



แผนการจัดการเรียนรู้
รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค23101
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

นายวิชัย ศุภคุณภิญโญ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

โรงเรียนสตรีศึกษา
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 27

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

สาระที่ 4 พีชคณิต

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แผนที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

เวลา 60 นาที

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

สาระที่ 4 พีชคณิต

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แผนที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

เวลา 60 นาที

1. สาระสำคัญ

ให้ a, b, c, e และ f เป็นจำนวนจริงที่ a, b ไม่เป็นศูนย์กัน และ c, d ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน
เรียกระบบที่ประกอบด้วยสมการ

$$ax + by = e$$

$$cx + dy = f$$

ว่าระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่มี x และ y เป็นตัวแปร

กล่าวว่า a และ c เป็นสัมประสิทธิ์ของ x

b และ d เป็นสัมประสิทธิ์ของ y

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

หลังจากจบชั่วโมงนี้แล้ว ผู้เรียนสามารถ

2.1 เข้าใจระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ถูกต้อง

2.2 อธิบายระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ถูกต้อง

โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3 นำข้อมูลที่วิเคราะห์โดยใช้หลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง

3. สาระการเรียนรู้

คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ คู่อันดับ (x, y) ที่สอดคล้องกับสมการทั้งสอง
ของระบบสมการหรือ คู่อันดับ (x, y) ที่ค่า x และค่า y ทำให้สมการทั้งสองของระบบสมการเป็นจริง
ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรอาจมีคำตอบเดียว มีหลายคำตอบ หรือไม่มีคำตอบเลยก็ได้

@ การบูรณาการกับปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง @

หลักความพอประมาณ

- เรียนรู้เหมาะสมกับตนเอง
- เข้าใจการเลือกใช้สิ่งของ
- ศึกษาความรู้เหมาะสมกับเวลา
- เหมาะสมกับตนเอง

หลักความมีเหตุผล

- ทราบถึงความสำคัญของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- สื่อความหมายระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และนำเสนอได้

หลักการมีภูมิปัญญา

- นำความรู้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ไปเป็นความรู้พื้นฐานในการหาคำตอบระบบ
สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

คณิตศาสตร์พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

นายวิชัย ศุภคุณภิญโญ

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

เงื่อนไขคุณธรรม

- ให้ความร่วมมือกับเพื่อนในชั้นเรียน
- มีความสนใจใฝ่เรียนรู้ใบบความรู้ที่ 1 / 1 - 1
- นำเสนอระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

เงื่อนไขความรู้

- เข้าใจความหมายระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- อธิบายลักษณะต่างๆของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 นำเข้าสู่เนื้อหา ผู้เรียนและผู้สอนสนทนาลงถึงกราฟเส้นตรง สมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่ผู้เรียนเคยรู้จักมาแล้วนำเข้าสู่การเรียนรู้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

4.2 ผู้เรียนรับใบบความรู้ที่ 1 / 1 - 1 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

4.3 ศึกษา แลกเปลี่ยนความรู้ ความเข้าใจในใบบความรู้ที่ 1 / 1 - 1 เรื่องกราฟแสดง

ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้นบอกลักษณะเป็นองค์ความรู้ร่วมกัน

4.4 ผู้เรียนรับใบบความรู้ที่ 1 / 1 - 2 เรื่องตัวอย่างระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

4.5 ร่วมกันศึกษา แลกเปลี่ยนความคิด ความเข้าใจเกิดองค์ความรู้ร่วมกัน

4.6 ผู้เรียน ผู้สอน ร่วมกันสรุป ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ดังนี้

คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ คู่อันดับ (x, y) ที่สอดคล้องกับสมการทั้งสองของระบบสมการหรือ คู่อันดับ (x, y) ที่ค่า x และค่า y ทำให้สมการทั้งสองของระบบสมการเป็นจริง

ให้ a, b, c, e และ f เป็นจำนวนจริงที่ a, b ไม่เป็นศูนย์กัน และ c, d ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน
เรียกระบบที่ประกอบด้วยสมการ

$$ax + by = e$$

$$cx + dy = f$$

ว่าระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่มี x และ y เป็นตัวแปร

กล่าวว่า a และ c เป็นสัมประสิทธิ์ของ x

b และ d เป็นสัมประสิทธิ์ของ y

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรอาจมีคำตอบเดียว มีหลายคำตอบ หรือไม่มีคำตอบเลยก็ได้

5. สื่อและแหล่งเรียนรู้

5.1 ใบบความรู้ที่ 1 / 1 - 1 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

5.2 ใบบความรู้ที่ 1 / 1 - 2 เรื่องตัวอย่างระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

6. การวัดผลและประเมินผล

6.1 สิ่งที่ต้องการวัด

- ความรู้ ความเข้าใจ
- พฤติกรรมการเรียน

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

6.2 วิธีการวัด

- การซักถาม
- การสังเกต

6.3 เครื่องมือและเกณฑ์การวัด

- แบบประเมินพฤติกรรม

เกณฑ์การวัด

ผ่าน ได้คะแนนแบบประเมินพฤติกรรม 9 - 20 คะแนน

คะแนน 17 - 20 ระดับคุณภาพ ดีมาก

คะแนน 13 - 16 ระดับคุณภาพ ดี

คะแนน 9 - 12 ระดับคุณภาพ ปานกลาง

ไม่ผ่าน ได้คะแนนแบบประเมินพฤติกรรม 0 - 8 คะแนน

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

7. ความเห็นของผู้บริหาร

.....

.....

.....

ลงชื่อ

ผู้บริหาร/ ผู้ได้รับมอบหมาย

(

)

..... / /

8. บันทึกผลหลังสอน

8.1 ผลการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

8.2 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

8.3 แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ

ผู้สอน

(นายวิชัย ศุภคุณภิญโญ)

..... / /

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แบบประเมินพฤติกรรมการรายบุคคล

คำชี้แจง 1. โปรดประเมินค่าเป็นตัวเลข (1,2,3,4) พฤติกรรมของผู้เรียนครอบคลุม 5 ประเด็นโดยมีเกณฑ์การให้ค่าดังนี้

- | | | |
|-----|---------------------|------------------------------------|
| 1 = | ควรปรับปรุง หมายถึง | ปฏิบัติได้ไม่ถูกต้อง |
| 2 = | พอใช้ หมายถึง | ปฏิบัติได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ |
| 3 = | ดี หมายถึง | ปฏิบัติได้ถูกต้อง |
| 4 = | ดีมาก หมายถึง | ปฏิบัติได้ถูกต้องสมควรเป็นแบบอย่าง |

2. โปรดรวมคะแนนของพฤติกรรมทั้ง 5 ประเด็นและทำเครื่องหมาย ลงในช่องที่ตรงกับช่วงคะแนนที่กำหนด

ที่.	ชื่อ - สกุล	รายการประเมิน					คะแนนรวม	ระดับคุณภาพ				หมายเหตุ
		รวมกิจกรรมด้วยความสนใจ	ความรับผิดชอบ	การตอบคำถาม	มั่นใจกล้าแสดงออก	ความคิดสร้างสรรค์		ดีมาก (17 - 20)	ดี (13 - 16)	ปานกลาง (9 - 12)	ความแก้ไข (5 - 8)	
01												
02												
03												
04												
05												
06												
07												
08												
09												
10												
11												
12												
13												
14												
15												
16												
17												

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ที่	ชื่อ - สกุล	รายการประเมิน					คะแนนรวม	ระดับคุณภาพ				หมายเหตุ
		ร่วมกิจกรรมด้วยความสนใจ	ความรับผิดชอบ	การตอบคำถาม	มั่นใจกล้าแสดงออก	ความคิดสร้างสรรค์		ดีมาก (17 - 20)	ดี (13 - 16)	ปานกลาง (9 - 12)	ควรแก้ไข (5 - 8)	
18												
19												
20												
21												
22												
23												
24												
25												
26												
27												
28												
29												
30												
31												
32												
33												
34												
35												
36												
37												

เกณฑ์สรุปผลการประเมิน

☐ ผ่าน (9-20)

ระดับ

☐ ดีมาก (17-20)

☐ ดี (13-16)

☐ ปานกลาง (9-12)

☐ ไม่ผ่าน (0-8)

ลงชื่อ

ผู้ประเมิน

(.....)

คณิตศาสตร์พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

นายวิชัย ศุภคุณวิญญู

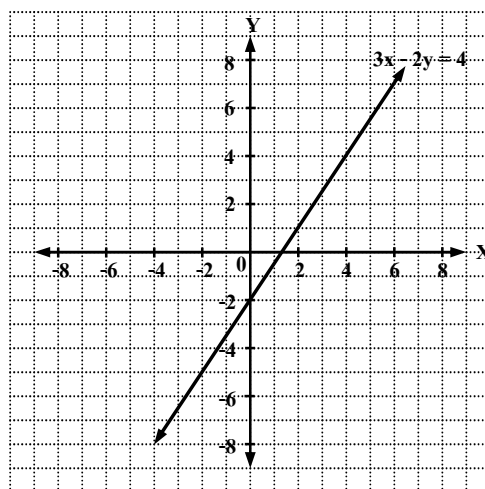
หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ใบความรู้ที่ 1 / 1 - 1

ระบบสมการเชิงเส้น

ผู้เรียนเคยทราบมาแล้วว่าสมการเช่น $2x + 4y = 5$, $3x - 8 = 2y$, $y = -x + \frac{1}{2}$ และ $5x - 2y - 4 = 0$ เป็น สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ที่มีรูปทั่วไปเป็น $Ax + By + C = 0$ เมื่อ A, B, C เป็นค่าคงตัว ที่ A และ B ไม่เท่ากับศูนย์พร้อมกัน

เมื่อ x และ y แทนจำนวนจริงใด ๆ กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรดังกล่าวจะเป็นเส้นตรง เช่น สมการเชิงเส้นสองตัวแปร $3x - 2y = 4$ เมื่อ x และ y แทนจำนวนจริงใด ๆ จะมีกราฟเป็นเส้นตรง ดังนี้ $\square$



เราทราบมาแล้วว่าคู่อันดับ (x, y) เป็นคู่อันดับที่สอดคล้องกับสมการ $3x - 2y = 4$ ก็ต่อเมื่อแทนค่า x และค่า y ในสมการ $3x - 2y = 4$ แล้วทำให้สมการเป็นจริง เราเรียกคู่อันดับที่สอดคล้องเหล่านั้นว่า คำตอบของสมการ $3x - 2y = 4$ คู่อันดับ (x, y) ที่เป็นคำตอบเหล่านั้นเป็นพิกัดของจุดที่อยู่บนเส้นตรง $3x - 2y = 4$ ในทางกลับกันคู่อันดับ (x, y) ที่เป็นพิกัดของจุดที่อยู่บนเส้นตรง $3x - 2y = 4$ ก็เป็นคำตอบของสมการ $3x - 2y = 4$ ด้วย

เนื่องจากคู่อันดับที่สอดคล้องกับสมการ $3x - 2y = 4$ มีมากมายนับไม่ถ้วน ดังนั้น สมการ $3x - 2y = 4$ จึงมีคำตอบมากมายไม่จำกัด

โดยทั่วไปเราเรียกคู่อันดับ (x, y) ที่สอดคล้องกับสมการ $Ax + By + C = 0$ เมื่อ A, B, C เป็นค่าคงตัว ที่ A และ B ไม่เท่ากับศูนย์พร้อมกัน ว่าคำตอบของสมการ และกราฟแสดงคำตอบของสมการ $Ax + By + C = 0$ นี้ จะเป็นเส้นตรง $Ax + By + C = 0$

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ใบความรู้ที่ 1 / 1 - 2

ตัวอย่างระบบสมการเชิงเส้น

ให้ผู้เรียนพิจารณาปัญหาต่อไปนี้

“เศษสามส่วนสี่ของผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 57 และสามเท่าของจำนวนน้อย มากกว่าจำนวนมากอยู่ 40 จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น”

จากปัญหาดังกล่าว เมื่อกำหนดให้ x แทนจำนวนน้อย และ y แทนจำนวนมาก จะเขียนสมการ ได้ดังนี้

$$\frac{3}{4}(x + y) = 57 \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

$$3x - y = 40 \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

ระบบที่ประกอบด้วยสมการ $\textcircled{1}$ และสมการ $\textcircled{2}$ ข้างต้นเป็นตัวอย่างของ

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ให้ a, b, c, e และ f เป็นจำนวนจริงที่ a, b ไม่เป็นศูนย์กัน และ c, d ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน เรียกระบบที่ประกอบด้วยสมการ

$$ax + by = e$$

$$cx + dy = f$$

ว่าระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่มี x และ y เป็นตัวแปร

กล่าวว่า a และ c เป็นสัมประสิทธิ์ของ x

b และ d เป็นสัมประสิทธิ์ของ y

คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ คู่อันดับ (x, y) ที่สอดคล้องกับสมการทั้งสองของระบบสมการหรือ คู่อันดับ (x, y) ที่ค่า x และค่า y ทำให้สมการทั้งสองของระบบสมการเป็นจริง

ให้ผู้เรียนพิจารณาการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยการเขียนกราฟของแต่ละสมการบนระนาบโดยใช้แกนคู่เดียวกัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

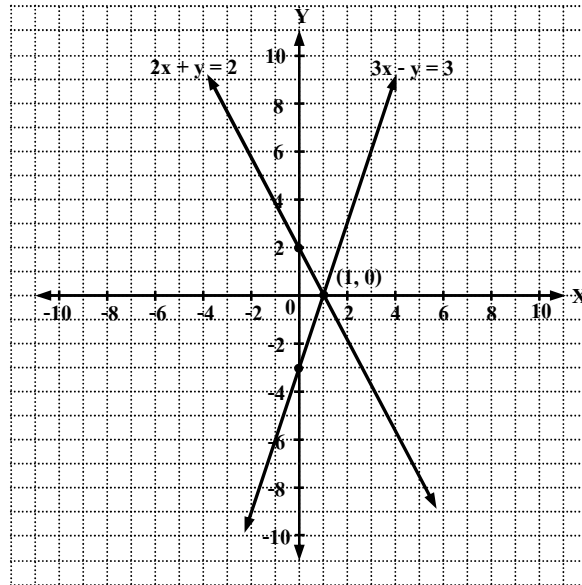
1. กำหนดให้

$$3x - y = 3 \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

$$2x + y = 2 \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

เขียนกราฟของสมการทั้งสอง ได้ดังนี้

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร



จากกราฟ จะเห็นว่ามีคู่อันดับมากมายที่เป็นคำตอบของสมการ $3x - y = 3$ และมีคู่อันดับมากมายที่เป็นคำตอบของสมการ $2x + y = 2$

เนื่องจากกราฟของสมการทั้งสองเป็นเส้นตรงสองเส้นซึ่งตัดกันที่จุด $(1, 0)$ เพียงจุดเดียว แสดงว่ามีคู่อันดับเพียงคู่เดียว คือ $(1, 0)$ ที่เป็นคำตอบของระบบสมการ

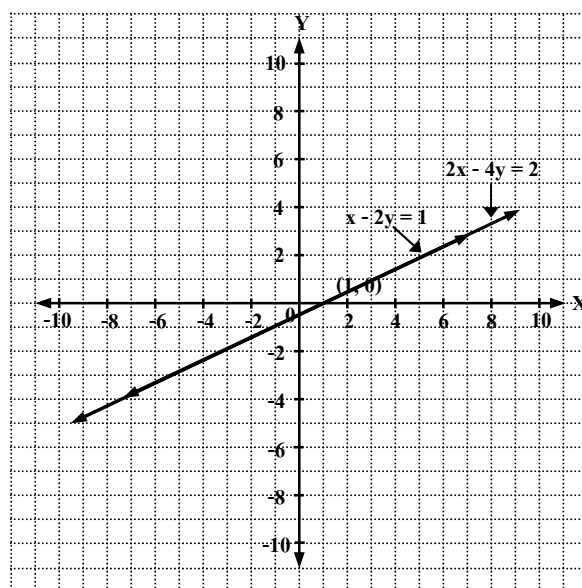
ดังนั้น ระบบสมการนี้จึงมีคำตอบเดียวคือ $(1, 0)$

2. กำหนดให้

$$x - 2y = 1 \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

$$2x - 4y = 2 \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

เขียนกราฟของสมการทั้งสอง ได้ดังนี้



หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

จากกราฟ จะเห็นว่ามีคู่อันดับมากมายที่เป็นคำตอบของสมการ $x - 2y = 1$ และมีคู่อันดับมากมายที่เป็นคำตอบของสมการ $2x - 4y = 2$

เนื่องจากกราฟของสมการทั้งสองเป็นเส้นตรงสองเส้นซึ่งทับกัน แสดงว่ามีคู่อันดับทุกคู่อันดับที่เป็นพิกัดของจุดบนเส้นตรงที่ทับกันนี้ เป็นคำตอบของระบบสมการ

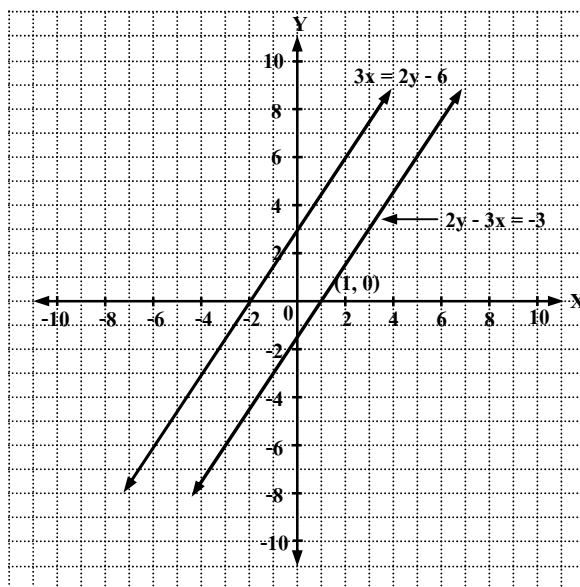
ดังนั้น ระบบสมการนี้จึงมีคำตอบมากมายไม่จำกัด

3. กำหนดให้

$$3x = 2y - 6 \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

$$2y - 3x = -3 \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

เขียนกราฟของสมการทั้งสอง ได้ดังนี้



จากกราฟ จะเห็นว่ามีคู่อันดับมากมายที่เป็นคำตอบของสมการ $3x = 2y - 6$ และมีคู่อันดับมากมายที่เป็นคำตอบของสมการ $2y - 3x = -3$

เนื่องจากกราฟของสมการทั้งสองเป็นเส้นตรงสองเส้นซึ่งขนานกัน จึงไม่มีคู่อันดับใด เป็นคำตอบของสมการทั้งสอง

