร
(แนวตอบ : เป็นการคิดดอกเบี้ยจากงวดก่อนรวมกับเงินต้นของงวดต่อไป และจะมีการคิด

ดอกเบี้ยจากเงินต้นงวดใหม่ นั่นคือ ถ้ามีการคิดดอกเบี้ยทบต้นไปเรื่อย ๆ จะทำให้เงินต้นของงวดต่อไปมีจำนวนมากขึ้น)

- สูตรการคำนวณดอกเบี้ยทบต้นคืออะไร
(แนวตอบ : $A = P(1 + i)^n$)
- จากสูตรการคำนวณดอกเบี้ยทบต้น ตัวแปร n แทนความหมายของอะไร
(แนวตอบ : n แทนจำนวนงวดที่คิดดอกเบี้ยทบต้น)

การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
การประเมินก่อนเรียน - แบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน	- ตรวจสอบแบบทดสอบก่อนเรียน	- แบบทดสอบก่อนเรียน	ประเมินตามสภาพจริง
การประเมินระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) ดอกเบี้ย	- ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 4.1	- แบบฝึกทักษะ 4.1	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะอันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัยรับผิดชอบ ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 4.1 เรื่อง ดอกเบี้ย
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

แหล่งการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2	
รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค32102) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5	ภาคเรียนที่ 2
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน	จำนวน 15 ชั่วโมง
เรื่อง มูลค่าของเงิน	จำนวน 4 ชั่วโมง
ผู้สอน นางสาวชมพูนุช ทิพนัส	โรงเรียนสตรีศึกษา

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม.5/1 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหา

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับมูลค่าของเงินได้อย่างถูกต้อง (K)
2. นำความรู้เกี่ยวกับมูลค่าของเงิน ไปใช้ในการเปรียบเทียบค่าของเงินในเวลาที่แตกต่างกันได้ (P)
3. ตั้งใจและรับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

สาระการเรียนรู้

ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน (ดอกเบี้ย มูลค่าของเงิน ค่ารายงวด)

สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

- **มูลค่าอนาคต** เป็นมูลค่าของเงินในอนาคตภายใต้ช่วงเวลา หรืออัตราดอกเบี้ยที่ได้กำหนดไว้ โดยมีกระบวนการเริ่มจากจำนวนเงินจำนวนหนึ่ง ณ ปัจจุบัน มีค่าเพิ่มมากขึ้นในอนาคต จะเรียกว่า การทบต้นของค่าเงินด้วยดอกเบี้ยที่ได้รับ
- **มูลค่าปัจจุบัน** คือ มูลค่าของเงิน ณ ปัจจุบัน ที่เกิดขึ้นในอนาคต และมีค่าเท่ากับจำนวนเงินจำนวนหนึ่ง ณ ปัจจุบัน ซึ่งการหาค่าเงินปัจจุบันมีกระบวนการคิดตรงกันข้ามกับการคิดทบต้น โดยจะเป็นการคำนวณเอาดอกเบี้ยออกไปเพื่อให้เหลือเงินเริ่มต้น จะเรียกว่า การคิดลดค่าเงิน

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร	1. มีวินัย รับผิดชอบ

2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการเชื่อมโยง 2) ทักษะการพิสูจน์ความจริง 3) ทักษะกระบวนการคิดตัดสินใจ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน
---	---

กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1-2

ขั้นนำ

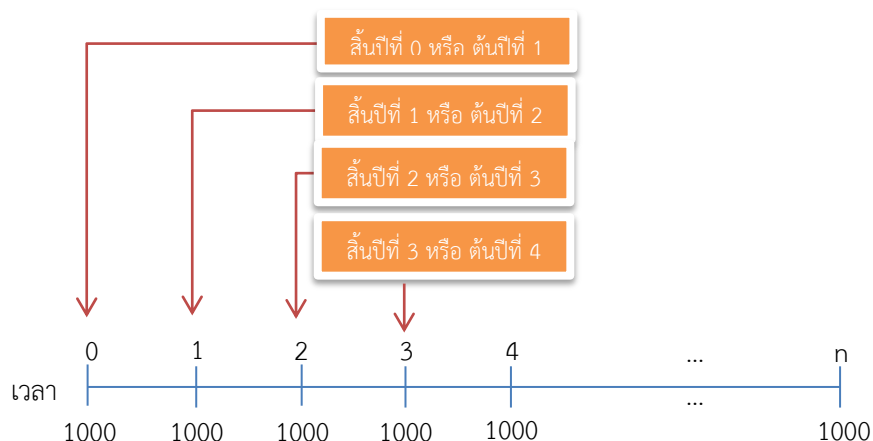
ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