ดังนั้น ระบบสมการนี้จึงไม่มีคำตอบ

จากตัวอย่างข้างต้นจะเห็นว่า ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรอาจมีคำตอบเดียว มีหลายคำตอบ หรือไม่มีคำตอบเลยก็ได้

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

สาระที่ 4 พีชคณิต

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แผนที่ 2 เขียนกราฟระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

เวลา 60 นาที

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

สาระที่ 4 พีชคณิต

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แผนที่ 2 เขียนกราฟระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

เวลา 60 นาที

1. สาระสำคัญ

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมีคำตอบเดียว มีหลายคำตอบ หรือไม่มีคำตอบเลยก็ได้

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

หลังจากจบชั่วโมงนี้แล้ว ผู้เรียนสามารถ

2.1 รู้ขั้นตอนวิธีการเขียนกราฟแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ถูกต้อง

2.2 อธิบายวิธีการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ถูกต้อง

โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3 นำข้อมูลที่วิเคราะห์โดยใช้หลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง

2.4 ทำใบกิจกรรมที่ 1 / 2 - 1 ถูกต้องอย่างน้อย 50 % (3 ใน 6 ข้อ)

2.5 ทำใบงานที่ 1 / 2 - 1 ถูกต้องอย่างน้อย 50 % (3 ใน 6 ข้อ)

3. สาระการเรียนรู้

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมีคำตอบเดียว มีหลายคำตอบ หรือไม่มีคำตอบเลยก็ได้

คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ คู่อันดับ (x, y) ที่สอดคล้องกับสมการทั้งสองของระบบสมการหรือ คู่อันดับ (x, y) ที่ค่า x และค่า y ทำให้สมการทั้งสองของระบบสมการเป็นจริง

๑ การบูรณาการกับปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง ๑

หลักความพอประมาณ

- เรียนรู้เหมาะสมกับตนเอง
- เข้าใจการเลือกใช้สิ่งของ
- ศึกษาความรู้เหมาะสมกับเวลา
- เหมาะสมกับตนเอง

หลักความมีเหตุผล

- ทราบถึงความสำคัญของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- สื่อความหมายระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และนำเสนอได้

หลักการมีภูมิปัญญา

- นำความรู้การเขียนกราฟระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปเป็นความรู้พื้นฐานในการหา

คำตอบระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

เงื่อนไขคุณธรรม

- ให้ความร่วมมือกับเพื่อนในชั้นเรียน
- นำเสนอการเขียนกราฟระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

เงื่อนไขความรู้

- เข้าใจความหมายการเขียนกราฟระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- อธิบายลักษณะต่างๆของการเขียนกราฟระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 นำเข้าสู่เนื้อหา ผู้เรียนและผู้สอนสนทนาลงถึงกราฟเส้นตรง สมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่ผู้เรียนเคยรู้จักมาแล้วนำเข้าสู่การเรียนรู้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยสรุปเป็นแกน

4.2 ผู้เรียนรับใบกิจกรรมที่ 1 / 2 - 1 เรื่องร่วมกันทำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

4.3 ผู้เรียนทำกิจกรรมตามกิจกรรมที่ 1 / 2 - 1 เวลา 30 นาที โดยใช้ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์สอดคล้องกับหลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง ครูให้คำปรึกษา ชี้แนะ

4.4 ผู้เรียนเปลี่ยนใบกิจกรรมกันตรวจ แล้วส่งผู้สอนเพื่อบันทึกคะแนนประเมินต่อไป

4.5 ร่วมกันศึกษา แลกเปลี่ยนความคิด ความเข้าใจเกิดองค์ความรู้ร่วมกัน

4.6 ผู้เรียน ผู้สอน ร่วมกันสรุป ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ดังนี้

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรอาจมีคำตอบเดียว มีหลายคำตอบ หรือไม่มีคำตอบเลยก็ได้
คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ คู่อันดับ (x, y) ที่สอดคล้องกับสมการทั้งสองของระบบสมการหรือ คู่อันดับ (x, y) ที่ค่า x และค่า y ทำให้สมการทั้งสองของระบบสมการเป็นจริง

ให้ a, b, c, e และ f เป็นจำนวนจริงที่ a, b ไม่เป็นศูนย์กัน และ c, d ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน
เรียกระบบที่ประกอบด้วยสมการ

$$ax + by = e$$

$$cx + dy = f$$

ว่าระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่มี x และ y เป็นตัวแปร

กล่าวว่า a และ c เป็นสัมประสิทธิ์ของ x

b และ d เป็นสัมประสิทธิ์ของ y

4.7 ผู้เรียนรับใบงานที่ 1 / 2 - 1 เรื่องโจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ทำส่ง

5. สื่อและแหล่งเรียนรู้

5.1 ใบกิจกรรมที่ 1 / 2 - 1 เรื่องร่วมกันทำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

5.2 ใบงานที่ 1 / 2 - 1 เรื่องโจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

6. การวัดผลและประเมินผล

6.1 สิ่งที่ต้องการวัด

- พฤติกรรมการเรียน
- ใบกิจกรรมที่ 1 / 2 - 1 เรื่องร่วมกันทำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- ใบงานที่ 1 / 2 - 1 เรื่องโจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

6.2 วิธีการวัด

- ตรวจใบกิจกรรมที่ 1 / 2 - 1 เรื่องร่วมกันทำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

- ตรวจใบงานที่ 1 / 2 - 1 เรื่องโจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

6.3 เครื่องมือและเกณฑ์การวัด

- แบบประเมินพฤติกรรม

เกณฑ์การวัด

ผ่าน ได้คะแนนแบบประเมินพฤติกรรม 9 - 20 คะแนน

คะแนน 17 - 20 ระดับคุณภาพ ดีมาก

คะแนน 13 - 16 ระดับคุณภาพ ดี

คะแนน 9 - 12 ระดับคุณภาพ ปานกลาง

ไม่ผ่าน ได้คะแนนแบบประเมินพฤติกรรม 0 - 8 คะแนน

- ทำใบกิจกรรมที่ 1 / 2 - 1 ถูกต้องอย่างน้อย 50 % (3 ใน 6 ข้อ)
- ทำใบงานที่ 1 / 2 - 1 ถูกต้องอย่างน้อย 50 % (3 ใน 6 ข้อ)

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

7. ความเห็นของผู้บริหาร

.....

.....

.....

ลงชื่อ

ผู้บริหาร/ ผู้ได้รับมอบหมาย

(

)

..... / /

8. บันทึกผลหลังสอน

8.1 ผลการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

8.2 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

8.3 แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ

ผู้สอน

(นายวิชัย ศุภคุณภิญโญ)

..... / /

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แบบประเมินพฤติกรรมการรายบุคคล

คำชี้แจง 1. โปรดประเมินค่าเป็นตัวเลข (1,2,3,4) พฤติกรรมของผู้เรียนครอบคลุม 5 ประเด็นโดยมีเกณฑ์การให้ค่าดังนี้

- | | | |
|-----|---------------------|------------------------------------|
| 1 = | ควรปรับปรุง หมายถึง | ปฏิบัติได้ไม่ถูกต้อง |
| 2 = | พอใช้ หมายถึง | ปฏิบัติได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ |
| 3 = | ดี หมายถึง | ปฏิบัติได้ถูกต้อง |
| 4 = | ดีมาก หมายถึง | ปฏิบัติได้ถูกต้องสมควรเป็นแบบอย่าง |

2. โปรดรวมคะแนนของพฤติกรรมทั้ง 5 ประเด็นและทำเครื่องหมาย ลงในช่องที่ตรงกับช่วงคะแนนที่กำหนด

ที่.	ชื่อ - สกุล	รายการประเมิน					คะแนนรวม	ระดับคุณภาพ				หมายเหตุ
		รวมกิจกรรมด้วยความสนใจ	ความรับผิดชอบ	การตอบคำถาม	มั่นใจกล้าแสดงออก	ความคิดสร้างสรรค์		ดีมาก (17 - 20)	ดี (13 - 16)	ปานกลาง (9 - 12)	ความแก้ไข (5 - 8)	
01												
02												
03												
04												
05												
06												
07												
08												
09												
10												
11												
12												
13												
14												
15												
16												
17												

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ที่	ชื่อ - สกุล	รายการประเมิน					คะแนนรวม	ระดับคุณภาพ				หมายเหตุ
		ร่วมกิจกรรมด้วยความสนใจ	ความรับผิดชอบ	การตอบคำถาม	มั่นใจกล้าแสดงออก	ความคิดสร้างสรรค์		ดีมาก (17 - 20)	ดี (13 - 16)	ปานกลาง (9 - 12)	ควรแก้ไข (5 - 8)	
18												
19												
20												
21												
22												
23												
24												
25												
26												
27												
28												
29												
30												
31												
32												
33												
34												
35												
36												
37												

เกณฑ์สรุปผลการประเมิน

☐ ผ่าน (9-20)

ระดับ

☐ ดีมาก (17-20)

☐ ดี (13-16)

☐ ปานกลาง (9-12)

☐ ไม่ผ่าน (0-8)

ลงชื่อ

ผู้ประเมิน

(.....)

คณิตศาสตร์พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

นายวิชัย ศุภคุณวิญญู

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ใบกิจกรรมที่ 3 / 2 - 1

ร่วมกันทำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

คำชี้แจง : ให้ผู้เรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

1. จงเขียนกราฟ แล้วหาว่าระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้ มีคำตอบเดียว มีหลายคำตอบ หรือไม่มีคำตอบ

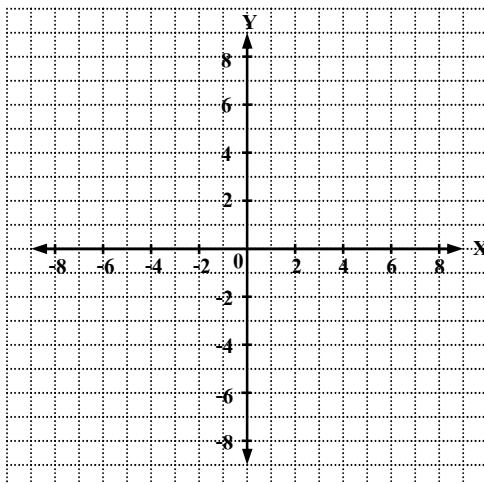
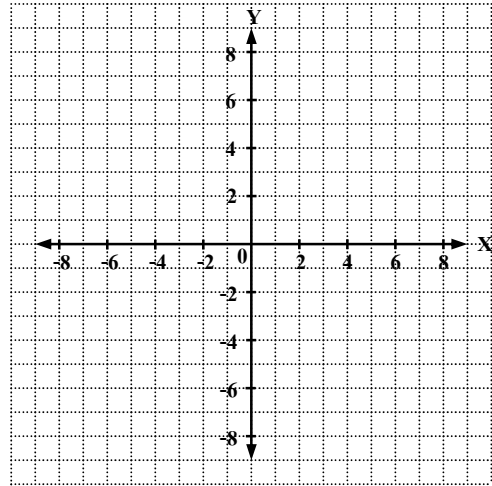
1) $x + 2y = 4$

$$2x + 3y = 7$$

จากกราฟ

จะเห็นว่าระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนี้

.....



2) $2x + y = -3$

$$4x + 2y = -6$$

จากกราฟ

จะเห็นว่าระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนี้

.....

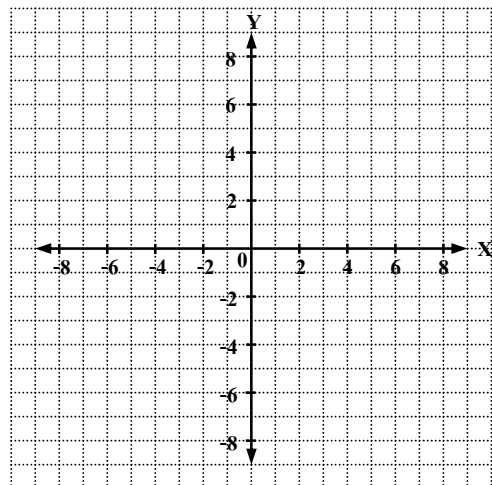
3) $2y - x = 6$

$$2y = x - 4$$

จากกราฟ

จะเห็นว่าระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนี้

.....



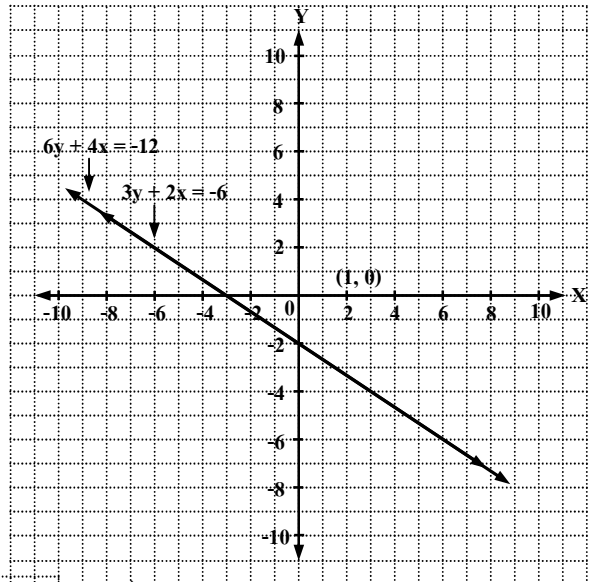
หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

2. จากกราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้ จงหาว่าแต่ละระบบสมการมีคำตอบหรือไม่ ในกรณีที่มามีคำตอบเดียวให้ระบุคำตอบนั้น

1)

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนี้

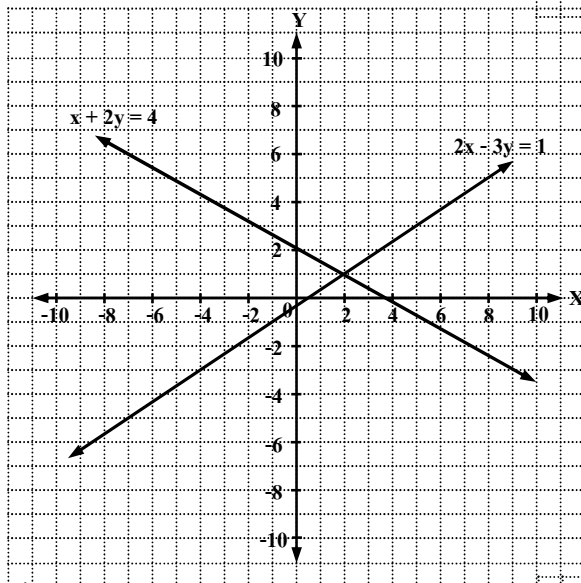
.....



2)

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนี้

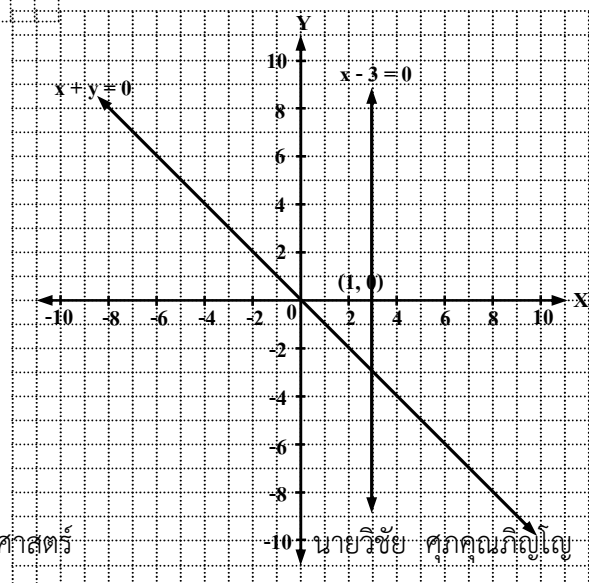
.....



3)

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนี้

.....



หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

เฉลย ใบกิจกรรมที่ 3 / 2 - 1

ร่วมกันทำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

คำชี้แจง : ให้ผู้เรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

1. จงเขียนกราฟ แล้วหาว่าระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้ มีคำตอบเดียว มีหลายคำตอบ หรือไม่มีคำตอบ

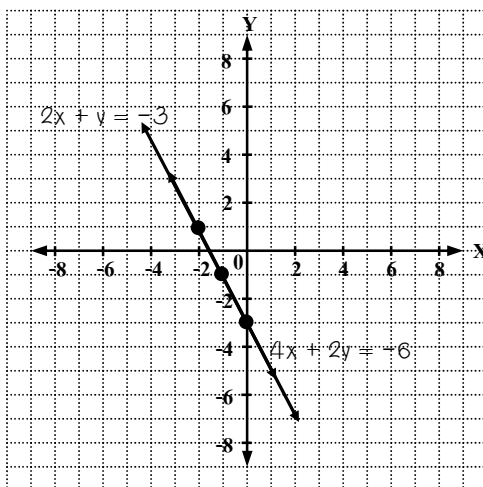
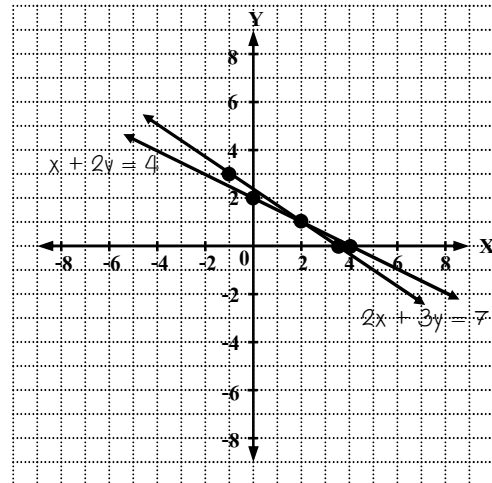
1) $x + 2y = 4$

$2x + 3y = 7$

จากกราฟ

จะเห็นว่าระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนี้

.....**มีคำตอบเดียว**.....



2) $2x + y = -3$

$4x + 2y = -6$

จากกราฟ

จะเห็นว่าระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนี้

.....**มีหลายคำตอบ**.....

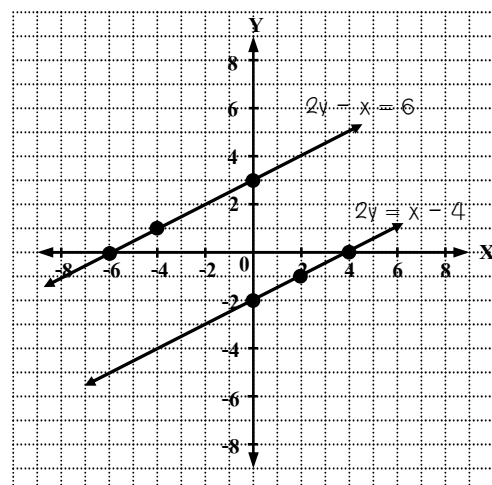
3) $2y - x = 6$

$2y = x - 4$

จากกราฟ

จะเห็นว่าระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนี้

.....**มีคำตอบเดียว**.....

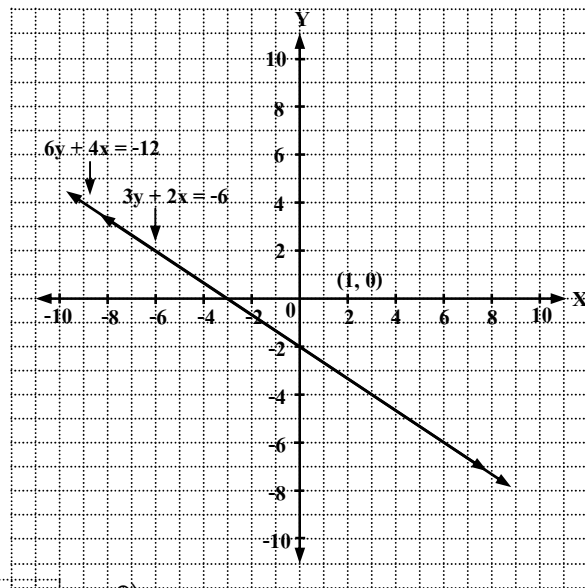


หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

2. จากกราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้ จงหาว่าแต่ละระบบสมการมีคำตอบหรือไม่ ในกรณีที่มามีคำตอบเดียวให้ระบุคำตอบนั้น

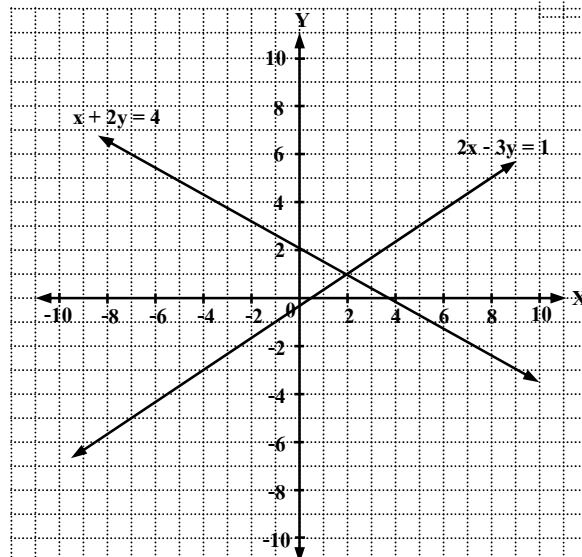
1)

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนี้
.....มีคำตอบ.....



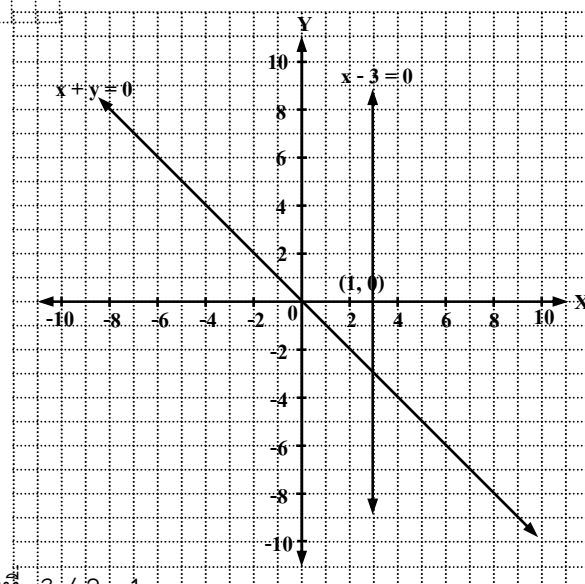
2)

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนี้
.....มีคำตอบเดียวคือ $(2, 1)$



3)

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนี้
มีคำตอบเดียวคือ $(3, -3)$



ใบงานที่ 3 / 2 - 1

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

คำชี้แจง : ให้ผู้เรียนหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาต่อไปนี้ทำเป็นรายงานส่งภายใน 2 วันหลังจากที่ได้รับใบงานนี้

1. จงเขียนกราฟ แล้วหาว่าระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้ มีคำตอบเดียว มีหลายคำตอบ หรือไม่มีคำตอบ

1) $x - 3y = 6$

$2x - 6y = 8$

2) $y + x = -2$

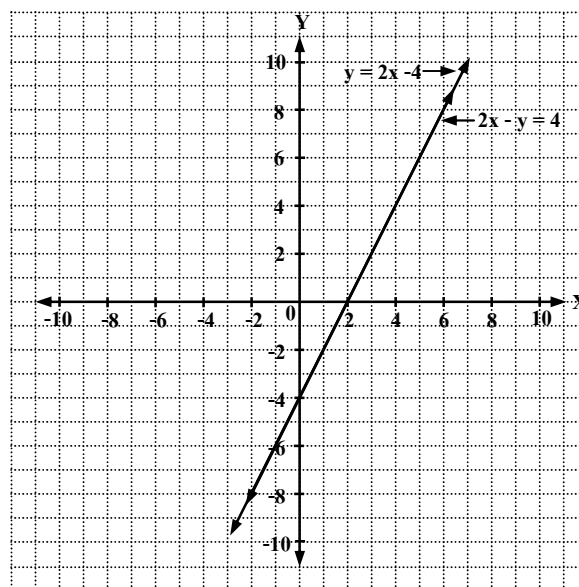
$2y + 2x = -4$

3) $2x - 3y - 14 = 0$

$3x + 2y = 8$

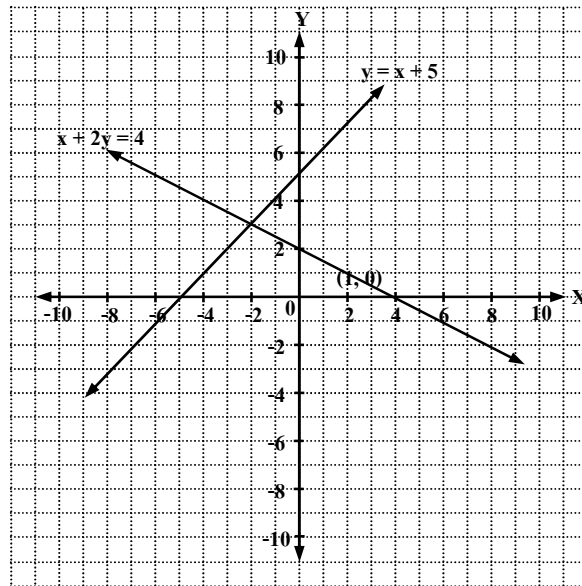
2. จากกราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้ จงหาว่าแต่ละระบบสมการมีคำตอบหรือไม่ ในกรณีที่มีคำตอบเดียวให้ระบุคำตอบนั้น

1)

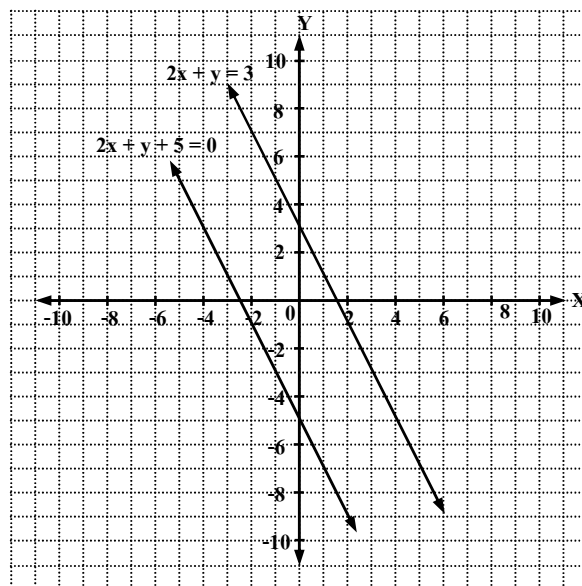


หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

2)



3)



หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

สาระที่ 4 พีชคณิต

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แผนที่ 3 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและกราฟ

เวลา 60 นาที

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

สาระที่ 4 พีชคณิต

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แผนที่ 3 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและกราฟ

เวลา 60 นาที

1. สาระสำคัญ

หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร นอกจากใช้กราฟ เราอาจหาคำตอบโดยใช้สมบัติการเท่ากันหาคำตอบ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

หลังจากจบชั่วโมงนี้แล้ว ผู้เรียนสามารถ

2.1 เข้าใจการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและกราฟ ได้ถูกต้อง

2.2 อธิบายการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและกราฟได้ถูกต้อง

โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3 นำข้อมูลที่ได้วิเคราะห์โดยใช้หลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง

3. สาระการเรียนรู้

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเป็นการหาคำตอบของระบบสมการ เหมือนการแก้สมการเป็นการหาคำตอบของสมการที่เราเคยทราบมาแล้ว นอกจากจะใช้กราฟหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เราอาจหาคำตอบโดยใช้ **สมบัติการเท่ากัน** ซึ่งได้แก่ **สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ** ในทางคณิตศาสตร์การหาคำตอบโดยใช้สมบัติของการเท่ากันแล้วจะได้ระบบสมการเชิงเส้นใหม่ที่มีคำตอบเดียวกันกับคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นที่โจทย์กำหนดให้ กล่าวได้ว่าระบบสมการทั้งสอง**สมมูลกัน** ถ้าการคำนวณแต่ละขั้นตอนถูกต้อง ก็ไม่มีความจำเป็นต้องตรวจสอบคำตอบ อย่างไรก็ตามผู้เรียนอาจตรวจสอบคำตอบ เพื่อยืนยันความถูกต้องของการคำนวณ

๑ การบูรณาการกับปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง ๑

หลักความพอประมาณ

- เรียนรู้เหมาะสมกับตนเอง
- เข้าใจการเลือกใช้สิ่งของ
- ศึกษาความรู้เหมาะสมกับเวลา
- เหมาะสมกับตนเอง

หลักความมีเหตุผล

- ทราบถึงความสำคัญของการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และกราฟ
- สื่อความหมายการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และกราฟ และนำเสนอได้

หลักการมีภูมิปัญญา

- นำความรู้การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และกราฟ ไปเป็นความรู้พื้นฐานในการหาคำตอบระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

คณิตศาสตร์พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

นายวิชัย ศุภคุณภิญโญ

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

เงื่อนไขคุณธรรม

- ให้ความร่วมมือกับเพื่อนในชั้นเรียน
- มีความสนใจใฝ่เรียนรู้ใ้ความรู้ที่ 1 / 3 -1
- นำเสนอการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และกราฟ

เงื่อนไขความรู้

- เข้าใจความหมายการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และกราฟ
- อธิบายลักษณะต่างๆของการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และกราฟ

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 นำเข้าสู่เนื้อหา ผู้เรียนและผู้สอนสนทนาลงถึงกราฟเส้นตรง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่ผู้เรียนเคยรู้จักมาแล้วนำเข้าสู่การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และกราฟ

4.2 ผู้เรียนรับใ้ความรู้ที่ 1 / 3 - 1 เรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และกราฟ

4.3 ศึกษา แลกเปลี่ยนความรู้ ความเข้าใจใ้ความรู้ที่ 1 / 1 - 1 เรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และกราฟ บอกลักษณะเป็นองค์ความรู้ร่วมกัน

4.4 ผู้เรียนรับใ้ความรู้ที่ 1 / 3 - 2 เรื่องตัวอย่างการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และกราฟ

4.5 ร่วมกันศึกษา แลกเปลี่ยนความคิด ความเข้าใจเกิดองค์ความรู้ร่วมกัน

4.6 ผู้เรียน ผู้สอน ร่วมกันสรุป การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และกราฟ ดังนี้
การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร นอกจากใช้กราฟ เราอาจหาคำตอบโดยใช้สมบัติการเท่ากันหาคำตอบซึ่งได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ ในทางคณิตศาสตร์การหาคำตอบโดยใช้สมบัติของการเท่ากันแล้วจะได้ระบบสมการเชิงเส้นใหม่ที่มีคำตอบเดียวกันกับคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นที่โจทย์กำหนดให้ กล่าวได้ว่าระบบสมการทั้งสองสมมูลกัน ถ้าการคำนวณแต่ละขั้นตอนถูกต้อง ก็ไม่มีความจำเป็นต้องตรวจสอบคำตอบ อย่างไรก็ตามผู้เรียนอาจตรวจสอบคำตอบ เพื่อยืนยันความถูกต้องของการคำนวณ

5. สื่อและแหล่งเรียนรู้

5.1 ใ้ความรู้ที่ 1 / 1 - 1 เรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และกราฟ

5.2 ใ้ความรู้ที่ 1 / 1 - 2 เรื่องตัวอย่างการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และกราฟ

6. การวัดผลและประเมินผล

6.1 สิ่งที่ต้องการวัด

- ความรู้ ความเข้าใจ
- พฤติกรรมการเรียน

6.2 วิธีกรวัด

- การซักถาม
- การสังเกต

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

6.3 เครื่องมือและเกณฑ์การวัด

- แบบประเมินพฤติกรรม

เกณฑ์การวัด

ผ่าน ได้คะแนนแบบประเมินพฤติกรรม 9 - 20 คะแนน

คะแนน 17 - 20 ระดับคุณภาพ ดีมาก

คะแนน 13 - 16 ระดับคุณภาพ ดี

คะแนน 9 - 12 ระดับคุณภาพ ปานกลาง

ไม่ผ่าน ได้คะแนนแบบประเมินพฤติกรรม 0 - 8 คะแนน

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

7. ความเห็นของผู้บริหาร

.....

.....

.....

ลงชื่อ

ผู้บริหาร/ ผู้ได้รับมอบหมาย

(

)

..... / /

8. บันทึกผลหลังสอน

8.1 ผลการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

8.2 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

8.3 แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ

ผู้สอน

(นายวิชัย ศุภคุณภิญโญ)

..... / /

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แบบประเมินพฤติกรรมการรายบุคคล

คำชี้แจง 1. โปรดประเมินค่าเป็นตัวเลข (1,2,3,4) พฤติกรรมของผู้เรียนครอบคลุม 5 ประเด็นโดยมีเกณฑ์การให้ค่าดังนี้

- | | | |
|-----|---------------------|------------------------------------|
| 1 = | ควรปรับปรุง หมายถึง | ปฏิบัติได้ไม่ถูกต้อง |
| 2 = | พอใช้ หมายถึง | ปฏิบัติได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ |
| 3 = | ดี หมายถึง | ปฏิบัติได้ถูกต้อง |
| 4 = | ดีมาก หมายถึง | ปฏิบัติได้ถูกต้องสมควรเป็นแบบอย่าง |

2. โปรดรวมคะแนนของพฤติกรรมทั้ง 5 ประเด็นและทำเครื่องหมาย ลงในช่องที่ตรงกับช่วงคะแนนที่กำหนด

ที่.	ชื่อ - สกุล	รายการประเมิน					คะแนนรวม	ระดับคุณภาพ				หมายเหตุ
		รวมกิจกรรมด้วยความสนใจ	ความรับผิดชอบ	การตอบคำถาม	มั่นใจกล้าแสดงออก	ความคิดสร้างสรรค์		ดีมาก (17 - 20)	ดี (13 - 16)	ปานกลาง (9 - 12)	ความแก้ไข (5 - 8)	
01												
02												
03												
04												
05												
06												
07												
08												
09												
10												
11												
12												
13												
14												
15												
16												
17												

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ที่	ชื่อ - สกุล	รายการประเมิน					คะแนนรวม	ระดับคุณภาพ				หมายเหตุ
		ร่วมกิจกรรมด้วยความสนใจ	ความรับผิดชอบ	การตอบคำถาม	มั่นใจกล้าแสดงออก	ความคิดสร้างสรรค์		ดีมาก (17 - 20)	ดี (13 - 16)	ปานกลาง (9 - 12)	ควรแก้ไข (5 - 8)	
18												
19												
20												
21												
22												
23												
24												
25												
26												
27												
28												
29												
30												
31												
32												
33												
34												
35												
36												
37												

เกณฑ์สรุปผลการประเมิน

☐ ผ่าน (9-20)

ระดับ

☐ ดีมาก (17-20)

☐ ดี (13-16)

☐ ปานกลาง (9-12)

☐ ไม่ผ่าน (0-8)

ลงชื่อ

ผู้ประเมิน

(.....)