1. ครูถามนักเรียนว่า มูลค่าของเงินในอดีต ถ้าเทียบกับมูลค่าของเงินในปัจจุบัน มีความแตกต่างกันหรือไม่ อย่างไร

(แนวตอบ : มีความแตกต่างกัน มูลค่าของเงินในปัจจุบันมีค่าน้อยกว่าในอดีต เช่น เงิน 100 บาทในอดีตสามารถซื้อของได้ 5 อย่าง แต่เงิน 100 บาทในปัจจุบันสามารถซื้อของชนิดเดียวกันได้เพียงแค่ 3 อย่างก็ได้)

2. ครูอธิบายว่า มูลค่าของเงินในแต่ละประเทศ แต่ละภูมิภาคก็มีค่าแตกต่างกันออกไป แต่เราสามารถเปรียบเทียบมูลค่าของเงินได้โดยการแปลงจำนวนเงินนั้น ๆ ให้เป็นค่าเงินปัจจุบัน ก็จะสามารถเปรียบเทียบมูลค่าของเงินได้

3. นักเรียนศึกษาเรื่องเส้นเวลาแล้วตั้งคำถามดังนี้



- เส้นเวลาเป็นเครื่องมือแสดงให้เห็นมูลค่าของอะไร

(แนวตอบ : เส้นเวลาเป็นเครื่องมือแสดงให้เห็นว่ามูลค่าของเงินในอนาคตจะเกิดขึ้นเมื่อใด และจำนวนเท่าใด)

- จากรูป ตัวเลขข้างบน เวลา 0 หมายถึงอะไร

(แนวตอบ : เวลา 0 หมายถึงปัจจุบัน)

- จากรูป ตัวเลขข้างบน เช่น เวลา 1 หมายถึงอะไร

(แนวตอบ : เวลา 1 หมายถึงเวลา 1 งวดจากปัจจุบัน)

- ถ้าวัดเวลาเป็นปี เวลา 1 หมายถึงอะไร

(แนวตอบ : งวดเวลาเป็นปีเวลา 1 หมายถึง สิ้นปีที่ 1 นับจากปัจจุบัน หรือต้นปีที่ 2)

ชั้นสอน

ชั้นรู้ (Knowing)

1. นักเรียนศึกษา Investigation ในหนังสือหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน แล้วร่วมกันตอบคำถามดังนี้

ตระวันนำเงิน 10,000 บาท ไปลงทุนบริษัท A โดยได้รับผลตอบแทนเป็นดอกเบี้ยแบบทบต้น 2% ต่อปี ในเวลา 1 ปีดังนี้

ปี	เงินต้น ณ ต้นปี	ดอกเบี้ยของปี	เงินรวม
0	10,000	0	10,000
1	10,000	200	10,200

- ค่าเงิน 10,000 บาท ณ ปัจจุบันกับค่าเงิน 10,200 บาท เมื่อเวลาผ่านไป 1 ปี นักเรียนคิดว่าเงินสองจำนวนนี้มีค่าเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

(แนวตอบ : เมื่อนำเงินต้น 10,000 บาท ไปฝากธนาคารจะได้เงินรวมทั้งหมด 10,200 บาท ในอีก 1 ปีข้างหน้า)

- เงิน 10,000 บาท จะเรียกว่าค่าอะไร

(แนวตอบ : เงิน 10,000 บาท เรียกว่า มูลค่าปัจจุบัน)

- เงิน 10,200 บาท จะเรียกว่าค่าอะไร

(แนวตอบ : เงิน 10,200 บาท เรียกว่า มูลค่าในอนาคต)

2. ครูตั้งคำถามเพิ่มเติมจากตัวอย่างดังนี้

- มูลค่าอนาคตมีความหมายว่าอะไร

(แนวตอบ : มูลค่าอนาคต คือ มูลค่าของเงินในอนาคต ภายใต้ช่วงเวลาหรืออัตราดอกเบี้ย)

ที่ได้กำหนดไว้ ซึ่งมีกระบวนการที่เริ่มจากจำนวนเงินจำนวนหนึ่ง ณ ปัจจุบัน มีค่าเพิ่มมากขึ้นในอนาคต จะเรียกว่า การทบต้นของค่าเงินด้วยดอกเบี้ยที่ได้รับ)