คณิตศาสตร์พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

นายวิชัย ศุภคุณวิญญู

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ใบความรู้ที่ 1 / 3 - 1

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และกราฟ

ผู้เรียนเคยทราบมาแล้วว่าการแก้สมการเป็นการหาคำตอบของสมการ ในทำนองเดียวกัน การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเป็นการหาคำตอบของระบบสมการด้วย

การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร นอกจากจะใช้กราฟแล้ว เราอาจหาคำตอบโดยใช้ **สมบัติการเท่ากัน** ซึ่งได้แก่ **สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ** การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นโดยวิธีนี้ ในทางคณิตศาสตร์ถือว่าเมื่อใช้สมบัติดังกล่าวแล้วจะได้ระบบสมการเชิงเส้นใหม่ที่มีคำตอบเดียวกันกับคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นที่โจทย์กำหนดให้ หรือกล่าวว่ระบบสมการทั้งสอง**สมมูลกัน** ดังนั้นถ้าการคำนวณในแต่ละขั้นตอนถูกต้อง ก็ไม่มีความจำเป็นต้องตรวจสอบคำตอบ ตัวอย่างการหาคำตอบของระบบสมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากันต่อจากนี้ไป จึงไม่มีการตรวจสอบคำตอบ อย่างไรก็ตามผู้เรียนอาจตรวจสอบคำตอบเพื่อยืนยันความถูกต้องของการคำนวณก็ได้

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ใบความรู้ที่ 3 / 1 - 2

ตัวอย่างการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และกราฟ

ให้ผู้เรียนพิจารณาปัญหาต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้ พร้อมเขียนกราฟของระบบสมการเพื่อตรวจสอบ

คำตอบ $x + 2y = 1$

$$x - 2y = 5$$

วิธีทำ $x + 2y = 1$ ----- ①

$$x - 2y = 5$$
 ----- ②

① + ② ; $(x + 2y) + (x - 2y) = 1 + 5$

$$x + 2y + x - 2y = 6$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

① - ② ; $(x + 2y) - (x - 2y) = 1 - 5$

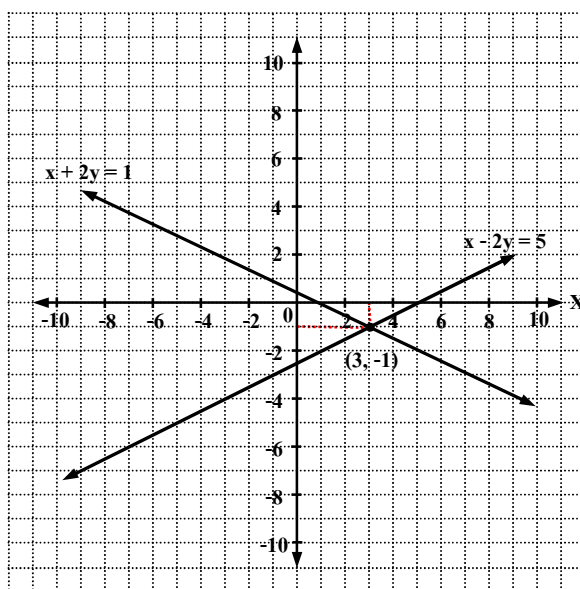
$$x + 2y - x + 2y = -4$$

$$4y = -4$$

$$y = -1$$

ดังนั้น ระบบสมการนี้มีคำตอบคือ (3, -1)

เขียนกราฟของระบบสมการ $x + 2y = 1$ $x - 2y = 5$ ได้ดังนี้



เนื่องจากกราฟของสมการ $x + 2y = 1$ และกราฟของสมการ $x - 2y = 5$

เป็นเส้นตรงสองเส้นซึ่งตัดกันที่จุด (3, -1)

ดังนั้น ระบบสมการนี้มีคำตอบเดียวคือ (3, -1)

ตอบ (3, -1)

①+② หมายถึง นำจำนวน
ที่อยู่ข้างเดียวกันของเครื่อง
หมายเท่ากับของ ① และ ②
มาบวกกัน เพื่อให้สมการ
มี x เป็นตัวแปรเดียว

ทำให้ได้สมการที่มี y
เป็นตัวแปรเดียว

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้ พร้อมเขียนกราฟของระบบสมการเพื่อตรวจสอบคำตอบ

$$2x + 4y = 3$$

$$3x + 6y = 8$$

วิธีทำ $2x + 4y = 3$ ----- ①

$3x + 6y = 8$ ----- ②

① $\times 3$; $6x + 12y = 9$ ----- ③

② $\times 2$; $6x + 12y = 16$ ----- ④

③ - ④ ; $(6x + 12y) - (6x + 12y) = 9 - 16$

$$6x + 12y - 6x - 12y = -7$$

$0 = -7$ ซึ่งเป็นสมการที่ไม่เป็นจริง

แสดงว่าไม่สามารถหาค่า x และค่า y ที่ทำให้สมการทั้งสองเป็นจริง

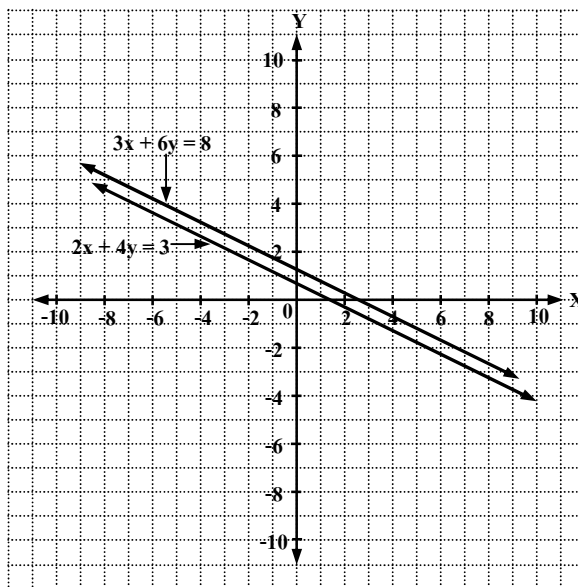
ดังนั้น ระบบสมการนี้ไม่มีคำตอบ

เขียนกราฟของระบบสมการ

$$2x + 4y = 3$$

$$3x + 6y = 8$$

ได้ดังนี้



เนื่องจากกราฟของสมการ $2x + 4y = 3$ และกราฟของสมการ $3x + 6y = 8$

เป็นเส้นตรงสองเส้นซึ่งขนานกันจึงไม่มีจุดตัด

ดังนั้น ระบบสมการนี้ไม่มีคำตอบ

ตอบ ไม่มีคำตอบ

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้ พร้อมเขียนกราฟของระบบสมการเพื่อตรวจสอบ

คำตอบ

$$x - 2y = -3$$

$$-3x + 6y = 9$$

วิธีทำ

$$x - 2y = -3 \quad \text{-----} \quad ①$$

$$-3x + 6y = 9 \quad \text{-----} \quad ②$$

$$② \div (-3) \quad ; \quad x - 2y = -3 \quad \text{-----} \quad ③$$

② ÷ (-3) หมายถึงนำ -3

มาหารทั้งสองข้าง

ของสมการ ②

จะเห็นว่าสมการ ③ ที่ได้จากสมการ ② เป็นสมการเดียวกันกับสมการ ①

และสมการ ② มีคำตอบเป็นอย่างเดียวกัน ซึ่งมีมากมายไม่จำกัด

ดังนั้น จึงหาคู่อันดับที่เป็นคำตอบของระบบสมการนี้ได้จากสมการใดสมการหนึ่ง ดังนี้

จากสมการ ①

$$2y = x + 3$$

$$y = \frac{x + 3}{2}$$

ดังนั้นระบบสมการนี้จึงมีคำตอบมากมายไม่จำกัดอยู่ในรูป $\left(x, \frac{x + 3}{2} \right)$

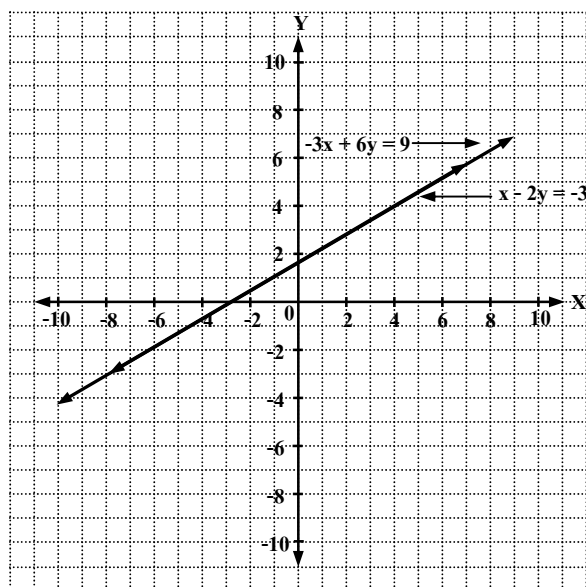
เมื่อ x แทนจำนวนจริงใด ๆ

เขียนกราฟของระบบสมการ

$$x - 2y = -3$$

$$-3x + 6y = 9$$

ได้ดังนี้



เนื่องจากกราฟของสมการ $x - 2y = -3$ และกราฟของสมการ $-3x + 6y = 9$

เป็นเส้นตรงสองเส้นซึ่งทับกัน

ดังนั้น ระบบสมการนี้จึงมีคำตอบมากมายไม่จำกัด

ตอบ มีคำตอบไม่จำกัดอยู่ในรูป $\left(x, \frac{x + 3}{2} \right)$ เมื่อ x แทนจำนวนจริงใด ๆ

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ตัวอย่างที่ 4 จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้ $3x + 2y - 2 = 0$

$$2x + 2y + 1 = 0$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{rcl} 3x + 2y - 2 = 0 & \text{-----} & \textcircled{1} \\ 2x + 2y + 1 = 0 & \text{-----} & \textcircled{2} \\ \textcircled{1} - \textcircled{2}; & (3x + 2y - 2) - (2x + 2y + 1) = & 0 \\ & 3x + 2y - 2 - 2x + 2y + 1 = & 0 \\ & x - 3 = & 0 \\ & x = & 3 \end{array}$$

แทน x ด้วย 3 ในสมการ $\textcircled{1}$ จะได้

$$\begin{array}{rcl} 3(3) + 2y - 2 & = & 0 \\ 9 + 2y - 2 & = & 0 \\ 2y + 7 & = & 0 \\ y & = & -\frac{7}{2} \end{array}$$

ดังนั้น ระบบสมการนี้มีคำตอบคือ $\left(3, -\frac{7}{2}\right)$

ตอบ $\left(3, -\frac{7}{2}\right)$

ตัวอย่างที่ 5 จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้ $0.2x - 0.3y = -0.5$

$$0.5x - 0.2y = -0.7$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{rcl} 0.2x - 0.3y = -0.5 & \text{-----} & \textcircled{1} \\ 0.5x - 0.2y = -0.7 & \text{-----} & \textcircled{2} \\ \textcircled{1} \times 10 & ; & 2x - 3y = -5 \quad \text{-----} \quad \textcircled{3} \\ \textcircled{2} \times 10 & ; & 5x - 2y = -7 \quad \text{-----} \quad \textcircled{4} \\ \textcircled{3} \times 2 & ; & 4x - 6y = -10 \quad \text{-----} \quad \textcircled{5} \\ \textcircled{4} \times 3 & ; & 15x - 6y = -14 \quad \text{-----} \quad \textcircled{6} \\ \textcircled{5} - \textcircled{6} & ; & (4x - 6y) - (15x - 6y) = -10 - (-14) \\ & & 4x - 6y - 15x + 6y = -10 + 14 \\ & & -11x = 4 \\ & & x = -\frac{4}{11} \end{array}$$

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แทน x ด้วย -1 ในสมการ 1 จะได้

$$0.2(-1) - 0.3y = -0.5$$

$$-0.2 - 0.3y = -0.5$$

$$-0.3y = -0.5 + 0.2$$

$$-0.3y = -0.3$$

$$y = -1$$

ดังนั้น ระบบสมการนี้มีคำตอบคือ $(-1, 1)$

ตอบ $(-1, 1)$

ตัวอย่างที่ 6 จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้ $2x = 5y + 1$

$$24 - 7x = 3y$$

วิธีทำ

$$2x = 5y + 1 \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

$$24 - 7x = 3y \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

จาก $\textcircled{1}$; $x = \frac{5y + 1}{2} \quad \text{-----} \quad \textcircled{3}$

แทน x ด้วย $\frac{5y + 1}{2}$ ในสมการ $\textcircled{2}$ จะได้

$$24 - 7\left(\frac{5y + 1}{2}\right) = 3y$$

$$48 - 7(5y + 1) = 6y$$

$$48 - 35y - 7 = 6y$$

$$41 = 41y$$

$$y = 1$$

แทน y ด้วย 1 ในสมการ $\textcircled{3}$ จะได้

$$x = \frac{5(1) + 1}{2}$$

$$= \frac{6}{2}$$

$$= 3$$

ดังนั้น ระบบสมการนี้มีคำตอบคือ $(3, 1)$

ตอบ $(3, 1)$

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

สาระที่ 4 พีชคณิต

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แผนที่ 4 แก่ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรพร้อมเขียนกราฟ

เวลา 60 นาที

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

สาระที่ 4 พีชคณิต

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แผนที่ 4 แก้วระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรพร้อมเขียนกราฟ

เวลา 60 นาที

1. สาระสำคัญ

แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยใช้กราฟ เราหาคำตอบโดยใช้สมบัติการเท่ากันหาคำตอบก็ได้

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

หลังจากจบชั่วโมงนี้แล้ว ผู้เรียนสามารถ

2.1 รู้ขั้นตอนวิธีการเขียนกราฟแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ถูกต้อง

2.2 อธิบายวิธีการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ถูกต้อง

โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3 นำข้อมูลที่ได้อธิบายโดยใช้หลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง

2.4 ทำใบกิจกรรมที่ 1 / 4 - 1 ถูกต้องอย่างน้อย 50 % (4 ใน 8 ข้อ)

2.5 ทำใบงานที่ 1 / 4 - 1 ถูกต้องอย่างน้อย 50 % (6 ใน 12 ข้อ)

3. สาระการเรียนรู้

ขั้นตอนการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเพื่อหาคำตอบของระบบสมการ เหมือนการแก้สมการเป็นการหาคำตอบของสมการที่เราเคยทราบมาแล้ว นอกจากจะใช้กราฟหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เราอาจหาคำตอบโดยใช้ สมบัติการเท่ากัน ซึ่งได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ ในทางคณิตศาสตร์การหาคำตอบโดยใช้สมบัติของการเท่ากันแล้วจะได้ระบบสมการเชิงเส้นใหม่ที่มีคำตอบเดียวกันกับคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นที่โจทย์กำหนดให้ กล่าวได้ว่าระบบสมการทั้งสองสมมูลกัน ถ้าการคำนวณแต่ละขั้นตอนถูกต้อง ก็ไม่มีความจำเป็นต้องตรวจสอบคำตอบ อย่างไรก็ตามผู้เรียนอาจตรวจสอบคำตอบ เพื่อยืนยันความถูกต้องของการคำนวณ

๑ การบูรณาการกับปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง ๑

หลักความพอประมาณ

- เรียนรู้เหมาะสมกับตนเอง
- เข้าใจการเลือกใช้สิ่งของ
- ศึกษาความรู้เหมาะสมกับเวลา
- เหมาะสมกับตนเอง

หลักความมีเหตุผล

- ทราบถึงความสำคัญของการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรพร้อมเขียนกราฟ
- สื่อความหมายการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรพร้อมเขียนกราฟและนำเสนอได้

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

หลักการมีภูมิความกัน

- นำความรู้การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรพร้อมเขียนกราฟไปเป็นความรู้พื้นฐานในการหาคำตอบระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

เงื่อนไขคุณธรรม

- ให้ความร่วมมือกับเพื่อนในชั้นเรียน
- นำเสนอการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรพร้อมเขียนกราฟ

เงื่อนไขความรู้

- เข้าใจความหมายการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรพร้อมเขียนกราฟ
- อธิบายลักษณะต่างๆของการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรพร้อมเขียนกราฟ

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 นำเข้าสู่เนื้อหา ผู้เรียนและผู้สอนสนทนถึงการหาคำตอบระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่ผู้เรียนเคยรู้จักมาแล้วนำเข้าสู่การเรียนรู้การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรพร้อมเขียนกราฟโดยสรุปเป็นแกน

4.2 ผู้เรียนรับใบกิจกรรมที่ 3 / 4 - 1 เรื่องช่วยกันแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรพร้อมเขียนกราฟด้วยกัน

4.3 ผู้เรียนทำกิจกรรมตามกิจกรรมที่ 1 / 4 - 1 เวลา 30 นาที โดยใช้ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์สอดคล้องกับหลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง ครูให้คำปรึกษา ชี้แนะ

4.4 ผู้เรียนเปลี่ยนใบกิจกรรมกันตรวจ แล้วส่งผู้สอนเพื่อบันทึกคะแนนประเมินต่อไป

4.5 ร่วมกันศึกษา แลกเปลี่ยนความคิด ความเข้าใจเกิดองค์ความรู้ร่วมกัน

4.6 ผู้เรียน ผู้สอน ร่วมกันสรุป ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ดังนี้

ขั้นตอนการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเพื่อหาคำตอบของระบบสมการ เหมือนการแก้สมการเป็นการหาคำตอบของสมการที่เราเคยทราบมาแล้ว นอกจากจะใช้กราฟหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เราอาจหาคำตอบโดยใช้ สมบัติการเท่ากัน ซึ่งได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ ในทางคณิตศาสตร์การหาคำตอบโดยใช้สมบัติของการเท่ากันแล้วจะได้ระบบสมการเชิงเส้นใหม่ที่มีคำตอบเดียวกันกับคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นที่โจทย์กำหนดให้ กล่าวได้ว่าระบบสมการทั้งสองสมมูลกัน ถ้าการคำนวณแต่ละขั้นตอนถูกต้อง ก็ไม่มีความจำเป็นต้องตรวจสอบคำตอบ อย่างไรก็ตามผู้เรียนอาจตรวจสอบคำตอบ เพื่อยืนยันความถูกต้องของการคำนวณ

4.7 ผู้เรียนรับใบงานที่ 1 / 4 - 1 เรื่องโจทย์ปัญหาการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรพร้อมเขียนกราฟทำส่ง

5. สื่อและแหล่งเรียนรู้

5.1 ใบกิจกรรมที่ 1 / 4 - 1 เรื่องช่วยกันแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรพร้อมเขียนกราฟด้วยกัน

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

5.2 ใบงานที่ 1 / 4 - 2 เรื่องโจทย์ปัญหาการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรพร้อมเขียนกราฟ

6. การวัดผลและประเมินผล

6.1 สิ่งที่ต้องการวัด

- พฤติกรรมการเรียน
- ใบกิจกรรมที่ 1 / 4 - 1 เรื่องเรื่องช่วยกันแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

พร้อมเขียนกราฟด้วยกัน

- ใบงานที่ 1 / 4 - 1 เรื่องโจทย์ปัญหาการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรพร้อมเขียนกราฟ

6.2 วิธีการวัด

- ตรวจใบกิจกรรมที่ 1 / 4 - 1 เรื่องเรื่องช่วยกันแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรพร้อมเขียนกราฟด้วยกัน
- ตรวจใบงานที่ 1 / 4 - 1 เรื่องเรื่องโจทย์ปัญหาการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรพร้อมเขียนกราฟ

6.3 เครื่องมือและเกณฑ์การวัด

- แบบประเมินพฤติกรรม

เกณฑ์การวัด

ผ่าน ได้คะแนนแบบประเมินพฤติกรรม 9 - 20 คะแนน

คะแนน 17 - 20 ระดับคุณภาพ ดีมาก

คะแนน 13 - 16 ระดับคุณภาพ ดี

คะแนน 9 - 12 ระดับคุณภาพ ปานกลาง

ไม่ผ่าน ได้คะแนนแบบประเมินพฤติกรรม 0 - 8 คะแนน

- ทำใบกิจกรรมที่ 1 / 4 - 1 ถูกต้องอย่างน้อย 50 % (4 ใน 8 ข้อ)
- ทำใบงานที่ 1 / 4 - 1 ถูกต้องอย่างน้อย 50 % (6 ใน 12 ข้อ)

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

7. ความเห็นของผู้บริหาร

.....

.....

.....

ลงชื่อ

ผู้บริหาร/ ผู้ได้รับมอบหมาย

(

)

..... / /

8. บันทึกผลหลังสอน

8.1 ผลการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

8.2 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

8.3 แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ

ผู้สอน

(นายวิชัย ศุภคุณภิญโญ)

..... / /

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แบบประเมินพฤติกรรมรายบุคคล

คำชี้แจง 1. โปรดประเมินค่าเป็นตัวเลข (1,2,3,4) พฤติกรรมของผู้เรียนครอบคลุม 5 ประเด็นโดยมีเกณฑ์การให้ค่าดังนี้

- | | | |
|-----|---------------------|------------------------------------|
| 1 = | ควรปรับปรุง หมายถึง | ปฏิบัติได้ไม่ถูกต้อง |
| 2 = | พอใช้ หมายถึง | ปฏิบัติได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ |
| 3 = | ดี หมายถึง | ปฏิบัติได้ถูกต้อง |
| 4 = | ดีมาก หมายถึง | ปฏิบัติได้ถูกต้องสมควรเป็นแบบอย่าง |

2. โปรดรวมคะแนนของพฤติกรรมทั้ง 5 ประเด็นและทำเครื่องหมาย ลงในช่องที่ตรงกับช่วงคะแนนที่กำหนด

ที่.	ชื่อ - สกุล	รายการประเมิน					คะแนนรวม	ระดับคุณภาพ				หมายเหตุ
		รวมกิจกรรมด้วยความสนใจ	ความรับผิดชอบ	การตอบคำถาม	มั่นใจกล้าแสดงออก	ความคิดสร้างสรรค์		ดีมาก (17 - 20)	ดี (13 - 16)	ปานกลาง (9 - 12)	ความแก้ไข (5 - 8)	
01												
02												
03												
04												
05												
06												
07												
08												
09												
10												
11												
12												
13												
14												
15												
16												
17												

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ที่	ชื่อ - สกุล	รายการประเมิน					คะแนนรวม	ระดับคุณภาพ				หมายเหตุ
		ร่วมกิจกรรมด้วยความสนใจ	ความรับผิดชอบ	การตอบคำถาม	มั่นใจกล้าแสดงออก	ความคิดสร้างสรรค์		ดีมาก (17 - 20)	ดี (13 - 16)	ปานกลาง (9 - 12)	ควรแก้ไข (5 - 8)	
18												
19												
20												
21												
22												
23												
24												
25												
26												
27												
28												
29												
30												
31												
32												
33												
34												
35												
36												
37												

เกณฑ์สรุปผลการประเมิน

☐ ผ่าน (9-20)

ระดับ

☐ ดีมาก (17-20)

☐ ดี (13-16)

☐ ปานกลาง (9-12)

☐ ไม่ผ่าน (0-8)

ลงชื่อ

ผู้ประเมิน

(.....)

คณิตศาสตร์พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

นายวิชัย ศุภคุณวิญญู

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ใบกิจกรรมที่ 3 / 4 - 1

ช่วยกันแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรพร้อมเขียนกราฟด้วยกัน

คำชี้แจง : ให้ผู้เรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

1. จงแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้ พร้อมเขียนกราฟของระบบสมการ

1) $2x - 3y = 5$

$-6x + 9y = -12$

วิธีทำ

.....

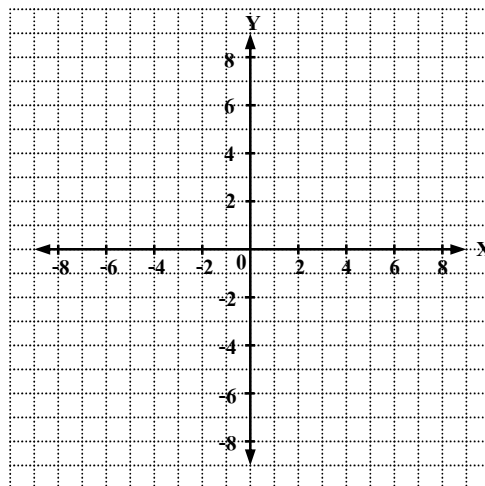
.....

.....

.....

.....

.....



.....

.....

.....

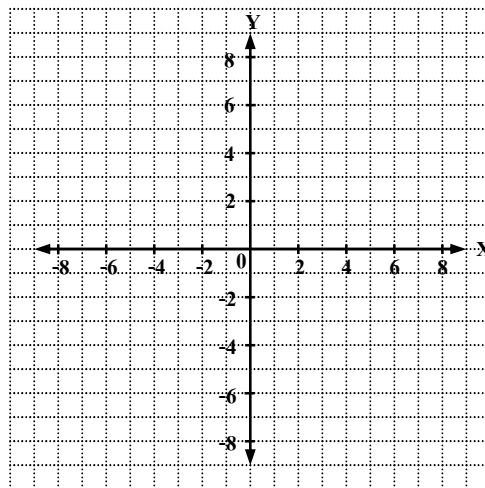
ตอบ

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

2) $4x - 3y = 12$

$$x = \frac{3}{4}y + 3$$

วิธีทำ



ตอบ

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

3) $3x - 4y = 0$

$3x + 4y = -24$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

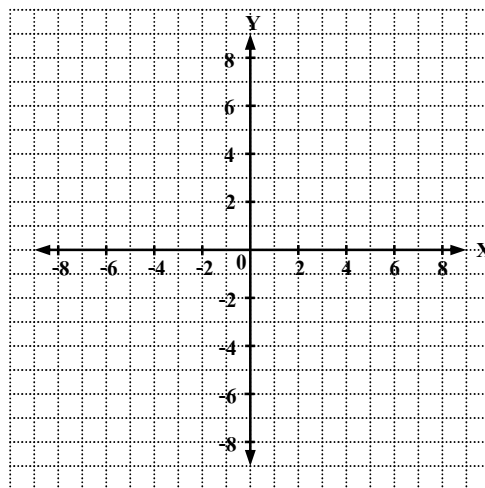
.....

.....

.....

.....

.....



.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

4) $x + 7y = 8$

$3x + 2y = 5$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

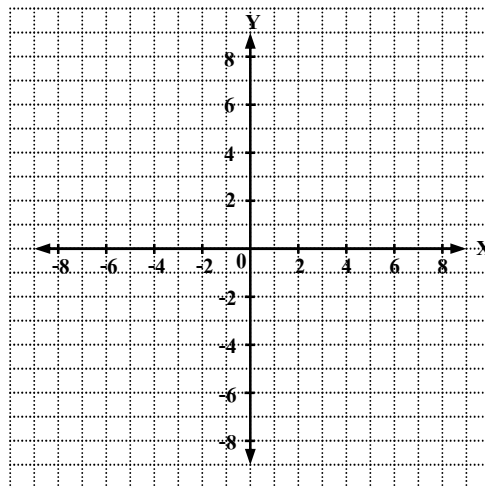
.....

.....

.....

.....

.....



.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

2. จงแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้

1) $-2x = 2(y - 2)$

$$2x + 2y = 4$$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ

.....

2) $4x - 3y = 12$

$$\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y = 1$$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

.....

.....

.....

ตอบ

.....

3) $0.2x + 0.3y = 0.5$
 $0.5x - 0.2y = 0.7$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ

.....

4) $-4x + 9y - 7 = 0$
 $12x - 27y + 21 = 0$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ

.....

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

เฉลย ใบกิจกรรมที่ 3 / 4 - 1

ช่วยกันแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรพร้อมเขียนกราฟด้วยกัน

คำชี้แจง : ให้ผู้เรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

1. จงแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้ พร้อมเขียนกราฟของระบบสมการ

1) $2x - 3y = 5$

$-6x + 9y = -12$

วิธีทำ $2x - 3y = 5$ (1)

..... $-6x + 9y = -12$ (2)

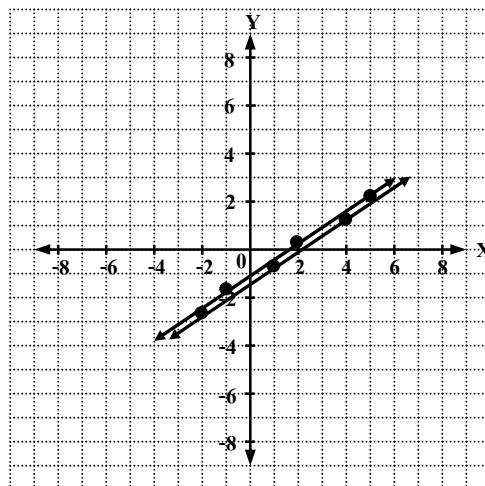
$(1) \times 3$; $6x - 9y = 15$ (3)

$(2) + (3)$; $-6x + 9y + 6x - 9y = -12 + 15$

..... $0 = 3$ ซึ่งเป็นสมการที่ไม่เป็นจริง

..... ดังนั้นระบบสมการนี้ไม่มีคำตอบ

เขียนกราฟของระบบสมการได้ดังนี้



เนื่องจากกราฟของสมการ $2x - 3y = 5$ และ $-6x + 9y = -12$

เป็นเส้นตรงซึ่งขนานกัน จึงไม่มีจุดตัด

..... ดังนั้นระบบสมการนี้ไม่มีคำตอบ

ตอบ ไม่มีคำตอบ

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

2) $4x - 3y = 12$

$$x = \frac{3}{4}y + 3$$

วิธีทำ $4x - 3y = 12$ (1)

..... $x = \frac{3}{4}y + 3$ (2)

(2) $\times 4$; $4x = 3y + 12$

..... $4x - 3y = 12$ (3)

จะเห็นว่า สมการ (3) ที่ได้จากสมการ (2) เป็นสมการเดียวกันกับสมการ (1)

แสดงว่า สมการ (1) และสมการ (2) มีคำตอบเป็นอย่างเดียวกัน

ซึ่งมีมากมายไม่จำกัด

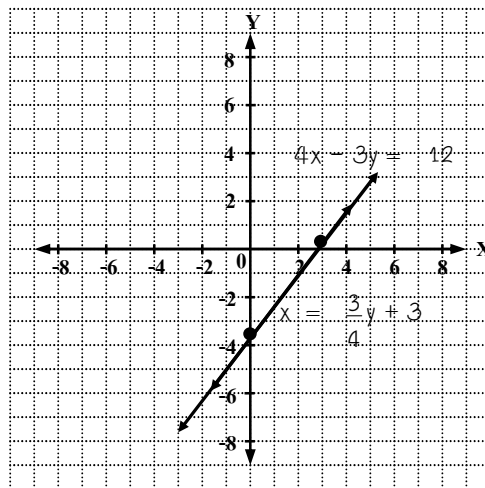
ดังนั้นจึงหาคู่อันดับที่เป็นคำตอบของระบบสมการนี้ได้จากสมการใดสมการหนึ่ง ดังนี้
จากสมการ (1) $-3y = -4x + 12$

..... $y = \frac{4}{3}x - 4$

ดังนั้น ระบบสมการนี้จึงมีคำตอบมากมายไม่จำกัดอยู่ในรูป $(x, \frac{4}{3}x - 4)$ เมื่อ x แทน

จำนวนจริงใดๆ

เขียนกราฟของระบบสมการได้ดังนี้



เนื่องจากกราฟของสมการ $4x - 3y = 12$ และ $x = \frac{3}{4}y + 3$

เป็นเส้นตรงสองเส้นซึ่งทับกัน

ดังนั้นระบบสมการนี้จึงมีคำตอบมากมายไม่จำกัด

ตอบ ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมีคำตอบมากมายไม่จำกัดอยู่ในรูป $(x, \frac{4x-12}{3})$

เมื่อ x แทนจำนวนจริงใดๆ

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

3) $3x - 4y = 0$

$3x + 4y = -24$

วิธีทำ $3x - 4y = 0$ (1)

..... $3x + 4y = -24$ (2)

(1) + (2); $3x - 4y + 3x + 4y = 0 + (-24)$

..... $6x = -24$

..... $x = -4$

..... แทน x ด้วย -4 ในสมการ (1) จะได้

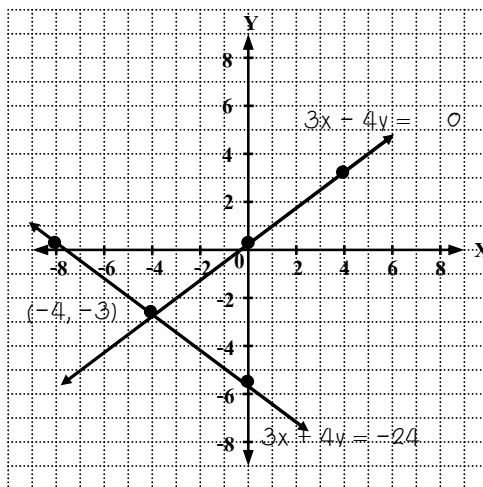
..... $3(-4) - 4y = 0$

..... $-4y = 12$

..... $y = -3$

..... ดังนั้นระบบสมการนี้มีคำตอบ คือ $(-4, -3)$

..... เขียนกราฟของระบบสมการได้ดังนี้



..... เนื่องจากกราฟของสมการ $3x - 4y = 0$ และ $3x + 4y = -24$

..... เป็นเส้นตรงสองเส้นที่ตัดกันที่จุด $(-4, -3)$

..... ดังนั้นระบบสมการนี้มีคำตอบ คือ $(-4, -3)$

ตอบ $(-4, -3)$

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

4) $x + 7y = 8$

$3x + 2y = 5$

วิธีทำ $x + 7y = 8$ (1)

..... $3x + 2y = 5$ (2)

จาก(1) $x = 8 - 7y$ (3)

แทน x ด้วย $8 - 7y$ ในสมการ (2) จะได้

..... $3(8 - 7y) + 2y = 5$

..... $24 - 21y + 2y = 5$

..... $-19y = 5 - 24$

..... $y = 1$

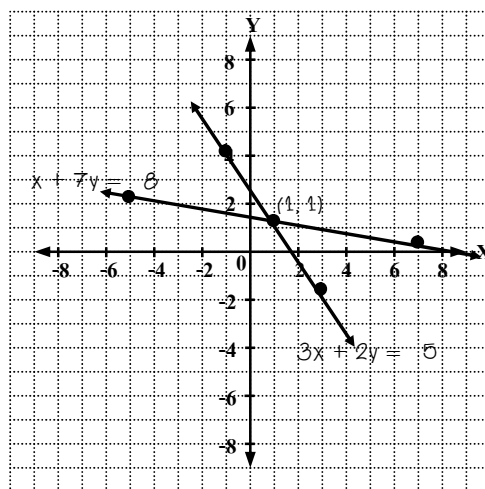
แทน y ด้วย 1 ในสมการ (3) จะได้

..... $x = 8 - 7(1)$

..... $= 1$

..... ดังนั้นระบบสมการนี้มีคำตอบ คือ $(1, 1)$

เขียนกราฟของระบบสมการได้ดังนี้



..... เนื่องจากกราฟของสมการ $x + 7y = 8$ และ $3x + 2y = 5$

..... เป็นเส้นตรงสองเส้นที่ตัดกันที่จุด $(1, 1)$

..... ดังนั้นระบบสมการนี้มีคำตอบ คือ $(1, 1)$

ตอบ $(1, 1)$

2. จงแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

1) $-2x = 2(y - 2)$

$2x + 2y = 4$

วิธีทำ $-2x = 2(y - 2)$ (1).....

..... $2x + 2y = 4$ (2).....

จัดรูปสมการ(1) ใหม่จะได้ $2y + 2x = 4$ (3).....

จะเห็นว่า สมการ (3) ที่ได้จากสมการ (1) เป็นสมการเดียวกันกับสมการ (2)

แสดงว่าสมการ (1) และสมการ (2) มีคำตอบเป็นอย่างเดียวกันซึ่งมีมากมายไม่จำกัด

ดังนั้น จึงหาคู่อันดับที่เป็นคำตอบของระบบสมการนี้ได้จากสมการใดสมการหนึ่ง ดังนี้

จากสมการ (2) $y = 2 - x$

ดังนั้นระบบสมการนี้จึงมีคำตอบมากมายไม่จำกัดอยู่ในรูป $(x, 2-x)$

เมื่อ x แทนจำนวนจริงใดๆ

ตรวจสอบคำตอบโดยการเขียนกราฟพบว่า สมการเส้นตรงทั้งสองทับกัน จึงทำให้มีคำตอบมากมายไม่จำกัด

ตอบระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมีคำตอบมากมายไม่จำกัดอยู่ในรูป $(x, 2-x)$

.....เมื่อ x แทนจำนวนจริงใดๆ.....

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

2) $4x - 3y = 12$

$$\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y = 1$$

วิธีทำ $4x - 3y = 12$ (1)

..... $\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y = 1$ (2)

(2) $\times 12$; $4x - 3y = 12$ (3)

จะเห็นว่า สมการ (3) ที่ได้จากสมการ (2) เป็นสมการเดียวกันกับสมการ (1)

แสดงว่าสมการ (1) และสมการ (2) มีคำตอบเป็นอย่างเดียวกันซึ่งมีมากมายไม่จำกัด

ดังนั้น จึงหาอันดับที่เป็นคำตอบของระบบสมการนี้ได้จากสมการใดสมการหนึ่ง
ดังนี้

จากสมการ (1) $y = \frac{4}{3}x - 4$

ดังนั้นระบบสมการนี้จึงมีคำตอบมากมายไม่จำกัดอยู่ในรูป $(x, \frac{4}{3}x - 4)$

เมื่อ x แทนจำนวนจริงใดๆ

ตรวจสอบคำตอบโดยการเขียนกราฟพบว่า สมการเส้นตรงทั้งสองทับกัน จึงทำให้มีคำตอบมากมายไม่จำกัด

ตอบระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมีคำตอบมากมายไม่จำกัดอยู่ในรูป $(x, \frac{4}{3}x - 4)$
.....เมื่อ x แทนจำนวนจริงใดๆ $(x, \frac{4x-12}{3})$

3) $0.2x + 0.3y = 0.5$

$0.5x - 0.2y = 0.7$ $0.2x + 0.3y = 0.5$ (1)

วิธีทำ $0.5x - 0.2y = 0.7$ (2)

..... (1) $\times 50$; $10x - 10y = 25$ (3)

..... (2) $\times 20$; $10x - 4y = 14$ (4)

(3) - (4); $(10x - 10y) - (10x - 4y) = 25 - 14$

..... $10x - 10y = 10x - 4y = 11$

..... $19y = 11$

..... $y = \frac{11}{19}$

แทน y ด้วย $\frac{11}{19}$ ใน (4) จะได้ $10x - 4(\frac{11}{19}) = 14$

..... $10x = 14 + \frac{44}{19}$

..... $x = \frac{31}{19}$

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ดังนั้น ระบบสมการนี้มีคำตอบ คือ $(\frac{31}{19}, \frac{11}{19})$

เมื่อตรวจสอบคำตอบแล้วพบว่า $(\frac{31}{19}, \frac{11}{19})$ ทำให้ระบบสมการเป็นจริง

ตอบ $(\frac{31}{19}, \frac{11}{19})$

4) $-4x + 9y - 7 = 0$

$$12x - 27y + 21 = 0$$

วิธีทำ $-4x + 9y - 7 = 0$ ----- (1)

$$12x - 27y + 21 = 0$$
 ----- (2)

$$(1) \times -3; \quad 12x - 27y + 21 = 0$$
 ----- (3)