- นักเรียนใช้สูตรไหนในการคำนวณมูลค่าอนาคต

(แนวตอบ : ในการคำนวณมูลค่าในอนาคต จะใช้สูตร $FV = PV(1+i)^n$)

โดยที่ FV แทน มูลค่าในอนาคต

PV แทน มูลค่าปัจจุบันของเงินจำนวนหนึ่ง

i แทน อัตราดอกเบี้ยต่องวด

n แทน จำนวนงวดเวลา)

3. ครูอธิบายเพิ่มเติมจากเรื่อง มูลค่าอนาคต โดยใช้โจทย์คล้ายตัวอย่างที่ 9 ดังนี้
ถ้าวันวิสาฬหเงินกับธนาคารเป็น 200,000 บาท โดยธนาคารคิดดอกเบี้ย 2% ถ้าธนาคารคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นต่อปี อยากทราบว่าเมื่อสิ้นปีที่ 3 วันวิสาจะได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยทั้งหมดเท่าใด

- จากโจทย์ กำหนดค่าอะไรบ้าง

(แนวตอบ : จากโจทย์กำหนดค่า $PV = 200,000$ บาท, $i = 0.02$ และ $n=3$)

- จากโจทย์ ใช้สูตรใดในการหาค่าของมูลค่าในอนาคต

(แนวตอบ : จากโจทย์ใช้สูตร $FV = PV(1+i)^n$)

- วันวิสาจะได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยทั้งหมดเท่าใด

(แนวตอบ : วันวิสาจะได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยทั้งหมด 212,241.6 บาท)

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

4. นักเรียนทำลองทำดูของตัวอย่างที่ 9 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 3-4

ขั้นรู้ (Knowing)

5. ครูตั้งคำถามเพิ่มเติมจากคาบที่แล้วเกี่ยวกับมูลค่าปัจจุบัน ดังนี้

- มูลค่าปัจจุบันมีความหมายว่าอะไร

(แนวตอบ : มูลค่าปัจจุบัน คือ ค่าเงิน ณ ปัจจุบัน ที่เกิดขึ้นในอนาคต และมีค่าเท่ากับจำนวนเงินจำนวนหนึ่ง ณ ปัจจุบัน ซึ่งการหาค่าเงินปัจจุบันมีกระบวนการคิดตรงกันข้ามกับการคิดทบต้น โดยจะเป็นการคำนวณเอาดอกเบี้ยออกไปเพื่อให้เหลือเงินเริ่มต้น จะเรียกว่า การคิดลดค่าเงิน)

- นักเรียนใช้สูตรไหนในการคำนวณมูลค่าปัจจุบัน

(แนวตอบ : ในการคำนวณมูลค่าปัจจุบัน จะใช้สูตร $\frac{FV}{(1+i)^n}$ หรือ $PV = FV(1+i)^{-n}$

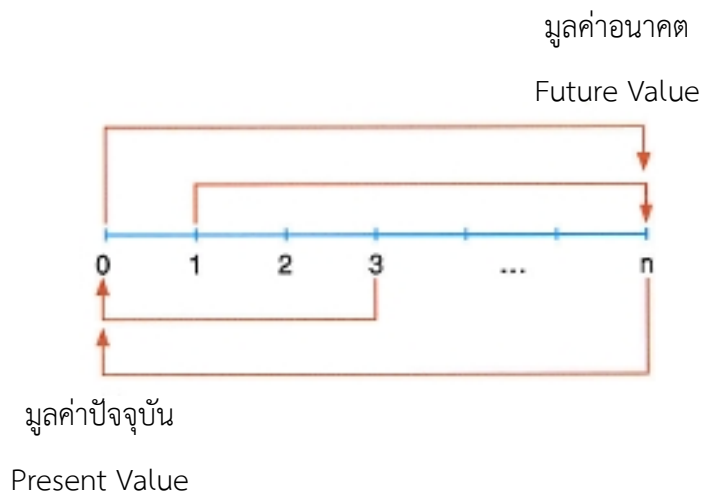
โดยที่ FV แทน มูลค่าปัจจุบันของเงินจำนวนหนึ่ง

PV แทน มูลค่าในอนาคต

i แทน อัตราดอกเบี้ยต่องวด

n แทน จำนวนงวดเวลา)

6. ครูแสดงความสัมพันธ์ระหว่างมูลค่าปัจจุบันและอนาคตดังนี้



ขั้นเข้าใจ (Understanding)

7. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 10 และ 11 แล้วให้ทำกิจกรรม “ลองทำดู” จากหนังสือเรียนรายวิชา พื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

8. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน และใบงานที่ 4.2.1 เรื่อง มูลค่าของเงิน เป็นการบ้าน

ขั้นลงมือทำ (doing)

9. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3-4 คน ทำแบบฝึกทักษะที่ 4.2 ขั้นท้าทาย จากหนังสือเรียนรายวิชา พื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

ขั้นสรุป

1. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปโดยตั้งคำถามดังนี้

- มูลค่าอนาคตคืออะไร

(แนวตอบ : มูลค่าของเงินในอนาคตภายใต้ช่วงเวลา หรืออัตราดอกเบี้ยที่ได้กำหนดไว้ ซึ่งมีกระบวนการที่เริ่มจากจำนวนเงินจำนวนหนึ่ง ณ ปัจจุบัน มีค่าเพิ่มมากขึ้นในอนาคต จะเรียกว่า การทบต้นของค่าเงินด้วยดอกเบี้ยที่ได้รับ (Compounding))

- มูลค่าปัจจุบันคืออะไร

(แนวตอบ : มูลค่าของเงิน ณ ปัจจุบัน ที่เกิดขึ้นในอนาคตและมีค่าเท่ากับจำนวนเงินจำนวนหนึ่ง ณ ปัจจุบัน ซึ่งการหาค่าเงินปัจจุบันมีกระบวนการคิดตรงกันข้ามกับการคิดทบต้น ซึ่งจะเป็นการคำนวณเอาดอกเบี้ยออกไปเพื่อให้เหลือเงินเริ่มต้น จะเรียกว่า การคิดลดค่าเงิน (Discounting))

- การคำนวณมูลค่าอนาคต จะคำนวณโดยใช้สูตรอะไร

(แนวตอบ : สูตร $FV = PV(1+i)^n$)

เมื่อ FV	แทน	มูลค่าในอนาคต
PV	แทน	มูลค่าปัจจุบันของเงินจำนวนหนึ่ง
i	แทน	อัตราดอกเบี้ยต่องวด
n	แทน	จำนวนงวดเวลา

- การคำนวณมูลค่าปัจจุบัน จะคำนวณโดยใช้สูตรอะไร

(แนวตอบ : สูตร $\frac{FV}{(1+i)^n}$ หรือ $FV(1+i)^{-n}$)

เมื่อ FV	แทน	มูลค่าปัจจุบันของเงินจำนวนหนึ่ง
PV	แทน	มูลค่าในอนาคต
i	แทน	อัตราดอกเบี้ยต่องวด
n	แทน	จำนวนงวดเวลา

การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
-----------	---------	------------	-----------------

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
การประเมินระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) มูลค่าของเงิน	- ตรวจแบบฝึกทักษะที่ 4.2 - ตรวจใบงาน 4.2.1	- แบบฝึกทักษะที่ 4.2 - ใบงาน 4.2.1	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะอันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย รับผิดชอบ ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 4.2 เรื่อง มูลค่าของเงิน
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน
- 4) ใบงานที่ 4.2.1 เรื่อง มูลค่าของเงิน

แหล่งการเรียนรู้

ใบงานที่ 4.2.1

เรื่อง มูลค่าของเงิน

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีทำ

1. ชีร์เดชฝากเงิน 10,000 บาทไว้ในบัญชีออมทรัพย์ ซึ่งธนาคารจ่ายดอกเบี้ย 10% หากชีร์เดชไม่นำดอกเบี้ยไปใช้ก่อนกำหนดมูลค่าในอนาคต ณ สิ้นปีที่ 3 จะเป็นเท่าไร

2. ปกรณ์จะต้องฝากเงินเป็นจำนวนเงินเท่าไร เพื่อให้ได้รับเงิน 2,000 บาท ในอีก 5 ปีข้างหน้าถ้าอัตราดอกเบี้ยเงินฝากเป็น 6%

.....

.....

.....

3. สู้ขวัญฝากเงินไว้กับธนาคารแห่งหนึ่งเป็นจำนวนเงิน 50,000 บาท ทุกๆสิ้นปีเป็นระยะเวลา 5 ปี ธนาคารคิดอัตราดอกเบี้ยที่ 6% พอครบสิ้นปีที่ 5 สู้ขวัญจะมีเงินเท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เรื่อง มูลค่าของเงิน

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีทำ

1. อีรีเคซฝากเงิน 10,000 บาทไว้ในบัญชีออมทรัพย์ ซึ่งธนาคารจ่ายดอกเบี้ย 10% หากอีรีเคซไม่นำดอกเบี้ยไปใช้ก่อน กำหนด มูลค่าในอนาคต ณ สิ้นปีที่ 3 จะเป็นเท่าไร

วิธีทำ จากโจทย์ $PV = 10,000$, $i = \frac{10}{100} = 0.1$, $n = 3$

$$\begin{aligned}\text{จากสูตรการคำนวณมูลค่าในอนาคต } FV &= PV(1+i)^n \\ &= (10,000)(1+0.1)^3 \\ &= (10,000)(1.331) \\ &= 13,310 \text{ บาท}\end{aligned}$$

ดังนั้น กำหนดมูลค่าในอนาคต ณ สิ้นปีที่ 3 จะเป็นเงิน 13,310 บาท

2. ปกรณ์จะต้องฝากเงินเป็นจำนวนเงินเท่าไรเพื่อให้ได้รับเงิน 2,000 บาท ในอีก 5 ปีข้างหน้า ถ้าอัตราดอกเบี้ยเงินฝากเป็น 6%

วิธีทำ จากโจทย์ $FV = 2,000$, $i = \frac{6}{100} = 0.06$, $n = 5$

$$\begin{aligned}\text{คำนวณหามูลค่าปัจจุบันโดยแก้สมการจากสูตร } FV &= PV(1+i)^n \\ 2,000 &= PV(1+0.06)^5 \\ \frac{2,000}{(1.06)^5} &\approx PV \\ PV &\approx 1,494.52\end{aligned}$$

ดังนั้น ปกรณ์จะต้องฝากเงินเป็นจำนวนประมาณ 1,494.52 บาท

3. สู้ขวัญฝากเงินไว้กับธนาคารแห่งหนึ่งเป็นจำนวนเงิน 50,000 บาท ทุก ๆ สิ้นปีเป็นระยะเวลา 5 ปี ธนาคารคิดอัตราดอกเบี้ยที่ 6% พอครบสิ้นปีที่ 5 สู้ขวัญจะมีเงินเท่าไร

วิธีทำ จากโจทย์ $PV = 50,000$, $i = \frac{6}{100} = 0.06$, $n = 5$

$$\begin{aligned}\text{จากสูตรการคำนวณมูลค่าในอนาคต } FV &= PV(1+i)^n \\ &= (50,000)(1+0.06)^5\end{aligned}$$

$$\approx (50,000)(1.19)$$

$$\approx 59,550.8 \text{ บาท}$$

ดังนั้น พ่อครบสิ้นปีที่ 5 สู้ขวัญจะมีเงินประมาณ 59,550.8 บาท

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค32102) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

จำนวน 15 ชั่วโมง

เรื่อง ค่ารายงวด

จำนวน 5 ชั่วโมง

ผู้สอน นางสาวชมพูนุช ทิพนัส

โรงเรียนสตรีศึกษา

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม.5/1 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหา

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับค่ารายงวดได้อย่างถูกต้อง (K)
2. นำความรู้เกี่ยวกับค่ารายงวดไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ (P)
3. ตั้งใจและรับผิดชอบหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

สาระการเรียนรู้

ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน (ดอกเบี้ย มูลค่าของเงิน ค่ารายงวด)

สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ค่ารายงวด เป็นการจ่ายเงินหรือฝากเงินเป็นงวดติดต่อกันหลายงวด โดยการจ่ายเงินแต่ละงวด มีระยะห่างเท่า ๆ กัน

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร 2. ความสามารถในการคิด 1) ทักษะการเชื่อมโยง 2) ทักษะการพิสูจน์ความจริง 3) ทักษะกระบวนการคิดตัดสินใจ 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	1. มีวินัย รับผิดชอบ 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้



แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1-2

ขั้นนำ

ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

1. ครูถามนักเรียนว่า นักเรียนพบอัตราดอกเบี้ยในชีวิตประจำวันอะไรบ้าง
(แนวตอบ : ฝากเงินในธนาคาร กู้ยืมเงิน ผ่อนสินค้า)
2. ครูอธิบายนักเรียนว่า “ในการผ่อนสินค้าหรือฝากเงิน จะมีการกำหนดจ่ายเงินเป็นงวด ๆ เราจะเรียกว่า ค่ารายงวด”
3. ครูอธิบายเกี่ยวกับมูลค่าในอนาคตของเงินงวด สามารถแบ่งได้เป็น 2 กรณี คือ
 - เงินงวดเกิดขึ้น ณ วันปลายงวด หมายถึง มูลค่ารวมในอนาคตของเงินงวด ซึ่งเท่ากับผลรวมของเงินงวดแต่ละงวดทบต้นด้วยดอกเบี้ยตามกาลเวลา
 - เงินงวดเกิดขึ้น ณ วันต้นงวด หมายถึง มูลค่ารวมในอนาคตที่เกิดขึ้น ณ วันต้นงวด โดยแต่ละงวดจะเกิดขึ้นเร็วกว่ากรณีที่เกิด ณ วันปลายงวด ซึ่งมีผลทำให้เงินงวดแต่ละงวดมีการทบต้นดอกเบี้ยเพิ่มขึ้นอีก 1 งวด ทำให้มูลค่ารวมมีค่ามากกว่ากรณีปลายงวด