จะเห็นว่า สมการ (3) ที่ได้จากสมการ (1) เป็นสมการเดียวกันกับสมการ (2)

แสดงว่าสมการ (1) และสมการ (2) มีคำตอบเป็นอย่างเดียวกันซึ่งมีมากมายไม่จำกัด

ดังนั้น จึงหาคู่อันดับที่เป็นคำตอบของระบบสมการนี้ได้จากสมการใดสมการหนึ่ง
ดังนี้

จากสมการ (1) $y = \frac{4}{9}x + \frac{7}{9}$

ดังนั้นระบบสมการนี้จึงมีคำตอบมากมายไม่จำกัดอยู่ในรูป $(x, \frac{4}{9}x + \frac{7}{9})$

เมื่อ x แทนจำนวนจริงใดๆ

ตรวจสอบคำตอบได้โดยการเขียนกราฟพบว่า สมการเส้นตรงทั้งสองทับกัน จึงทำให้มีคำตอบมากมายไม่จำกัด

ตอบ ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมีคำตอบมากมายไม่จำกัดอยู่ในรูป $(x, \frac{4}{9}x + \frac{7}{9})$
เมื่อ x แทนจำนวนจริงใด ๆ $(x, \frac{4x+7}{9})$

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ใบงานที่ 3 / 4 - 1

โจทย์ปัญหาการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรพร้อมเขียนกราฟ

คำชี้แจง : ให้ผู้เรียนหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาต่อไปนี้ทำเป็นรายงานส่งภายใน 2 วันหลังจากที่ได้รับใบงานนี้

1. จงแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้ พร้อมเขียนกราฟของระบบสมการ

1) $x + 2y - 1 = 0$

$$2x + 4y - 5 = 0$$

2) $x + y = \frac{1}{2}$

$$x - 3y = \frac{1}{6}$$

3) $3x - y = 7$

$$4x - 3y - 11 = 0$$

4) $x - \frac{1}{2}y = 2$

$$y - 2x = -4$$

2. จงแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้

1) $x = \frac{3}{2}y - 5$

$$12y - 8x = -12$$

3) $5x - 4y = 1$

$$x - y = -7$$

5) $11x + 8y = 31$

$$13x - 6y = 83$$

7) $2x + 3y = 1.6$

$$3x - 4y = 4.1$$

2) $3x + 3 = 23 - 4y$

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 4$$

4) $26x + 3y + 4 = 0$

$$\frac{1}{5}(x - 2) = \frac{1}{4}(1 - y)$$

6) $5(y - 2) - 6x = 7$

$$2(x + 5) - (y - 1) = 4$$

8) $2x - 3y = -9$

$$3(x - 1) = 5(y - 4) + 2$$

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

สาระที่ 4 พีชคณิต

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แผนที่ 5 โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรและตัวอย่างการแก้โจทย์

เวลา 60 นาที

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

สาระที่ 4 พีชคณิต

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แผนที่ 5 โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรและตัวอย่างการแก้โจทย์

เวลา 60 นาที

1. สาระสำคัญ

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน อัตราส่วนและร้อยละ ระยะทาง อัตราเร็วและเวลา ที่ซับซ้อน โดยใช้สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

หลังจากจบชั่วโมงนี้แล้ว ผู้เรียนสามารถ

2.1 เข้าใจโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรและตัวอย่างการแก้โจทย์ได้ถูกต้อง

2.2 อธิบายโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรและตัวอย่างการแก้โจทย์ได้ถูกต้อง

โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3 นำข้อมูลที่ได้วิเคราะห์โดยใช้หลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง

3. สาระการเรียนรู้

การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน อัตราส่วนและร้อยละ ระยะทาง อัตราเร็วและเวลา ที่ง่าย ใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแต่โจทย์ปัญหาเหล่านั้นที่ซับซ้อนใช้สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

๑ การบูรณาการกับปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง ๑

หลักความพอประมาณ

- เรียนรู้เหมาะสมกับตนเอง
- เข้าใจการเลือกใช้สิ่งของ
- ศึกษาความรู้เหมาะสมกับเวลา
- เหมาะสมกับตนเอง

หลักความมีเหตุผล

- ทราบถึงความสำคัญของโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรและตัวอย่างการแก้โจทย์
- สื่อความหมายโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรและตัวอย่างการแก้โจทย์ และนำเสนอได้

หลักการมีภูมิปัญญา

- นำความรู้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรและตัวอย่างการแก้โจทย์ ไปเป็นความรู้พื้นฐาน

ในการหาคำตอบระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรขั้นสูงขึ้นไป

เงื่อนไขคุณธรรม

- ให้ความร่วมมือกับเพื่อนในชั้นเรียน
- มีความสนใจใฝ่เรียนรู้ใ้ความรู้ที่ 1 / 5 -1
- นำเสนอโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรและตัวอย่างการแก้โจทย์

เงื่อนไขความรู้

คณิตศาสตร์พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

นายวิชัย ศุภคุณภิญโญ

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

- เข้าใจความหมายโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรและตัวอย่างการแก้โจทย์
- อธิบายลักษณะต่างๆของโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรและตัวอย่างการแก้โจทย์

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 นำเข้าสู่เนื้อหา ผู้เรียนและผู้สอนสนทนาถึงการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน อัตราส่วนและร้อยละ ระยะทาง อัตราเร็วและเวลา โดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ผู้เรียนเคยรู้จักมาแล้วนำเข้าสู่การเรียนรู้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน อัตราส่วนและร้อยละ ระยะทาง อัตราเร็วและเวลาที่ซับซ้อนขึ้นต้องใช้สมการเชิงเส้นสองตัวแปรในการแก้โจทย์

4.2 ผู้เรียนรับใบความรู้ที่ 1 / 5 - 1 โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรและตัวอย่างการแก้โจทย์

4.3 ศึกษา แลกเปลี่ยนความรู้ ความเข้าใจในใบความรู้ที่ / 5 - 1 โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรและตัวอย่างการแก้โจทย์บอกลักษณะเป็นองค์ความรู้ร่วมกัน

4.4 ผู้เรียน ผู้สอน ร่วมกันสรุป โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรและตัวอย่างการแก้โจทย์ดังนี้

การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน อัตราส่วนและร้อยละ ระยะทาง อัตราเร็วและเวลา ที่ง่าย ใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแต่โจทย์ปัญหาเหล่านั้นที่ซับซ้อนใช้สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

5. สื่อและแหล่งเรียนรู้

5.1 ใบความรู้ที่ 1 / 5 - 1 เรื่องโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรและตัวอย่างการแก้โจทย์

6. การวัดผลและประเมินผล

6.1 สิ่งที่ต้องการวัด

- ความรู้ ความเข้าใจ
- พฤติกรรมการเรียน

6.2 วิธีการวัด

- การซักถาม
- การสังเกต

6.3 เครื่องมือและเกณฑ์การวัด

- แบบประเมินพฤติกรรม

เกณฑ์การวัด

ผ่าน ได้คะแนนแบบประเมินพฤติกรรม 9 - 20 คะแนน

คะแนน 17 - 20 ระดับคุณภาพ ดีมาก

คะแนน 13 - 16 ระดับคุณภาพ ดี

คะแนน 9 - 12 ระดับคุณภาพ ปานกลาง

ไม่ผ่าน ได้คะแนนแบบประเมินพฤติกรรม 0 - 8 คะแนน

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

7. ความเห็นของผู้บริหาร

.....

.....

.....

ลงชื่อ

ผู้บริหาร/ ผู้ได้รับมอบหมาย

(

)

..... / /

8. บันทึกผลหลังสอน

8.1 ผลการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

8.2 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

8.3 แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ

ผู้สอน

(นายวิชัย ศุภคุณภิญโญ)

..... / /

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แบบประเมินพฤติกรรมการรายบุคคล

คำชี้แจง 1. โปรดประเมินค่าเป็นตัวเลข (1,2,3,4) พฤติกรรมของผู้เรียนครอบคลุม 5 ประเด็นโดยมีเกณฑ์การให้ค่าดังนี้

- | | | |
|-----|---------------------|------------------------------------|
| 1 = | ควรปรับปรุง หมายถึง | ปฏิบัติได้ไม่ถูกต้อง |
| 2 = | พอใช้ หมายถึง | ปฏิบัติได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ |
| 3 = | ดี หมายถึง | ปฏิบัติได้ถูกต้อง |
| 4 = | ดีมาก หมายถึง | ปฏิบัติได้ถูกต้องสมควรเป็นแบบอย่าง |

2. โปรดรวมคะแนนของพฤติกรรมทั้ง 5 ประเด็นและทำเครื่องหมาย ลงในช่องที่ตรงกับช่วงคะแนนที่กำหนด

ที่.	ชื่อ - สกุล	รายการประเมิน					คะแนนรวม	ระดับคุณภาพ				หมายเหตุ
		รวมกิจกรรมด้วยความสนใจ	ความรับผิดชอบ	การตอบคำถาม	มั่นใจกล้าแสดงออก	ความคิดสร้างสรรค์		ดีมาก (17 - 20)	ดี (13 - 16)	ปานกลาง (9 - 12)	ความแก้ไข (5 - 8)	
01												
02												
03												
04												
05												
06												
07												
08												
09												
10												
11												
12												
13												
14												
15												
16												
17												

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ที่	ชื่อ - สกุล	รายการประเมิน					คะแนนรวม	ระดับคุณภาพ				หมายเหตุ
		ร่วมกิจกรรมด้วยความสนใจ	ความรับผิดชอบ	การตอบคำถาม	มั่นใจกล้าแสดงออก	ความคิดสร้างสรรค์		ดีมาก (17 - 20)	ดี (13 - 16)	ปานกลาง (9 - 12)	ควรแก้ไข (5 - 8)	
18												
19												
20												
21												
22												
23												
24												
25												
26												
27												
28												
29												
30												
31												
32												
33												
34												
35												
36												
37												

เกณฑ์สรุปผลการประเมิน

☐ ผ่าน (9-20)

ระดับ

☐ ดีมาก (17-20)

☐ ดี (13-16)

☐ ปานกลาง (9-12)

☐ ไม่ผ่าน (0-8)

ลงชื่อ

ผู้ประเมิน

(.....)

คณิตศาสตร์พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

นายวิชัย ศุภคุณวิญญู

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ใบความรู้ที่ 1 / 5 - 1

โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรและตัวอย่างการแก้โจทย์

ผู้เรียนเคยเคยแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน อัตราส่วนและร้อยละ ระยะทาง อัตราเร็วและเวลา โดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาแล้ว ในหัวข้อนี้จะเป็นการแก้โจทย์ปัญหาในเรื่องดังกล่าวที่ซับซ้อนขึ้นโดยใช้สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 ถ้าครึ่งหนึ่งของผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 43 และสามเท่าของจำนวนน้อย มากกว่าสองเท่าของจำนวนมากอยู่ 23 จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น

วิธีทำ ให้ x แทนจำนวนมาก

y แทนจำนวนน้อย

ครึ่งหนึ่งของผลบวกของจำนวนสองจำนวนนี้เป็น 43

$$\text{จะได้สมการเป็น } \frac{1}{2}(x + y) = 43 \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

สามเท่าของจำนวนน้อย มากกว่าสองเท่าของจำนวนมากอยู่ 23

$$\text{จะได้สมการเป็น } 3y - 2x = 23 \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \times 2 ; \quad x + y = 86 \quad \text{-----} \quad \textcircled{3}$$

$$\textcircled{3} \times 2 ; \quad 2x + 2y = 172 \quad \text{-----} \quad \textcircled{4}$$

$$\textcircled{2} + \textcircled{4} ; \quad (3y - 2x) + (2x + 2y) = 23 + 172$$

$$3y - 2x + 2x + 2y = 195$$

$$5y = 195$$

$$y = 39$$

แทน y ด้วย 39 ในสมการ $\textcircled{3}$ จะได้

$$x + 39 = 86$$

$$x = 47$$

ตรวจสอบ ถ้าสองจำนวนนั้นคือ 47 และ 39 จะได้ครึ่งหนึ่งของผลบวกเป็น $\frac{1}{2}(47 + 39) = 43$
และสามเท่าของ 39 มากกว่าสองเท่าของ 47 อยู่เท่ากับ $3(39) - 2(47) = 117 - 94$
=

23 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ดังนั้น จำนวนสองจำนวนนั้นคือ 47 และ 39

ตอบ 47 และ 39

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ตัวอย่างที่ 2 อัตราค่าเข้าชมการแข่งขันฟุตบอลนัดพิเศษครั้งนี้เป็นดังนี้ ผู้ใหญ่คนละ 200 บาท เด็กคนละ 100 บาท ปรากฏว่ามีผู้เข้าชมทั้งหมด 10,000 คน และขายบัตรเข้าชมได้เงิน 1,260,800 บาท อยากทราบว่าผู้ใหญ่และเด็กเข้าชมการแข่งขันฟุตบอลครั้งนี้อย่างละกี่คน



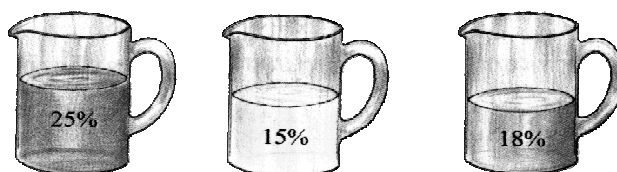
วิธีทำ ให้ x แทนจำนวนผู้ใหญ่ที่เข้าชมฟุตบอล
 y แทนจำนวนเด็กที่เข้าชมฟุตบอล
มีผู้เข้าชมทั้งหมด 10,000 คน
จะได้สมการเป็น $x + y = 10,000$ ----- ①
ผู้ใหญ่จ่ายค่าเข้าชมคนละ 200 บาท คิดเป็น $200x$ บาท
เด็กจ่ายค่าเข้าชมคนละ 100 บาท คิดเป็น $100y$ บาท
ได้เงินค่าเข้าชม 1,260,800 บาท
จะได้สมการเป็น $200x + 100y = 1,260,800$ ----- ②
② $\div 100$; $2x + y = 12,608$ ----- ③
③ $+ ①$; $(2x + y) - (x + y) = 12,608 - 10,000$
 $2x + y - x - y = 2,608$
 $x = 2,608$
แทน x ด้วย 2,608 ในสมการ① จะได้
 $2,608 + y = 10,000$
 $y = 7,392$

ตรวจสอบ ถ้ามีผู้ใหญ่เข้าชม 2,608 คน ขายบัตรได้เงิน $200 \times 2,608 = 521,600$ บาท
มีเด็กเข้าชม 7,392 คน ขายบัตรได้เงิน $100 \times 7,392 = 739,200$ บาท
รวมผู้เข้าชม $2,608 + 7,392 = 10,000$ คน
ขายบัตรได้เงิน $521,600 + 739,200 = 1,260,800$ บาท
ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขโจทย์
ดังนั้น ผู้เข้าชมเป็นผู้ใหญ่ 2,608 คน เป็นเด็ก 7,392 คน
ตอบ ผู้ใหญ่ 2,608 คน และเด็ก 7,392 คน

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

เราเคยพบการใช้ร้อยละเพื่อระบุถึงส่วนผสมต่าง ๆ มาแล้ว เช่น น้ำผลไม้กล่องหนึ่งบอกส่วนผสมว่าเป็นน้ำผลไม้ 40 % หมายถึง ถ้ามีน้ำผลไม้ 100 ลูกบาศก์เซนติเมตร จะมีน้ำผลไม้แท้อยู่ 40 ลูกบาศก์เซนติเมตร และอีก 60 ลูกบาศก์เซนติเมตร เป็นน้ำหรือส่วนผสมอื่น ๆ

ตัวอย่างที่ 3 มีน้ำเชื่อมอยู่สองชนิด ชนิด A มีน้ำตาล 25 % ชนิด B มีน้ำตาล 15 % ถ้าต้องการนําน้ำเชื่อมทั้งสองชนิดนี้มาผสมกันให้ได้น้ำเชื่อมที่มีน้ำตาล 18 % จำนวน 600 ลูกบาศก์เซนติเมตร จะต้องใช้น้ำเชื่อมแต่ละชนิดปริมาณเท่าใด



วิธีทำ ให้ใช้น้ำเชื่อมชนิด A มีน้ำตาล 25 % จำนวน x ลูกบาศก์เซนติเมตร
คิดเป็นน้ำตาล $\frac{25}{100}x = 0.25x$ ลูกบาศก์เซนติเมตร
ใช้น้ำเชื่อมชนิด B มีน้ำตาล 15 % จำนวน y ลูกบาศก์เซนติเมตร
คิดเป็นน้ำตาล $\frac{15}{100}y = 0.15y$ ลูกบาศก์เซนติเมตร
ต้องการน้ำเชื่อมผสม 600 ลูกบาศก์เซนติเมตร
จะได้สมการเป็น $x + y = 600$ ----- ①
น้ำเชื่อมที่มีน้ำตาล 18 % 600 ลูกบาศก์เซนติเมตร
คิดเป็นน้ำตาล $\frac{18}{100} \times 600 = 108$ ลูกบาศก์เซนติเมตร
จะได้สมการเป็น $0.25x + 0.15y = 108$ ----- ②
จากสมการ ① $y = 600 - x$ ----- ③
แทน y ด้วย $600 - x$ ในสมการ ② จะได้
$$0.25x + 0.15(600 - x) = 108$$
$$0.25x + 90 - 0.15x = 108$$
$$0.1x = 18$$
$$x = 180$$

แทน x ด้วย 180 ในสมการ ③ จะได้
$$y = 600 - 180$$
$$y = 420$$

ตรวจสอบ ถ้าใช้น้ำเชื่อมชนิด A 180 ลูกบาศก์เซนติเมตรจะใช้น้ำเชื่อมชนิด B 420 ลูกบาศก์เซนติเมตร

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

น้ำเชื่อมชนิด A 180 ลูกบาศก์เซนติเมตร มีน้ำตาล $0.25 \times 180 = 45$ ลูกบาศก์เซนติเมตร

น้ำเชื่อมชนิด B 420 ลูกบาศก์เซนติเมตร มีน้ำตาล $0.15 \times 420 = 63$ ลูกบาศก์เซนติเมตร

จะได้น้ำเชื่อมผสม $180 + 420 = 600$ ลูกบาศก์เซนติเมตร มีน้ำตาล $45 + 63 = 108$

ลูกบาศก์เซนติเมตร คิดเป็นน้ำตาล $\frac{108 \times 100}{600} = 18\%$ ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์ ดังนั้น ใช้น้ำเชื่อมชนิด A และน้ำเชื่อมชนิด B ปริมาณ 180 และ 420 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ตามลำดับ

ตอบ $\begin{cases} \text{น้ำเชื่อมชนิด A} & 180 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\ \text{น้ำเชื่อมชนิด B} & 420 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \end{cases}$

ตัวอย่างที่ 4 ผสมแป้งสาลีชนิดราคา กิโลกรัมละ 4 บาท กับแป้งมันราคา กิโลกรัมละ 5.50 บาท จงหาว่า จะต้องใช้อัตราส่วนผสมของแป้งสาลีกับแป้งมันโดยน้ำหนักเป็นเท่าไร จึงจะขายแป้งผสมในราคา กิโลกรัมละ 6.00 บาท แล้วยังได้กำไร 20 %

วิธีทำ ให้ซื้อแป้งสาลี x กิโลกรัม คิดเป็นเงิน $4x$ บาท
ซื้อแป้งมัน y กิโลกรัม คิดเป็นเงิน $5.50y$ บาท
ซื้อแป้ง $x + y$ กิโลกรัม คิดเป็นต้นทุน $4x + 5.50y$ บาท
ขายแป้งผสม กิโลกรัมละ 6 บาท $x + y$ กิโลกรัม ได้เงิน $6(x + y)$ บาท
ดังนั้น อัตราส่วนของราคาขายต่อต้นทุนเป็น $6(x + y) : 4x + 5.50y$
ขายได้กำไร 20 % หมายความว่า ขายได้เงิน 120 บาท จากต้นทุน 100 บาท
ดังนั้น อัตราส่วนของราคาขายต่อต้นทุนเป็น $120 : 100$
เขียนสัดส่วนได้ดังนี้

$$\frac{6(x + y)}{4x + 5.50y} = \frac{120}{100}$$

$$6(x + y) \times 100 = (4x + 5.50y) \times 120$$

$$600x + 600y = 480x + 660y$$

$$600x - 480x = 660y - 600y$$

$$120x = 60y$$

$$2x = y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$$

$$x : y = 1 : 2$$

ตรวจสอบ ถ้าแป้งสาลี 1 กิโลกรัม ผสมกับแป้งมัน 2 กิโลกรัม จะมีต้นทุนเป็น $(1 \times 4) + (2 \times$

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

$$5.50) = 4 + 11 = 15 \text{ บาท}$$

ขายแป้งผสม 3 กิโลกรัม กิโลกรัมละ 6 บาท ได้เงิน $3 \times 6 = 18$ บาท

ขายแป้งผสม 3 กิโลกรัม ได้กำไร $18 - 15 = 3$ บาท

คิดเป็นกำไร $\frac{3 \times 100}{15} = 20\%$ ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ดังนั้น อัตราส่วนผสมแป้งสาลีต่อแป้งมันเป็น 1: 2 โดยน้ำหนัก

ตอบ 1: 2

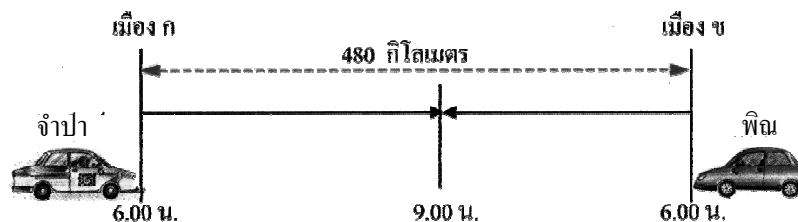
โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา เป็นอีกเรื่องหนึ่งที่เราสามารถหาคำตอบได้โดยใช้ความรู้เรื่องระบบสมการ

ความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา เป็นดังนี้

$$\text{ระยะทาง} = \text{อัตราเร็ว} \times \text{เวลา}$$

อัตราเร็วที่กล่าวถึงข้างต้น จะหมายถึง อัตราเร็วเฉลี่ย

ตัวอย่างที่ 5 เมือง ก และเมือง ข อยู่ห่างกัน 480 กิโลเมตร จำปาขับรถจากเมือง ก ไปเมือง ข ส่วนพินขับรถยนต์จากเมือง ข ไปเมือง ก บนเส้นทางเดียวกัน ทั้งสองออกเดินทางเวลา 6.00 น. พร้อมกัน เขาจะพบกันเวลา 9.00 น. โดยจำปาขับรถได้ระยะทางมากกว่าพิน 30 กิโลเมตร จงหาว่าแต่ละคนขับรถด้วยอัตราเร็วเท่าไร



วิธีทำ

ให้จำปาขับรถด้วยความเร็ว x กิโลเมตรต่อชั่วโมง

พินขับรถด้วยความเร็ว y กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ทั้งสองขับตั้งแต่เวลา 6.00 น. ถึง 9.00 น. คิดเป็นเวลา 3 ชั่วโมง

ทั้งสองขับรถได้ระยะทางรวมกัน 480 กิโลเมตร

$$\text{จะได้สมการเป็น} \quad 3x + 3y = 480 \quad \text{①}$$

เวลา 3 ชั่วโมงจำปาขับรถได้ระยะทางมากกว่าพิน 30 กิโลเมตร

$$\text{จะได้สมการเป็น} \quad 3x = 3y + 30$$

$$\text{หรือ} \quad x = y + 10 \quad \text{-----} \quad \text{②}$$

แทน x ด้วย $y + 10$ ในสมการ① จะได้

$$3(y + 10) + 3y = 480$$

$$y + 10 + y = 160$$

$$2y = 150$$

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

$$y = 75$$

แทน y ด้วย 75 ในสมการ ② จะได้

$$x = 75 + 10$$

$$= 85$$

ตรวจสอบ

ถ้าจำปาขับรถด้วยอัตราเร็ว 85 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

เวลา 3 ชั่วโมง ได้ระยะทาง $3 \times 85 = 255$ กิโลเมตร

พินขับรถด้วยอัตราเร็ว 75 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

เวลา 3 ชั่วโมง ได้ระยะทาง $3 \times 75 = 225$ กิโลเมตร

เวลา 3 ชั่วโมง ทั้งสองขับรถเข้าหากันได้ระยะทาง $255 + 225 = 480$ กิโลเมตร

และจำปาขับรถได้ระยะทางมากกว่าพินอยู่ $255 - 225 = 30$ กิโลเมตร

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขโจทย์

ดังนั้น จำปาและพินขับรถด้วยอัตราเร็ว 85 และ 75 กิโลเมตรต่อชั่วโมงตามลำดับ

ตอบ { จำปาขับรถด้วยอัตราเร็ว 85 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
พินขับรถด้วยอัตราเร็ว 75 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

สาระที่ 4 พีชคณิต

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แผนที่ 6 การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

เวลา 60 นาที

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

สาระที่ 4 พีชคณิต

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แผนที่ 6 การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

เวลา 60 นาที

1. สาระสำคัญ

การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน อัตราส่วนและร้อยละ ระยะทาง อัตราเร็วและเวลา ที่ซับซ้อน โดยใช้สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

หลังจากจบชั่วโมงนี้แล้ว ผู้เรียนสามารถ

2.1 รู้ขั้นตอนการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ถูกต้อง

2.2 อธิบายวิธีการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ถูกต้อง

โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3 นำข้อมูลที่วิเคราะห์โดยใช้หลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง

2.4 ทำใบกิจกรรมที่ 1 / 6 - 1 ถูกต้องอย่างน้อย 3 ใน 5 ข้อ

2.5 ทำใบงานที่ 1 / 6 - 1 ถูกต้องอย่างน้อย 50 % (5 ใน 10 ข้อ)

3. สาระการเรียนรู้

การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน อัตราส่วนและร้อยละ ระยะทาง อัตราเร็วและเวลา ที่ง่าย ใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแต่โจทย์ปัญหาเหล่านั้นที่ซับซ้อนใช้สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

๑ การบูรณาการกับปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง ๑

หลักความพอประมาณ

- เรียนรู้เหมาะสมกับตนเอง
- เข้าใจการเลือกใช้สิ่งของ
- ศึกษาความรู้เหมาะสมกับเวลา
- เหมาะสมกับตนเอง

หลักความมีเหตุผล

- ทราบถึงความสำคัญของการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- สื่อความหมายการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร และนำเสนอได้

หลักการมีภูมิคุ้มกัน

- นำความรู้การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปเป็นความรู้พื้นฐานในการหาคำตอบ

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

เงื่อนไขคุณธรรม

- รับผิดชอบการทำใบกิจกรรม
- ให้ความร่วมมือกับเพื่อนในชั้นเรียน
- นำเสนอการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

เงื่อนไขความรู้

- เข้าใจความหมายการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- อธิบายลักษณะต่างๆของการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

4. กิจกรรมการเรียนรู้

- 4.1 นำเข้าสู่เนื้อหา ผู้เรียนและผู้สอนสนทนาถึงตัวอย่างการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่ผู้เรียนศึกษามาแล้วนำเข้าสู่การเรียนรู้การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยสรุปเป็นแกน
- 4.2 ผู้เรียนรับใบกิจกรรมที่ 1 / 6 - 1 เรื่องร่วมกันแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- 4.3 ผู้เรียนทำกิจกรรมตามกิจกรรมที่ 1 / 6 - 1 เวลา 30 นาที โดยใช้ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์สอดคล้องกับหลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง ครูให้คำปรึกษา ชี้แนะ
- 4.4 ผู้เรียนเปลี่ยนใบกิจกรรมกันตรวจ แล้วส่งผู้สอนเพื่อบันทึกคะแนนประเมินต่อไป
- 4.5 ร่วมกันศึกษา แลกเปลี่ยนความคิด ความเข้าใจเกิดองค์ความรู้ร่วมกัน
- 4.6 ผู้เรียน ผู้สอน ร่วมกันสรุป การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ดังนี้
ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมีคำตอบเดียว มีหลายคำตอบ หรือไม่มีคำตอบเลยก็ได้
การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน อัตราส่วนและร้อยละ ระยะทาง อัตราเร็วและเวลา ที่ง่ายใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแต่โจทย์ปัญหาเหล่านั้นที่ซับซ้อนใช้สมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- 4.7 ผู้เรียนรับใบงานที่ 1 / 6 - 1 เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ทำส่ง

5. สื่อและแหล่งเรียนรู้

- 5.1 ใบกิจกรรมที่ 1 / 6 - 1 เรื่องร่วมกันแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- 5.2 ใบงานที่ 1 / 6 - 1 เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

6. การวัดผลและประเมินผล

6.1 สิ่งที่ต้องการวัด

- พฤติกรรมการเรียน
- ใบกิจกรรมที่ 1 / 6 - 1 เรื่องร่วมกันแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- ใบงานที่ 1 / 6 - 1 เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

6.2 วิธีการวัด

- ตรวจใบกิจกรรมที่ 1/6 - 1 เรื่องร่วมกันแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- ตรวจใบงานที่ 1 / 6 - 1 เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

6.3 เครื่องมือและเกณฑ์การวัด

- แบบประเมินพฤติกรรม

เกณฑ์การวัด

ผ่าน ได้คะแนนแบบประเมินพฤติกรรม 9 - 20 คะแนน

คะแนน 17 - 20 ระดับคุณภาพ ดีมาก

คะแนน 13 - 16 ระดับคุณภาพ ดี

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

คะแนน 9 - 12 ระดับคุณภาพ ปานกลาง

ไม่ผ่าน ได้คะแนนแบบประเมินพฤติกรรม 0 - 8 คะแนน

- ทำใบกิจกรรมที่ 1 / 6 - 1 ถูกต้องอย่างน้อย 3 ใน 5 ข้อ
- ทำใบงานที่ 1 / 6 - 1 ถูกต้องอย่างน้อย 50 % (5 ใน 10 ข้อ)

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

7. ความเห็นของผู้บริหาร

.....

.....

.....

ลงชื่อ

ผู้บริหาร/ ผู้ได้รับมอบหมาย

(

)

..... / /

8. บันทึกผลหลังสอน

8.1 ผลการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

8.2 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

8.3 แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ

ผู้สอน

(นายวิชัย ศุภคุณภิญโญ)

..... / /

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แบบประเมินพฤติกรรมการรายบุคคล

คำชี้แจง 1. โปรดประเมินค่าเป็นตัวเลข (1,2,3,4) พฤติกรรมของผู้เรียนครอบคลุม 5 ประเด็นโดยมีเกณฑ์การให้ค่าดังนี้

- | | | |
|-----|---------------------|------------------------------------|
| 1 = | ควรปรับปรุง หมายถึง | ปฏิบัติได้ไม่ถูกต้อง |
| 2 = | พอใช้ หมายถึง | ปฏิบัติได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ |
| 3 = | ดี หมายถึง | ปฏิบัติได้ถูกต้อง |
| 4 = | ดีมาก หมายถึง | ปฏิบัติได้ถูกต้องสมควรเป็นแบบอย่าง |

2. โปรดรวมคะแนนของพฤติกรรมทั้ง 5 ประเด็นและทำเครื่องหมาย ลงในช่องที่ตรงกับช่วงคะแนนที่กำหนด

ที่.	ชื่อ - สกุล	รายการประเมิน					คะแนนรวม	ระดับคุณภาพ				หมายเหตุ
		รวมกิจกรรมด้วยความสนใจ	ความรับผิดชอบ	การตอบคำถาม	มั่นใจกล้าแสดงออก	ความคิดสร้างสรรค์		ดีมาก (17 - 20)	ดี (13 - 16)	ปานกลาง (9 - 12)	ความแก้ไข (5 - 8)	
01												
02												
03												
04												
05												
06												
07												
08												
09												
10												
11												
12												
13												
14												
15												
16												
17												

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ที่	ชื่อ - สกุล	รายการประเมิน					คะแนนรวม	ระดับคุณภาพ				หมายเหตุ
		ร่วมกิจกรรมด้วยความสนใจ	ความรับผิดชอบ	การตอบคำถาม	มั่นใจกล้าแสดงออก	ความคิดสร้างสรรค์		ดีมาก (17 - 20)	ดี (13 - 16)	ปานกลาง (9 - 12)	ควรแก้ไข (5 - 8)	
18												
19												
20												
21												
22												
23												
24												
25												
26												
27												
28												
29												
30												
31												
32												
33												
34												
35												
36												
37												

เกณฑ์สรุปผลการประเมิน

☐ ผ่าน (9-20)

ระดับ

☐ ดีมาก (17-20)

☐ ดี (13-16)

☐ ปานกลาง (9-12)

☐ ไม่ผ่าน (0-8)

ลงชื่อ

ผู้ประเมิน

(.....)

คณิตศาสตร์พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

นายวิชัย ศุภคุณภิญโญ

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ใบกิจกรรมที่ 1 / 6 - 1 ร่วมกันแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

คำชี้แจง : ให้ผู้เรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

1. สายเสมอขับรถอีแต่นจากบ้านไปส่งพี่ชายและน้องสาวที่บ้านของแต่ละคน บ้านน้องสาวอยู่ไกลกว่าบ้านพี่ชาย 5 กิโลเมตร เขาใช้เวลาขับรถไปบ้านพี่ชาย 45 นาที หลังจากส่งพี่ชายแล้ว เขาขับรถไปส่งน้องสาวโดยใช้อัตราเร็วลดลง 10 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และใช้เวลา 12 นาที จงหา
 - 1) สายเสมอขับรถไปส่งพี่ชายด้วยอัตราเร็วเท่าไร
 - 2) ระยะทางระหว่างบ้านของสายเสมอกับบ้านของพี่ชาย

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

2. ถ้าผลบวกของขนาดของมุมภายในสองมุมของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเป็น 137 องศา และผลต่างของขนาดของมุมสองมุมนี้เป็น 73 องศา จงหาขนาดของมุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ

3. พ่อค้าซื้อกาแฟชนิดหนึ่งราคา กิโลกรัมละ 170 บาท กับกาแฟชนิดราคา กิโลกรัมละ 150 บาทมาผสมขาย จงหาว่าพ่อค้าต้องใช้กาแฟชนิดละ กี่กิโลกรัม เพื่อให้ได้กาแฟผสม 30 กิโลกรัมและขาย กิโลกรัมละ 200 บาท แล้วได้กำไร 20 %

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

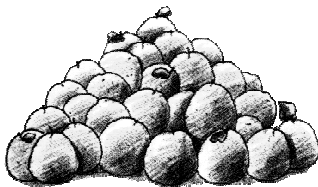
.....

.....

.....

ตอบ

4. มะลิซื้อส้มโอผลเล็กราคาผลละ 30 บาท และผลใหญ่ราคาผลละ 35 บาท คิดเป็นเงิน 950 บาท เมื่อนำมารวมกันแล้วขายไปผลละ 40 บาท ได้เงิน 1,200 บาท จงหาว่ามะลิซื้อส้มโอแต่ละขนาดมาอย่างละกี่ผล



วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบ

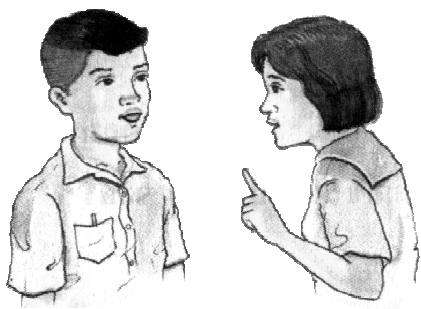
.....

.....

.....

ตอบ

5. แสนดีกับเสาวนีย์เป็นเด็กดี ขยันเรียนและมีอัธยาศัย ทั้งสองตกลงกันว่าจะออมเงินที่เหลือจากค่าขนมไว้ซื้อเครื่องดนตรีที่ชอบคนละชิ้น สัปดาห์เรียนที่หนึ่ง พวกเขาพบว่า $\frac{2}{3}$ ของเงินที่เสาวนีย์ออมได้มากกว่าครึ่งหนึ่งของแสนดีออมได้อยู่ 10 บาท แต่เมื่อแสนดีนำเงินรางวัลที่ได้จากการตอบปัญหาคณิตศาสตร์ 1,000 บาท มารวมกับเงินที่ออมไว้ เขากลับมีเงินเป็นสามเท่าของเงินของเสาวนีย์ จงหาว่าเดิมแต่ละคนออมเงินไว้ได้คนละเท่าใด



วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ

.....