ขั้นสอน

ขั้นรู้ (Knowing)

1. ครูอธิบายนักเรียนว่า “ค่ารายงวด หมายถึง การจ่ายเงินหรือฝากเงินเป็นงวดๆ ติดต่อกันหลายงวด โดยการจ่ายเงินแต่ละงวดมีระยะเวลาห่างเท่า ๆ กัน เช่น การซื้อสินค้าเงินผ่อน การออมเงินแบบฝากประจำกับธนาคาร เป็นต้น”
2. ครูอธิบายนักเรียนว่า “ในการคำนวณมูลค่ารวมในอนาคตของเงินงวดปลายงวดได้จากสูตร
$$FVA_n = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$
”
3. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 12 และ 13 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน โดยตั้งคำถามร่วมกันดังนี้
 - จากตัวอย่างที่ 12 โจทย์กำหนดค่าอะไรบ้าง

(แนวตอบ : โจทย์กำหนดค่า $A = 6,000$ บาท , $i = \frac{0.024}{12}$, $n = 5 \times 12 = 60$)

- จากตัวอย่างที่ 12 ตัวแปร n มีความหมายว่าอะไร
(แนวตอบ : ตัวแปร n หมายถึง จำนวนงวดเวลา)
- จากตัวอย่างที่ 12 ตัวแปร A มีความหมายว่าอะไร
(แนวตอบ : ตัวแปร A หมายถึง เงินฝาก)
- จากตัวอย่างที่ 12 ใช้สูตรไหนในการคำนวณหาเงินรวมทั้งหมด
(แนวตอบ : ใช้สูตร $FVA_n = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$ ในการคำนวณหาเงินรวมทั้งหมด)
- จากตัวอย่างที่ 12 เงินรวมทั้งหมดมีค่าทั้งหมดเท่าไร
(แนวตอบ : เงินรวมทั้งหมดมีค่าเท่ากับ 382,085.22 บาท)

ขั้นเข้าใจ(Understanding)

4. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 4.3 เรื่อง ค่ารายงวด ข้อ 1-2 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ลงในสมุด

ชั่วโมงที่ 3-4

ขั้นรู้ (Knowing)

5. ครูทบทวนความรู้เรื่อง ค่ารายงวด โดยครูใช้วิธีการถามตอบดังนี้

- ค่ารายงวด หมายถึงอะไร
(แนวตอบ : การจ่ายเงินหรือฝากเงินเป็นงวด ๆ ติดต่อกันหลายงวด โดยการจ่ายเงินแต่ละงวดมีระยะเวลาห่างเท่า ๆ กัน เช่น การซื้อสินค้าเงินผ่อน การออมเงินแบบฝากประจำกับธนาคาร)
- สูตรการคำนวณมูลค่ารวมในอนาคตของเงินงวดปลายงวดคืออะไร

(แนวตอบ : $FVA_n = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$)

6. ครูอธิบายนักเรียนว่า ในการคำนวณมูลค่ารวมในอนาคตของเงินงวดต้นงวดได้จากสูตร

$$FVA_n = A(1+i) \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

7. ครูยกตัวอย่างโจทย์คล้ายกับตัวอย่างที่ 13 พร้อมทั้งคำถามดังนี้

- นำชัยฝากเงินกับธนาคารโดยฝากเงินประจำทุกเดือน เดือนละ 2,000 บาท ทุกต้นงวดเป็นเวลา 2 ปี ธนาคารให้ดอกเบี้ย 2% ต่อปี โดยคิดค่าดอกเบี้ยทบต้นทุกเดือน เมื่อครบ 2 ปี นำชัยจะได้รับเงินทั้งหมดเท่าใด

จากโจทย์ : จะได้ $A = 2,000$, $i = \frac{0.002}{12} = 0.00167$, $n = 2 \times 12 = 24$