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

เฉลย ใบกิจกรรมที่ 1 / 6 - 1

ร่วมกันแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

คำชี้แจง : ให้ผู้เรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

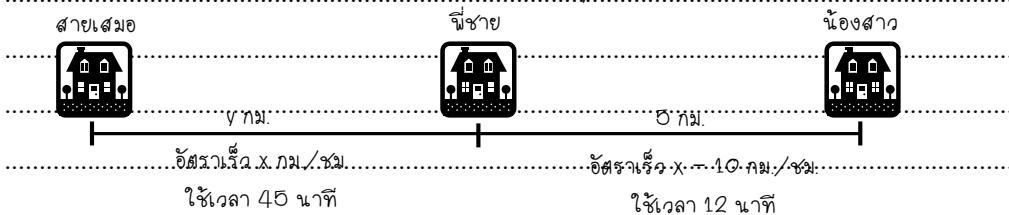
1. สายเสมอขับรถอีแต่นจากบ้านไปส่งพี่ชายและน้องสาวที่บ้านของแต่ละคน บ้านน้องสาวอยู่ไกลกว่าบ้านพี่ชาย 5 กิโลเมตร เขาใช้เวลาขับรถไปบ้านพี่ชาย 45 นาที หลังจากส่งพี่ชายแล้ว เขาขับรถไปส่งน้องสาวโดยใช้อัตราเร็วลดลง 10 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และใช้เวลา 12 นาที จงหา

1) สายเสมอขับรถไปส่งพี่ชายด้วยอัตราเร็วเท่าไร

2) ระยะทางระหว่างบ้านของสายเสมอกับบ้านของพี่ชาย

วิธีทำ ให้อัตราเร็วในการขับรถของสายเสมอไปบ้านพี่ชายเป็น x กม./ชม.

ให้ระยะทางจากบ้านสายเสมอไปบ้านพี่ชายเป็น y กม.



สายเสมอขับรถจากบ้านไปบ้านพี่ชาย

$$\text{จะได้สมการเป็น } y = \left(\frac{x}{60}\right) \times 45 \quad \text{----- (1)}$$

สายเสมอขับรถจากบ้านพี่ชายไปบ้านน้องสาวด้วยอัตราเร็ว $x - 10$ กม./ชม.

ระยะทาง 5 กม. ใช้เวลา 12 นาที จะได้ว่า

$$5 = \left(\frac{x-10}{60}\right) \times 12$$

$$5 \times 60 = 12x - 120$$

$$300 = 12x - 120$$

$$\text{จะได้ } 12x = 300 + 120$$

$$\text{แล้ว } x = 35$$

$$\text{แทนค่า } x \text{ ด้วย } 35 \text{ ใน (1) จะได้ } y = \left(\frac{35}{60}\right) \times 45 = 26.25$$

ตรวจสอบ สายเสมอขับรถไปส่งพี่ชายด้วยอัตราเร็ว 35 กม./ชม. ในเวลา 45 นาที

$$\text{จะได้ระยะทางเท่ากับ } \frac{35}{60} \times 45 = 26.25 \text{ กม.}$$

$$\text{และขับรถไปส่งน้องสาวด้วยอัตราเร็ว } \frac{x-10}{60} = \frac{25}{60} \text{ กม./ชม. ใช้เวลา 12 นาที}$$

$$\text{จะได้ระยะทางเท่ากับ } \frac{25}{60} \times 12 = 5 \text{ กิโลเมตร ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขของ}$$

โจทย์

ดังนั้น สายเสมอขับรถไปส่งพี่ชายด้วยอัตราเร็ว 35 กม./ชม. และ ขับรถไปส่ง

- ตอบ {
1. สายเสมอขับรถไปส่งพี่ชายด้วยอัตราเร็ว 35 กม./ชม.
 2. ระยะทางระหว่างบ้านของสายเสมอกับบ้านพี่ชายเท่ากับ 26.25 กิโลเมตร

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

2. ถ้าผลบวกของขนาดของมุมภายในสองมุมของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเป็น 137 องศา และผลต่างของขนาดของมุมสองมุมนี้เป็น 73 องศา จงหาขนาดของมุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม

วิธีทำ ให้ x แทนขนาดของมุมภายในมุมที่ 1
..... y แทนขนาดของมุมภายในมุมที่ 2
ถ้าผลบวกของขนาดของมุมภายในสองมุมของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเป็น 137 องศา
จะได้สมการเป็น $x + y = 137$ ----- (1)
ผลต่างของขนาดของมุมสองมุมนี้เป็น 73 องศา
จะได้สมการเป็น $x - y = 73$ ----- (2)
จาก (2) จะได้ $x = 73 + y$ ----- (3)
แทน x ด้วย $73 + y$ ใน (1) จะได้
 $73 + y + y = 137$
 $2y = 137 - 73$
 $y = 32$
แทน y ด้วย 32 ใน (3) จะได้
 $x = 73 + 32 = 105$

ตรวจสอบ มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมสองมุมคือ 105 และ 32 ซึ่งผลบวกของมุมทั้งสอง
เป็น $105 + 32 = 137$ และผลต่างของมุมทั้งสองเป็น $105 - 32 = 73$
ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขในโจทย์
ดังนั้น มุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมคือ 105° , 32° และ 43°

..... 105° , 32° และ 43°

ตอบ

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

3. พ่อค้าซื้อกาแฟชนิดหนึ่งราคา กิโลกรัมละ 170 บาท กับกาแฟชนิดราคา กิโลกรัมละ 150 บาทมาผสมขาย จงหาว่าพ่อค้าต้องใช้กาแฟชนิดละกี่กิโลกรัม เพื่อให้ได้กาแฟผสม 30 กิโลกรัมและขาย กิโลกรัมละ 200 บาท แล้วได้กำไร 20 %

วิธีทำ ...ให้ x แทนจำนวนกาแฟราคา กิโลกรัมละ 170 บาท เป็นเงิน $170x$ บาท
 y แทนจำนวนกาแฟราคา กิโลกรัมละ 150 บาท เป็นเงิน $150y$ บาท
 จำนวนกาแฟทั้งสองผสมกันได้ 30 กิโลกรัม
 จะได้สมการเป็น $x + y = 30$
 ซื้อกาแฟมาเป็นเงิน $170x + 150y$ ขายไป $200(x + y)$ ได้กำไร 20% ดังนั้น

$$\frac{170x + 150y}{200(x + y)} = \frac{100}{120}$$

$$120(170x + 150y) = 100(200)(x + y)$$

$$20,400x + 18,000y = 20,000x - 18,000y$$

$$400x = 2,000y$$

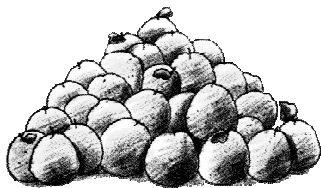
$$\frac{x}{y} = \frac{5}{1}$$
 เนื่องจาก $x + y = 30$ ดังนั้น $x = 25$ และ $y = 5$

กาแฟชนิด กิโลกรัมละ 170 บาท จำนวน 25 กิโลกรัม เป็นเงิน $170 \times 25 =$
 ตรวจสอบ 4,250 บาท และกาแฟชนิดราคา กิโลกรัมละ 150 บาท จำนวน 5 กิโลกรัม เป็น
 เงิน $150 \times 5 = 750$ บาท
 จะได้ว่า ซื้อกาแฟมาเป็นเงิน $4,250 + 750 = 5,000$ บาท
 แต่ขายกาแฟไป กิโลกรัมละ 200 บาท ได้เงิน $200(25 + 5) = 6,000$ บาท
 จะได้ว่า
 ถ้าทุน 5,000 บาท ขายได้กำไร $6,000 - 5,000 = 1,000$ บาท
 ทุน 100 บาท ขายได้กำไร $\frac{1,000}{5,000} \times 100 = 20$ บาท
 ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขในโจทย์
 ดังนั้น จะได้ว่า ใช้กาแฟชนิด กิโลกรัมละ 170 บาท จำนวน 25 กิโลกรัม และกาแฟ
 ชนิด กิโลกรัมละ 150 บาท จำนวน 5 กิโลกรัม

ตอบ ...พ่อค้าใช้กาแฟชนิด กิโลกรัมละ 170 บาท จำนวน 25 กิโลกรัม
 และกาแฟชนิด กิโลกรัมละ 150 บาท จำนวน 5 กิโลกรัม
 คณิตศาสตร์พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ นายวิชัย ศุภคุณภิญโญ

5. มะลิซื้อส้มโอผลเล็กราคาผลละ 30 บาท และผลใหญ่ราคาผลละ 35 บาท คิดเป็นเงิน 950 บาท

เมื่อนำมารวมกันแล้วขายไปผลละ 40 บาท ได้เงิน 1,200 บาท จงหาว่ามะลิซื้อส้มโอแต่ละขนาดมาอย่างละกี่ผล



วิธีทำ ..ให้ x แทนจำนวนที่ซื้อส้มโอผลเล็ก.....

y แทนจำนวนที่ซื้อส้มโอผลใหญ่.....

มะลิซื้อส้มโอผลเล็กราคาผลละ 30 บาท เป็นเงิน $30x$ บาท.....

ซื้อส้มโอผลใหญ่ราคาผลละ 35 บาท เป็นเงิน $35y$ บาท.....

ซื้อส้มโอมาขายรวมเป็นเงิน 950 บาท.....

จะได้สมการเป็น..... $30x + 35y = 950$ ----- (1)

แต่นำมารวมกันแล้วขายไปผลละ 40 บาท ได้เงิน 1,200 บาท.....

จะได้สมการเป็น..... $40(x + y) = 1,200$

..... $x + y = 30$ ----- (2)

จาก (2) จะได้..... $x = 30 - y$ ----- (3)

แทน x ด้วย $30 - y$ ใน (1) จะได้.....

..... $30(30 - y) + 35y = 950$

..... $900 - 30y + 35y = 950$

..... $5y = 950 - 900$

..... $y = 10$

แทน y ด้วย 10 ใน (3) จะได้ $x = 30 - 10 = 20$

ตรวจสอบ ซื้อส้มโอผลเล็กมา 20 ผล เป็นเงิน $30 \times 20 = 600$ บาท และซื้อส้มโอผลใหญ่.....

มา 10 ผล เป็นเงิน $35 \times 10 = 350$ บาท รวมเป็นเงิน $600 + 350 = 950$

และนำมาขายผลละ 40 บาทเป็น $40(20 + 10) = 1,200$ บาท ซึ่งเป็นไปตาม.....

เงื่อนไขในโจทย์.....

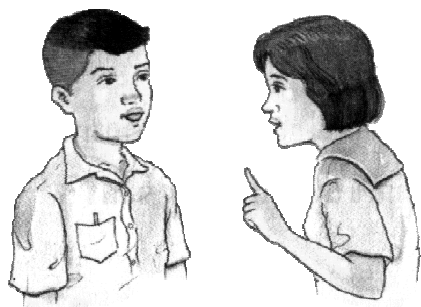
ตอบ 20 และ 10.....

6. แสนดีกับเสาวนีย์เป็นเด็กดี ขยันเรียนและมัธยัสถ์ ทั้งสองตกลงกันว่าจะออมเงินที่เหลือจากค่า

ขนมไว้ซื้อเครื่องดนตรีที่ชอบคนละชิ้น สัปดาห์เรียนที่

หนึ่ง พวกเขาพบว่า $\frac{2}{3}$ ของเงินที่เสาวนีย์ออมได้มากกว่า

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร



ครึ่งหนึ่งของแสนได้ออมได้อยู่ 10 บาท แต่เมื่อแสนได้นำเงินรางวัลที่ได้จากการตอบปัญหาคณิตศาสตร์ 1,000 บาท มารวมกับเงินที่ออมไว้ เขากลับมีเงินเป็นสามเท่าของเงินของสาวนีย์ จงหาว่าเดิมแต่ละคนออมเงินไว้ได้คนละเท่าใดวิธีทำ

ให้ x แทนจำนวนเงินที่สาวนีย์ออมได้.....

y แทนจำนวนเงินที่แสนได้ออมได้.....

ถ้า $\frac{2}{3}$ ของเงินที่สาวนีย์ออมได้มากกว่าครึ่งหนึ่งของเงินที่แสนได้ออมได้อยู่ 10 บาท.....

จะได้สมการเป็น..... $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}y = 10$ (1)

แสนได้นำเงิน 1,000 บาท มารวมกับที่ออมไว้ มีเงินเป็นสามเท่าของสาวนีย์.....

ถ้า $\frac{2}{3}$ ของเงินที่สาวนีย์ออมได้มากกว่าครึ่งหนึ่งของเงินที่แสนได้ออมได้อยู่ 10 บาท.....

จะได้สมการเป็น..... $y + 1,000 = 3x$ (2)

จาก (2) จะได้..... $y = 3x - 1,000$ (3)

แทน y ด้วย $3x - 1,000$ ใน (1) จะได้.....

..... $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}(3x - 1,000) = 10$

..... $\frac{2}{3}x - \frac{3}{2}x + 500 = 10$

..... $-\frac{5}{2}x = 10 - 500$

..... $x = 588$

แทน x ด้วย 588 ใน (3) จะได้..... $y = 3(588) - 1,000 = 764$

ตรวจสอบ เงินออมของสาวนีย์เท่ากับ 588 บาท ซึ่ง $\frac{2}{3}$ ของ 764 = 392 และเงินออมของ

แสนดีเท่ากับ 764 บาท ซึ่ง $\frac{1}{2}$ ของ 764 = 382 จะได้ว่าสาวนีย์มีเงินออม

มากกว่าแสนดี $392 - 382 = 10$ บาท เงินออมแสนดี 764 บาท 1,000 เท่ากับ

1,764 ซึ่งเท่ากับ 3 เท่าของ 588 จะได้ $1,764 = 3 \times 588$ ซึ่งเป็นไปตาม

เงื่อนไขในโจทย์

ดังนั้น สาวนีย์มีเงินออมเท่ากับ 588 บาท และแสนดีมีเงินออมเท่ากับ 764 บาท

ตอบ สาวนีย์มีเงินออมเท่ากับ 588 บาท

..... และแสนดีมีเงินออมเท่ากับ 764 บาท

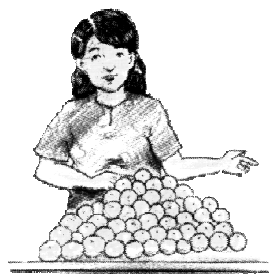
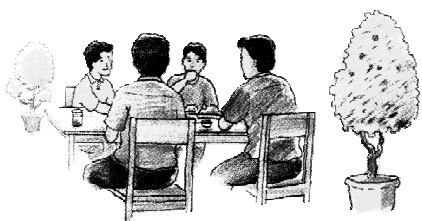
ใบงานที่ 1 / 6 - 1

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

คำชี้แจง : ให้ผู้เรียนหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาต่อไปนี้ทำเป็นรายงานส่งภายใน 2 วันหลังจากที่ได้รับใบงานนี้

1. จำนวนที่มีสองหลักจำนวนหนึ่ง มีเลขโดดในหลักสิบมากกว่าเลขโดดในหลักหน่วยอยู่ 4 และผลบวกของจำนวนนี้กับจำนวนที่ได้จากการสลับที่เลขโดด เป็น 154 จงหาจำนวนนั้น
2. ซื้อข้าวสารมาสองชนิด ชนิดแรกเป็นข้าวกล้องราคากิโลกรัมละ 18 บาท ชนิดที่สองเป็นข้าวมันปูลาราคากิโลกรัมละ 21 บาท นำมาผสมกันแล้วขายกิโลกรัมละ 21 บาทปรากฏว่าได้กำไร 10 % จงหาอัตราส่วนของข้าวกล้องต่อข้าวมันปูโดยน้ำหนักหรือไม่ ในกรณีที่ไม่มีคำตอบเดียวให้ระบุคำตอบนั้น
3. อันชัยรถยนต์จากเมือง ก ส่วนเอกชัยรถยนต์จากเมือง ข ไปพบกันที่ร้านอาหาร “แซ่บนัวหัวมวน” ซึ่งอยู่กึ่งกลางของระยะทางระหว่างเมือง ก และเมือง ข ถ้าเอกชัยรถยนต์ด้วยอัตราเร็วมากกว่าอัน 10 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เอกจะใช้เวลาเพียง 40 นาทีถึงจุดหมายพบ ส่วนอันไปถึงช้ากว่าเอก 5 นาที จงหา
 - 1) อัตราเร็วของรถยนต์ทั้งสองคัน
 - 2) ระยะทางระหว่างเมือง ก และเมือง ข
4. รัตนามีเงินเก็บอยู่ 12,000 บาท ส่วนหนึ่งนำไปฝากธนาคารเพื่อรับดอกเบี้ย 2 % อีกส่วนหนึ่งนำไปลงทุนเพื่อรับเงินปันผล 4 % สิ้นปีมีรายได้รวมกัน 4,000 บาท อยากทราบว่ารัตนานำเงินไปลงทุนแต่ละประเภทเท่าใด
5. ด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่งยาวกว่าด้านของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปหนึ่งอยู่ 4 เซนติเมตร ถ้าความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมากกว่าความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าอยู่ 24 เซนติเมตร จงหาความยาวรอบรูปของแต่ละรูป
6. แม่ค้าขายส้มสองชนิดดังนี้ ชนิดแรกขายกิโลกรัมละ 25 บาท ชนิดที่สองขายกิโลกรัมละ 30 บาท ถ้าแม่ค้าขายส้มทั้งสองชนิดได้ 70 กิโลกรัมเป็นเงิน 1,780 บาท จงหาว่าแม่ค้าขายส้มได้ชนิดละกี่กิโลกรัม



7. ถ้าครึ่งหนึ่งของจำนวนหนึ่งเป็นสามเท่าของจำนวนอีกจำนวนหนึ่งและสี่เท่าของผลต่างของสอง

หน่วยที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

จำนวนนั้นเป็น 50 จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น

8. ดึงสะสมเหรียญชนิด 10 บาท และ 1 บาท รวมกันได้ 200 เหรียญ คิดเป็นเงินรวมกัน 920 บาท

อยากทราบว่าตีกมีเหรียญแต่ละชนิด

อย่างละกี่เหรียญ



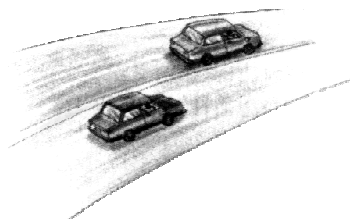
9. เมื่อเวลา 8.30 น. ก้องขับรถยนต์ออกจากเมืองดาลาไปตามถนนสายหนึ่งด้วยอัตราเร็ว 60

กิโลเมตรต่อชั่วโมง อีก 1 ชั่วโมงต่อมาปอขับรถยนต์

ออกจากที่เดียวกันละไปตามเส้นทางเดียวกับก้องด้วย

อัตราเร็วมากกว่าก้อง 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาว่า

ปอจะตามก้องทันในเวลาใด



10. เมื่อเฝ้าดูนกกระจาบบินจับดอกบัวในสระน้ำแห่งหนึ่ง พบว่าถ้านกจับดอกบัวดอกละตัวจะ
เหลือนก 1 ตัวที่ไม่มีบัวจับ และถ้านกจับดอกละ 2 ตัว จะเหลือบัว 1 ดอกที่ไม่มีนกจับ อยาก
ทราบว่าในสระนี้มีบัวกี่ดอกและนกกี่ตัว