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร } FVA_n &= A(1+i) \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \\ FVA_{24} &= 2,000(1 + 0.00167) \left[\frac{(1 + 0.00167)^{24} - 1}{0.00167} \right] \\ &= 2,000(1.00167) \left[\frac{(1.00167)^{24} - 1}{0.00167} \right] \\ &= 2,003.34(24.46) \\ &\approx 49,014.95 \end{aligned}$$

- จากโจทย์ ตัวแปร FVA_n หมายถึงอะไร
(แนวตอบ : ตัวแปร FVA_n หมายถึง เงินรวมทั้งหมด)
- จากโจทย์ ธนาคารให้ดอกเบี้ยที่เปอร์เซ็นต์ต่อปี
(แนวตอบ : ธนาคารให้ดอกเบี้ยร้อยละ 2% ต่อปี)
- จากโจทย์ นักเรียนใช้สูตรไหนในการหาเงินรวมทั้งหมด
(แนวตอบ : ใช้สูตร $FVA_n = A(1+i) \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$)
- จากโจทย์ เงินรวมทั้งหมดเป็นทั้งหมดกี่บาท
(แนวตอบ : เงินรวมทั้งหมดเป็นเงินประมาณ 49,014.95 บาท)

ขั้นเข้าใจ (Understanding)

8. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3 - 4 คน จากนั้นให้นักเรียนทำกิจกรรม “ลองทำดู” ของตัวอย่างที่ 13 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน และใบงานที่ 4.3.1 เรื่อง ค่ารายงวด

9. นักเรียนทำแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน เป็นการบ้าน

ชั้นลงมือทำ (Doing)

10. นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3-4 คน พร้อมทั้งไปศึกษาเกี่ยวกับเรื่องค่ารายงวด โดยให้หาโจทย์เรื่องค่ารายงวดมากลุ่มละ 5 ตัวอย่าง ในอินเทอร์เน็ต พร้อมทั้งให้นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายเรื่องค่ารายงวด ในคาบเรียน
11. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน
12. นักเรียนทำชิ้นงานหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน เป็นการบ้าน

ขั้นสรุป

1. ครูสรุปโดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้
 - ค่ารายงวดหมายถึงอะไร
(แนวตอบ : การจ่ายเงินหรือฝากเงินเป็นงวด ๆ ติดต่อกันหลายงวด โดยการจ่ายเงินแต่ละงวดมีระยะเวลาห่างเท่า ๆ กัน เช่น การซื้อสินค้าเงินผ่อน การออมเงินแบบฝากประจำกับธนาคาร)
 - เงินงวดเกิดขึ้น ณ วันปลายงวด หมายถึงอะไร
(แนวตอบ : เงินงวดเกิดขึ้น ณ วันปลายงวด หมายถึง มูลค่ารวมในอนาคตของเงินงวดซึ่งเท่ากับผลรวมของเงินงวดแต่ละงวดทบต้นด้วยดอกเบี้ยตามกาลเวลา)
 - เงินงวดเกิดขึ้น ณ วันต้นงวด หมายถึงอะไร
(แนวตอบ : เงินงวดเกิดขึ้น ณ วันต้นงวด หมายถึง มูลค่ารวมในอนาคตที่เกิดขึ้น ณ วันต้นงวด โดยแต่ละงวดจะเกิดขึ้นเร็วกว่ากรณีที่เกิด ณ วันปลายงวด ซึ่งมีผลทำให้เงินงวดแต่ละงวดมีการทบต้นดอกเบี้ยเพิ่มขึ้นอีก 1 งวด ทำให้มูลค่ารวมมีค่ามากกว่ากรณีปลายงวด)
 - การคำนวณมูลค่ารวมในอนาคตของเงินงวดปลายงวด เราควรใช้สูตรไหนในการคำนวณ
(แนวตอบ : $FVA_n = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$)
 - การคำนวณมูลค่ารวมในอนาคตของเงินงวดต้นงวด เราควรใช้สูตรไหนในการคำนวณ
(แนวตอบ : $FVA_n = A(1+i) \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$)

การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
การประเมินหลังเรียน - แบบทดสอบหลังเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 4	- ตรวจแบบทดสอบ หลังเรียน	- แบบทดสอบหลังเรียน	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
การประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ 1) ค่ายางวด	- ตรวจใบงาน 4.3.1 - ตรวจแบบฝึกทักษะ ที่ 4.3	- ใบงาน 4.3.1 - แบบฝึกทักษะที่ 4.3	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรมการทำงาน รายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการทำงาน กลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะอันพึง ประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นใน การทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน
- 2) แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ 4.3 เรื่อง ค่ายางวด
- 3) แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน
- 4) ใบงานที่ 4.3.1 เรื่อง ค่ายางวด

แหล่งการเรียนรู้

- 1) ห้องสมุด
- 2) ห้องเรียน
- 3) อินเทอร์เน็ต

ใบงานที่ 4.3.1

เรื่อง ค่ารายงวด

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีทำ

1. สมบัติวางแผนเก็บเงินเพื่อให้เงินจำนวน 500,000 บาท ในอีก 2 ปีข้างหน้า โดยฝากธนาคารทุกเดือน ทางธนาคารจะดอกเบี้ยร้อยละ 6 ต่อปี และคิดดอกเบี้ยทบต้นให้ในทุกปลายงวด อยากทราบว่าสมบัติควรฝากเงินกับธนาคารเดือนละเท่าไร เพื่อให้มีเงินครบตามจำนวนที่ต้องการ

2. นิสิตคนหนึ่งฝากเงินประจำทุกเดือน เดือนละ 2,000 บาท ต่อเนื่องกันเป็นระยะเวลา 5 ปี และธนาคารจะให้ดอกเบี้ยร้อยละ 12 ต่อปี โดยจะคิดทบต้นให้ทุกต้นงวด อยากทราบว่า เมื่อครบกำหนดเวลา 5 ปี นิสิตคนนี้จะได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยเป็นจำนวนเท่าใด

เรื่อง มูลค่าของเงิน

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีทำ

1. สมบัติวางแผนเก็บเงินเพื่อให้เงินจำนวน 500,000 บาท ในอีก 2 ปีข้างหน้า โดยฝากธนาคารทุกเดือน ทางธนาคารจะให้ดอกเบี้ยร้อยละ 6 ต่อปี และคิดดอกเบี้ยทบต้นให้ในทุกปลายงวด อยากทราบว่าสมบัติควรฝากเงินกับธนาคารเดือนละเท่าไร เพื่อให้มีเงินครบตามจำนวนที่ต้องการ

วิธีทำ จากสูตร $FVA_n = 500,000, n = 2 \times 12 = 24, i = \frac{0.06}{12} = 0.005$

$$FVA_n = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$500,000 = A \left[\frac{(1+0.005)^{24} - 1}{0.005} \right]$$

$$500,000 \approx A \left[\frac{0.127}{0.005} \right]$$

$$500,000 \approx 25.4A$$

$$A \approx 19,685.4$$

ดังนั้นสมบัติควรฝากเงินกับธนาคารเดือนละประมาณ 19,685.4 บาท เพื่อให้มีเงินครบตามจำนวนที่ต้องการ

2. นิสิตคนหนึ่งฝากเงินประจำทุกเดือน เดือนละ 2,000 บาท ต่อเนื่องกันเป็นระยะเวลา 5 ปี และธนาคารจะให้ดอกเบี้ยร้อยละ 12 ต่อปี โดยจะคิดทบต้นให้ทุกต้นงวด อยากทราบว่า เมื่อครบกำหนดเวลา 5 ปี นิสิตคนนี้จะได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยเป็นจำนวนเท่าใด

วิธีทำ จากสูตร $A = 2,000$, $n = 5 \times 12 = 60$, $i = \frac{0.12}{12} = 0.01$

$$\begin{aligned} FVA_n &= 2,000(1 + 0.01) \left[\frac{(1 + 0.01)^{60} - 1}{0.01} \right] \\ &= 2,000(1.01) \left[\frac{(1.01)^{60} - 1}{0.01} \right] \\ &\approx 2,000(1.01) \left[\frac{1.82 - 1}{0.01} \right] \\ &\approx 2,020(82) \\ &\approx 165,640 \end{aligned}$$

ดังนั้น เมื่อครบกำหนดเวลา 5 ปี นิสิตคนนี้จะได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยเป็นเงินจำนวนประมาณ 165,640 บาท

ชิ้นงาน/ภาระงาน (รวบยอด)

เรื่อง ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

คำชี้แจง ให้นักเรียนอธิบายความหมายเกี่ยวกับดอกเบี้ย มูลค่าของเงิน และค่ารายงวด พร้อมทั้งบอกประโยชน์ของทั้งสามข้างต้นที่ซึ่งเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของอย่างไร และสรุปความคิดรวบยอด/องค์ความรู้ โดยนำเสนอในรูปแบบแผนผังความคิด (Mind mapping)